21636

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, με μήκη πλευρών ΑΒ=6, ΑΓ=8, και ΒΓ=10.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)

β) Αν ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ τότε:

i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\lambda = \frac{3}{4}$. (Μονάδες 10)

ii. Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{(AB\Delta)}{(A\Gamma\Delta)}$. (Μονάδες 5)

ΛΥΣΗ

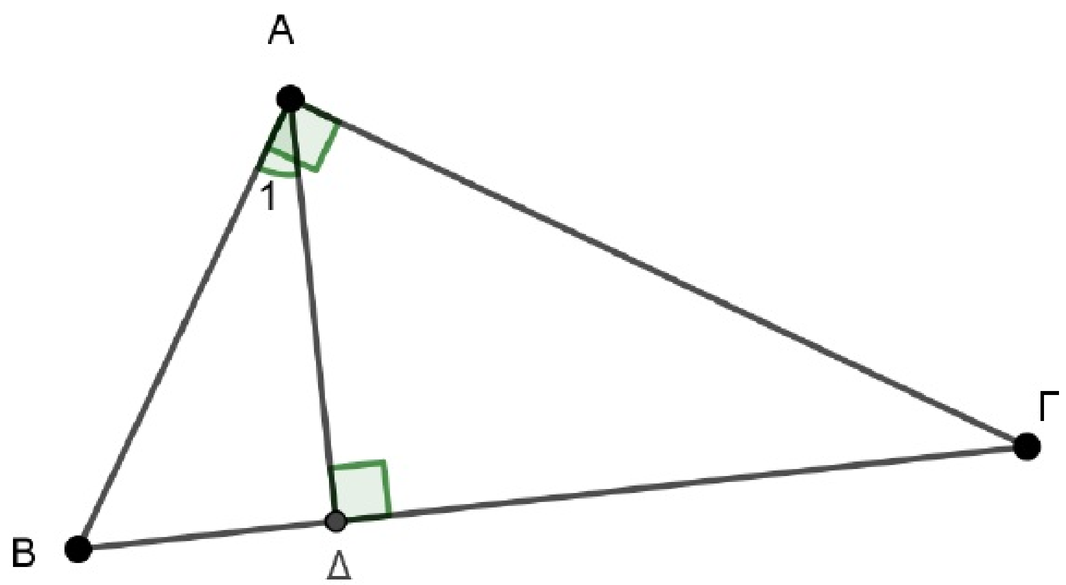
α) Από τα δεδομένα έχουμε: ΑΒ=6, ΑΓ=8, και ΒΓ=10, οπότε ΒΓ > ΑΒ, ΑΓ.

Επίσης $B\Gamma^2 = 10^2 = 100$ και $AB^2 + A\Gamma^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$.

Άρα $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$, οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ, είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα τη ΒΓ και ορθή γωνία την Α.

β)

i.



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΔ είναι: $\widehat{A}_1 + \widehat{B} = 90^0$.

Επίσης στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι: $\widehat{\Gamma} + \widehat{B} = 90^0$.

Οπότε $\widehat{A}_1 + \widehat{B} = \widehat{\Gamma} + \widehat{B}$ ή $\widehat{A}_1 = \widehat{\Gamma}$. Επομένως τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΔ, ΑΓΔ είναι όμοια, με λόγο ομοιότητας $\lambda = \frac{AB}{A\Gamma} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

ii. Γνωρίζουμε ότι ο λόγος των εμβαδών ομοίων τριγώνων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας.

Οπότε λόγω του ερωτήματος (β, ι) θα είναι: $\frac{(AB\Delta)}{(A\Gamma\Delta)} = \lambda^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$.