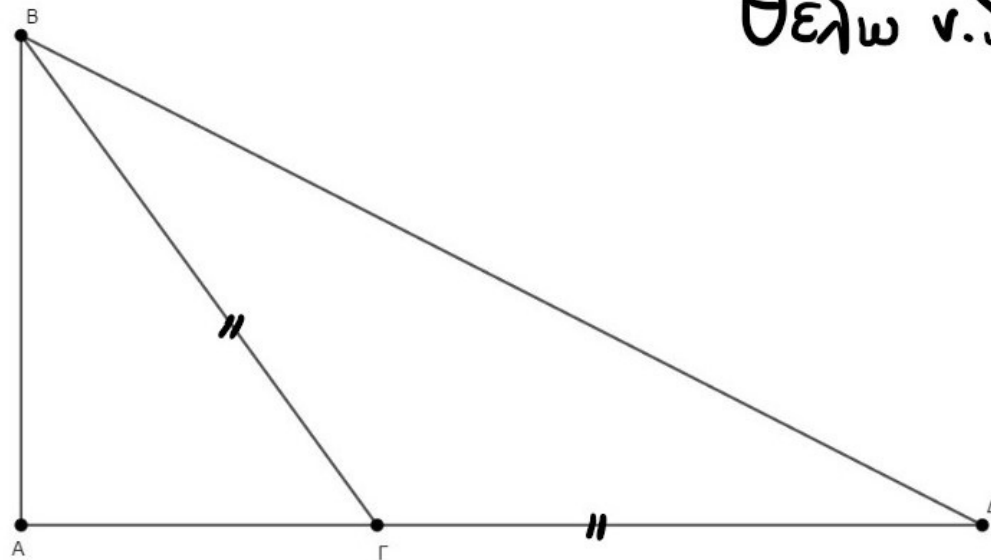


4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1\text{L}$).
Προεκτείνουμε την πλευρά $A\Gamma$ κατά
 $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $B\Delta^2 = 2B\Gamma \cdot A\Delta$.

Α.Α: 4 | σελ 55



Θέλω ν.Σ.ο: $B\Delta^2 = 2B\Gamma \cdot A\Delta$

$$B\Delta^2 = B\Gamma^2 + \Gamma\Delta^2 + 2\Gamma\Delta \cdot A\Gamma$$

$$B\Delta^2 = B\Gamma^2 + B\Gamma^2 + 2B\Gamma \cdot A\Gamma$$

$$B\Delta^2 = 2B\Gamma^2 + 2B\Gamma \cdot A\Gamma$$

$$B\Delta^2 = 2B\Gamma (B\Gamma + A\Gamma)$$

$$B\Delta^2 = 2B\Gamma (\Gamma\Delta + A\Gamma)$$

$$B\Delta^2 = 2B\Gamma \cdot A\Delta$$

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1\text{L}$)
με πλευρές α, β, γ . Υπάρχει τρίγωνο με
πλευρές $5\alpha, 4\beta, 3\gamma$;

Γνωρίζουμε ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$. Έστω $\beta \geq \gamma$

Για να υπάρχει τρίγωνο με πλευρές $5\alpha, 4\beta, 3\gamma$ πρέπει

$$4\beta - 3\gamma < 5\alpha < 4\beta + 3\gamma$$

$$\bullet 4\beta - 3\gamma < 5\alpha \Leftrightarrow (4\beta - 3\gamma)^2 < 25\alpha^2 \Leftrightarrow 16\beta^2 - 24\beta\gamma + 9\gamma^2 < 25\beta^2 + 25\gamma^2$$

$$0 < 9\beta^2 + 24\beta\gamma + 16\gamma^2 \Leftrightarrow 0 < (3\beta + 4\gamma)^2, \text{ ισχύει}$$

$$\bullet 5\alpha < 4\beta + 3\gamma \Leftrightarrow 25\alpha^2 < 16\beta^2 + 24\beta\gamma + 9\gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$25\beta^2 + 25\gamma^2 < 16\beta^2 + 24\beta\gamma + 9\gamma^2 \Leftrightarrow 9\beta^2 - 24\beta\gamma + 16\gamma^2 < 0 \Leftrightarrow$$

$$(3\beta - 4\gamma)^2 < 0 \text{ Δεν ισχύει, άρα δεν υπάρχει τρίγωνο με τις}$$

παραπάνω πλευρές.

5. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρουμε παράλληλο της $B\Gamma$, που τέμνει τις AB και $A\Gamma$ στα Δ και E αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $BE^2 = E\Gamma^2 + B\Gamma \cdot \Delta E$.

