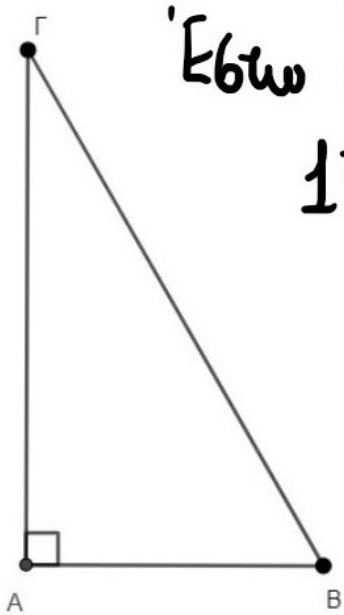


Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ μιας άλλης γωνίας του.

Να υπολογισθούν όλες οι γωνίες του (δύο περιπτώσεις).



Έστω $\hat{A} = 90^\circ$

1^η Περίπτωση: $\hat{B} = \frac{2}{3} \hat{A}$

$$\hat{B} = \frac{2}{3} \cdot 90^\circ = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

άρα $\hat{\Gamma} = 30^\circ$

2^η περίπτωση: $\hat{\Gamma} = \frac{2}{3} \hat{B}$

$$\hat{B} + \hat{\Gamma} = 90^\circ \Leftrightarrow$$

$$\hat{B} + \frac{2}{3} \hat{B} = 90^\circ \Rightarrow$$

$$3\hat{B} + 2\hat{B} = 270^\circ \Leftrightarrow$$

$$5\hat{B} = 270^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 54^\circ$$

και $\hat{\Gamma} = 36^\circ$

3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία $\hat{A}$ είναι τριπλάσια της γωνίας $\hat{B}$. Αν $\hat{\Gamma}_{εξ} = 144^\circ$ να βρεθεί το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές του.

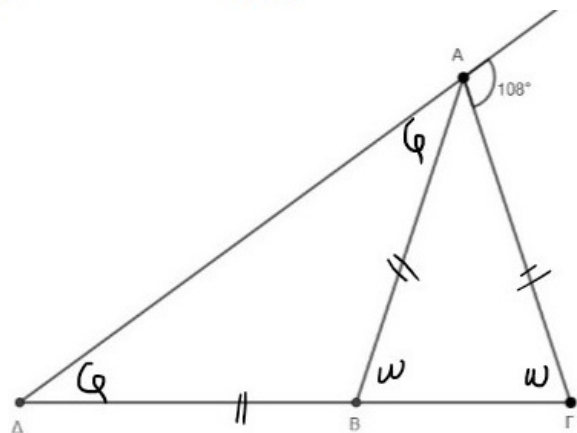
$$\hat{A} = 3\hat{B}, \hat{\Gamma}_{εξ} = 144^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} = \hat{\Gamma}_{εξ} \Leftrightarrow 3\hat{B} + \hat{B} = 144^\circ$$

$$4\hat{B} = 144^\circ \Leftrightarrow \hat{B} = 36^\circ, \hat{A} = 108^\circ, \hat{\Gamma} = 36^\circ$$

Άρα, το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Στο παρακάτω σχήμα είναι:



$AB = AG = AD$ και $\hat{A}\hat{\Gamma} = 108^\circ$.

Να υπολογισθεί η γωνία $\hat{A}$.

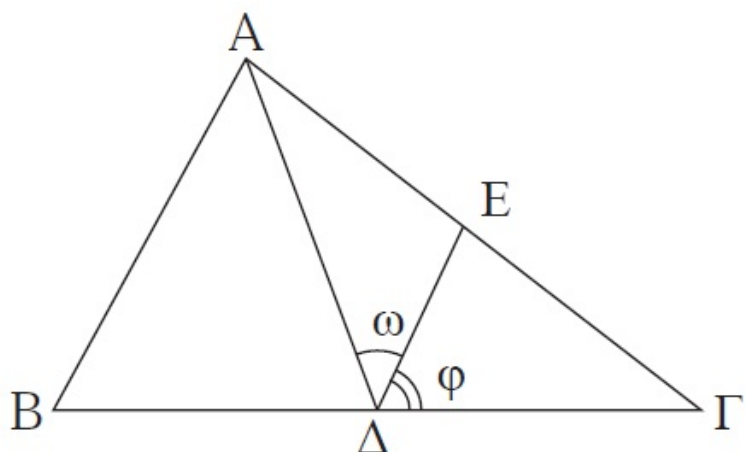
Επειδή $AB = AD$ έχουμε ότι:

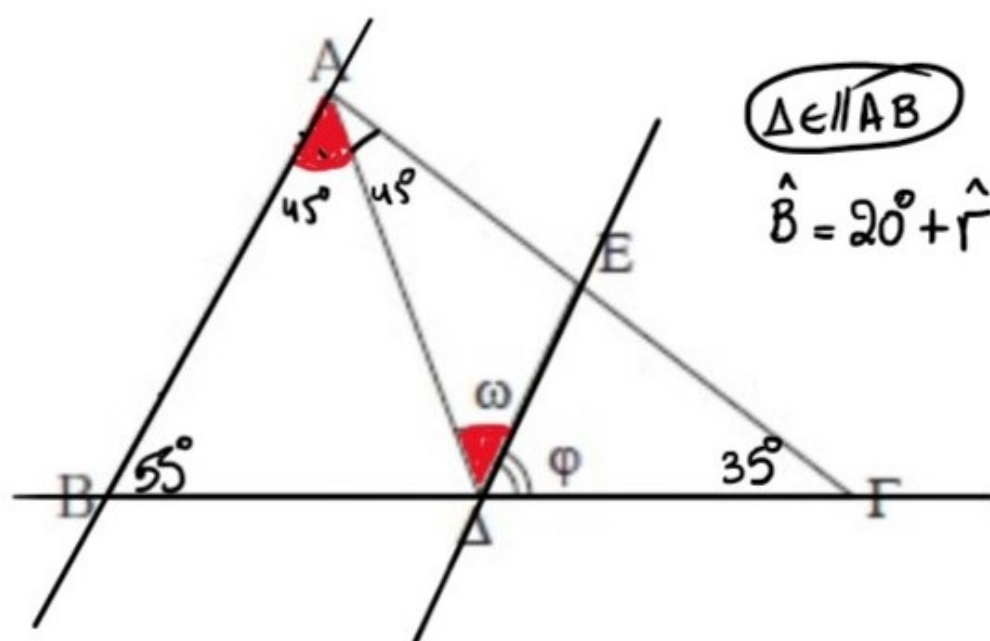
Στο $\hat{A}\hat{\Gamma}$ η $\hat{A}\hat{\Gamma}$ είναι εξωτερική
 άρα $108^\circ = \phi + \omega$

Στο $\hat{A}\hat{B}$ η $\hat{A}\hat{B} = \omega$ είναι εξωτερική
 άρα $\omega = 2\phi$

Συνεπώς $108^\circ = \phi + 2\phi$
 $3\phi = 108^\circ$
 $\phi = 36^\circ$

6. Στο παρακάτω σχήμα είναι: $\hat{A} = 90^\circ$, AD διχοτόμος, $DE \parallel AB$. Αν η γωνία $\hat{B}$ είναι 20° μεγαλύτερη από τη $\hat{\Gamma}$ να υπολογίσετε τις γωνίες ω και ϕ .





$$\Delta E \parallel AB$$

$$\hat{B} = 20^\circ + \hat{\Gamma}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$$

$$90^\circ + 20^\circ + \hat{\Gamma} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$$

$$110^\circ + 2\hat{\Gamma} = 180^\circ$$

$$2\hat{\Gamma} = 180^\circ - 110^\circ$$

$$2\hat{\Gamma} = 70^\circ$$

$$\hat{\Gamma} = 35^\circ$$

$\hat{B}A\Delta = \omega$ ως εως εναντιον

αρα $\omega = 45^\circ$

$\phi = \hat{B}$ ως εως εκτος ενι τα αυτα

αρα $\phi = 55^\circ$