

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\alpha = \sqrt{2}$, $\beta = 1 + \sqrt{3}$,
 $\gamma = 2$. Να υπολογισθεί η γωνία $\hat{A}$.

$$a^2 = b^2 + \gamma^2 - 2b\gamma \cos \hat{A} \Rightarrow$$

$$(\sqrt{2})^2 = (1 + \sqrt{3})^2 + 2^2 - 2(1 + \sqrt{3}) \cdot 2 \cdot \cos \hat{A} \Leftrightarrow$$

$$4(1 + \sqrt{3}) \cdot \cos \hat{A} = 1 + 3 + 2\sqrt{3} + 4 - 2 \Leftrightarrow$$

$$4(1 + \sqrt{3}) \cdot \cos \hat{A} = 6 + 2\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

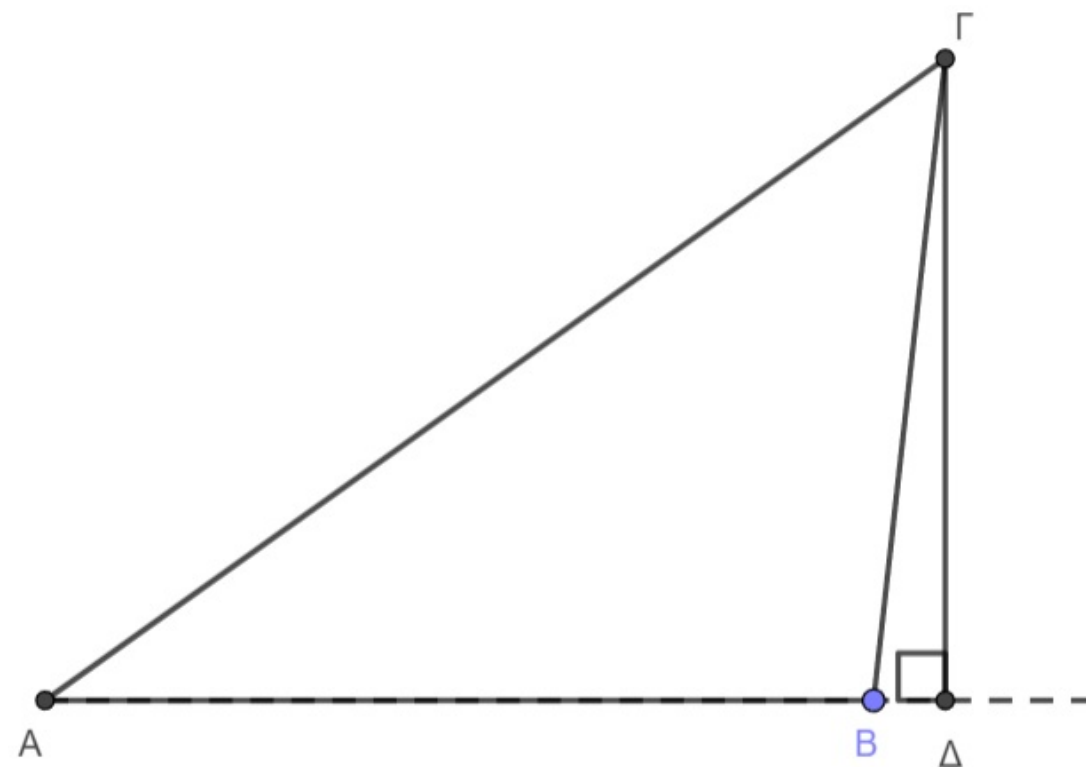
$$\cos \hat{A} = \frac{2(3 + \sqrt{3})}{4(1 + \sqrt{3})} = \frac{(3 + \sqrt{3})}{2(1 + \sqrt{3})} \cdot \frac{(1 - \sqrt{3})}{(1 - \sqrt{3})} =$$

$$\frac{3 - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 3}{2(1 - 3)} = \frac{-2\sqrt{3}}{-4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{άρα } \hat{A} = 30^\circ$$

Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. Οι πλευρές ενός τριγώνου $AB\Gamma$ έχουν μήκη $AB = 9\text{cm}$, $B\Gamma = 7\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$. Να υπολογισθεί το μήκος της προβολής της $B\Gamma$ πάνω στην AB .



Παρατηρούμε ότι: $A\Gamma^2 = 144$
 $AB^2 + B\Gamma^2 = 81 + 49 = 130$

άρα $A\Gamma^2 > AB^2 + B\Gamma^2$, δηλαδή $\hat{B} > 90^\circ$

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 + 2AB \cdot B\Delta (=)$$

$$144 = 130 + 2 \cdot 9 \cdot B\Delta (=)$$

$$14 = 18B\Delta (=) \quad B\Delta = \frac{7}{9}$$

Για το επόμενο μάθημα:
Αποδ. Ασκ.: 2,3 (σελ. 55)