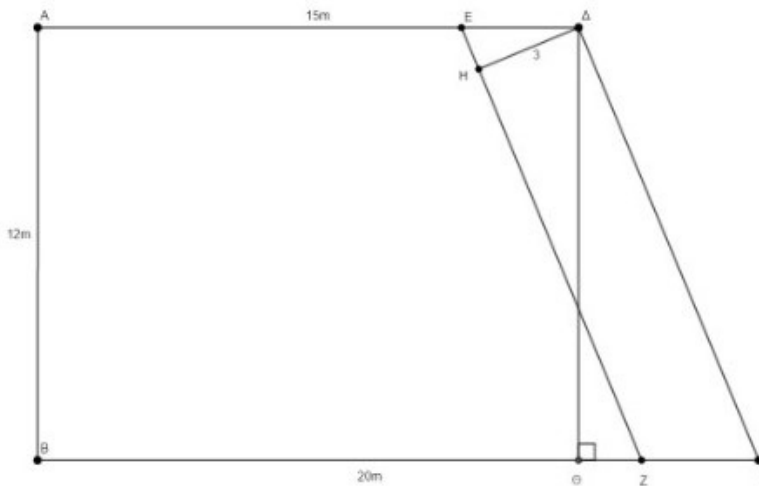


Ασκήσεις Εμπέδωσης

6. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα τραπεζίου $ABΓΔ$ ($AD \parallel BG$) με $\hat{A} = \hat{B} = 1\text{L}$, $AD = 15\text{m}$, $BΓ = 20\text{m}$ και $AB = 12\text{m}$. Ένας καινούργιος δρόμος περνάει παράλληλα προς τη $ΔΓ$ και αποκόπτει μια λωρίδα πλάτους 3m . Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το οικόπεδο που απομένει;



$$\text{Στο τρίγωνο } \triangle \hat{A} \theta \Gamma: \Delta \Gamma^2 = \Delta \theta^2 + \theta \Gamma^2 \Leftrightarrow$$

$$\Delta \Gamma^2 = 12^2 + 5^2 \Leftrightarrow \Delta \Gamma^2 = 144 + 25 \Leftrightarrow$$

$$\Delta \Gamma^2 = 169 \Leftrightarrow \Delta \Gamma = \sqrt{169} \Leftrightarrow \Delta \Gamma = 13\text{m}$$

$$\text{Συνεπώς: } (E\Delta \Gamma Z) = \Delta \Gamma \cdot \Delta H = 13 \cdot 3 = 39\text{m}^2$$

$$(AB\Gamma\Delta) = \frac{(20+15) \cdot 12}{2} = 35.6 = 210\text{m}^2$$

$$(ABZ\epsilon) = 210 - 39 = 171\text{m}^2$$

10.4 Άλλοι τύποι για το εμβαδόν τριγώνου

Με τη βοήθεια του βασικού τύπου για το εμβαδόν ενός τριγώνου $AB\Gamma$, με μήκη πλευρών α, β, γ , προκύπτουν και οι επόμενοι τύποι:

- i) $E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ (τύπος του Ήρωνα), όπου τ η ημιπερίμετρος του τριγώνου.
- ii) $E = \tau\rho$, όπου ρ η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.
- iii) $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$, όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

Τέλος, το εμβαδόν E ενός τριγώνου $AB\Gamma$ δίνεται και από τον (τριγωνομετρικό) τύπο:

$$E = \frac{1}{2} \beta\gamma\mu A = \frac{1}{2} \gamma\alpha\mu B = \frac{1}{2} \alpha\beta\mu\Gamma.$$

ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΗΜΙΤΟΝΩΝ

Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ να αποδειχθεί ότι: $\frac{\alpha}{\mu A} = \frac{\beta}{\mu B} = \frac{\gamma}{\mu\Gamma} = 2R$.

Απόδειξη

Από τις ισότητες $E = \frac{1}{2} \beta\gamma\mu A$ και $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$ προκύπτει ότι $\frac{1}{2} \beta\gamma\mu A = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$ ή $\mu A = \frac{\alpha}{2R}$ ή $\frac{\alpha}{\mu A} = 2R$. Όμοια προκύπτει $\frac{\beta}{\mu B} = 2R$, $\frac{\gamma}{\mu\Gamma} = 2R$, από τις οποίες συμπεραίνουμε το ζητούμενο.

Για το επόμενο μάθημα: Ερωτ. Κατανόησης 1, 2, 3 (σελ. 79)