Αποδεικτικές Ασκήσεις

1. *Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο, που έχει πλευρές $\alpha = \kappa^2+\lambda^2$, $\beta = 2\kappa\lambda$ και $\gamma = \kappa^2 - \lambda^2$, όπου κ, λ θετικοί ακέραιοι με $\kappa > \lambda$, είναι ορθογώνιο.*

$$\beta^2+\gamma^2=(2\kappa\lambda)^2+(\kappa^2-\lambda^2)^2=$$

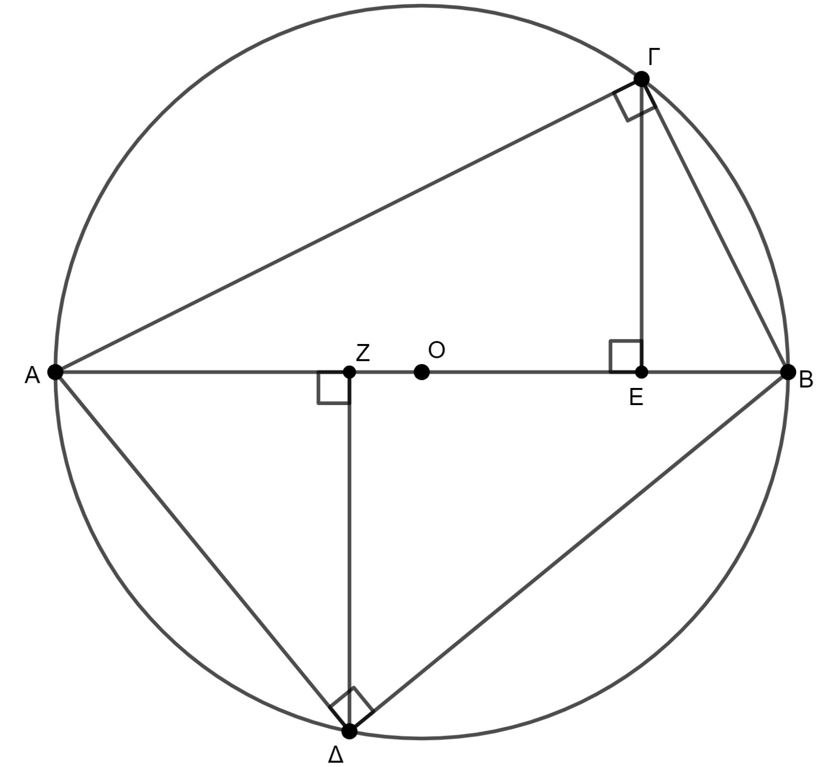
$$=4\kappa^2\lambda^2+\kappa^4-2\kappa^2\lambda^2+\lambda^4=$$

$$=\kappa^4+2\kappa^2\lambda^2+\lambda^4=$$

$$=(\kappa^2+\lambda^2)^2=\alpha^2$$

Συνεπώς το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά α

2. *Αν ΑΕ, ΑΖ είναι αντίστοιχα οι προβολές δύο χορδών ΑΓ και ΑΔ ενός κύκλου σε μία διάμετρό του ΑΒ, να αποδείξετε ότι* $AZ \cdot A\Gamma^2 = AE \cdot A\Delta^2$.



Στο $A\hat{\Gamma}B$:

$A\Gamma^2 = AB \cdot AE \quad (1)$

Στο $A\hat{\Delta}B$:

$A\Delta^2 = AB \cdot AZ \quad (2)$

διαιρώ κατά μέλη τις (1), (2)

$$\frac{A\Gamma^2}{A\Delta^2} = \frac{\cancel{AB} \cdot AE}{\cancel{AB} \cdot AZ}$$

$A\Gamma^2 \cdot AZ = A\Delta^2 \cdot AE$

Σημείωση: $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ$
ως εγγεγραμμένες γωνίες
που βαίνουν σε ημικύκλιο.