

Πολυγωνικά χωρία - Πολυγωνικές επιφάνειες

10.1 Πολυγωνικά χωρία

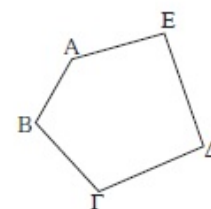
Ας θεωρήσουμε ένα πολύγωνο, για παράδειγμα ένα πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ (σχ.1). Το πολύγωνο μαζί με τα εσωτερικά του σημεία αποτελούν ένα χωρίο, που λέγεται **πολυγωνικό χωρίο** που ορίζεται από το ΑΒΓΔΕ.

Ένα πολυγωνικό χωρίο που ορίζεται από τρίγωνο, τετράπλευρο, ... , n -γωνο λέγεται αντίστοιχα **τριγωνικό**, **τετραπλευρικό**, ... , **n -γωνικό**.

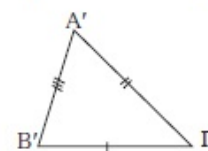
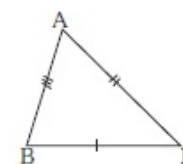
Επίσης, δύο πολυγωνικά χωρία λέγονται **ίσα** όταν τα αντίστοιχα πολύγωνα είναι ίσα (σχ.2).

Τέλος ένα σχήμα που αποτελείται από πεπερασμένο πλήθος πολυγωνικών χωρίων, που ανά δύο δεν έχουν κοινά εσωτερικά σημεία, λέγεται **πολυγωνική επιφάνεια**.

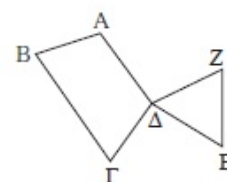
Για παράδειγμα, το σχήμα ΑΒΓΔΕΖ (σχ.3) είναι μια πολυγωνική επιφάνεια.



Σχήμα 1



Σχήμα 2



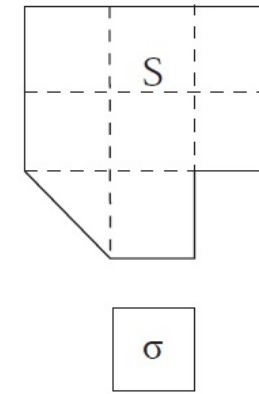
Σχήμα 3

10.2 Εμβαδόν ευθύγραμμου σχήματος - Ισοδύναμα ευθύγραμμα σχήματα

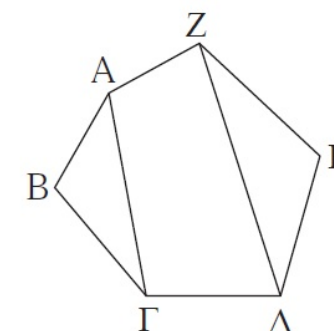
Έστω, λοιπόν ένα πολυγωνικό χωρίο S (σχ.4). Όπως και στα ευθύγραμμα τμήματα, μέτρηση του χωρίου S λέμε τη σύγκρισή του με ένα άλλο επίπεδο χωρίο σ , το οποίο επιλέγουμε ως μονάδα. Η σύγκριση αυτή οδηγεί σε μια σχέση της μορφής: $S = \lambda \cdot \sigma$, όπου λ θετικός αριθμός. (Στην περίπτωση του σχ.4 είναι $\lambda = 7,5$). Ο θετικός αριθμός λ λέγεται **εμβαδόν** του πολυγωνικού χωρίου S και συμβολίζεται με (S) . Πολλές φορές το εμβαδόν ενός πολυγωνικού χωρίου ή μιας πολυγωνικής επιφάνειας θα το συμβολίζουμε απλά με το γράμμα E . Επίσης, στα επόμενα, θα λέμε εμβαδόν τριγώνου, τετραπλεύρου και γενικά πολυγώνου και θα εννοούμε το εμβαδόν του αντίστοιχου πολυγωνικού χωρίου.

Για το εμβαδόν δεχόμαστε ότι ισχύουν οι επόμενες ιδιότητες (αξιώματα):

- **Ίσα πολυγωνικά χωρία έχουν ίσα εμβαδά.**
- **Αν ένα πολυγωνικό χωρίο (ή μια πολυγωνική επιφάνεια) χωρίζεται σε πεπερασμένου πλήθους πολυγωνικά χωρία, που δεν έχουν κοινά εσωτερικά σημεία, τότε το εμβαδόν του ισούται με το άθροισμα των εμβαδών των επιμέρους πολυγωνικών χωρίων.**



Σχήμα 4



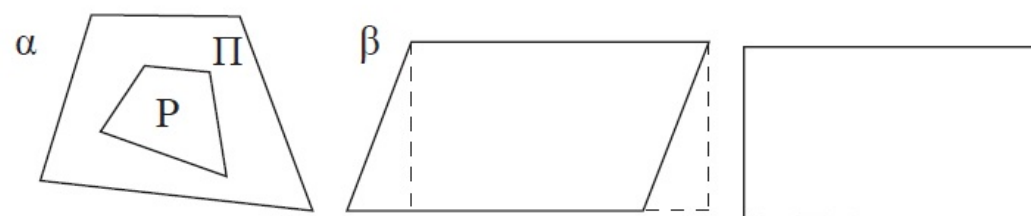
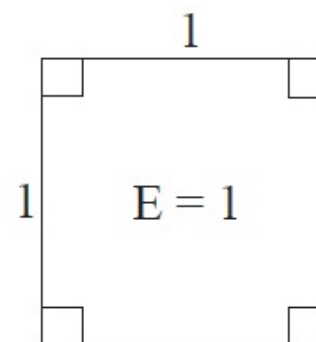
Σχήμα 5

Επίσης δεχόμαστε ότι:

- Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς 1 είναι 1.

Από τα παραπάνω αξιώματα προκύπτει ότι:

- Αν ένα πολύγωνο P περιέχεται στο εσωτερικό ενός άλλου πολυγώνου Π (σχ.6α), τότε το εμβαδόν του P είναι μικρότερο του εμβαδού του Π .



Σχήμα 6

Είδαμε παραπάνω ότι αν δύο πολυγωνικά χωρία είναι ίσα, τότε έχουν ίσα εμβαδά. Το αντίστροφο είναι φανερό (σχ. 6β) ότι δεν ισχύει.

Δύο σχήματα που έχουν το ίδιο εμβαδόν λέγονται *ισοδύναμα* ή *ισεμβαδικά*.

Έτσι σχήματα που δεν είναι ίσα μπορούν να συγκρίνονται ως προς το εμβαδόν τους.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδόν E ενός τετραγώνου πλευράς a είναι a^2 , δηλαδή:

$$E = a^2.$$

