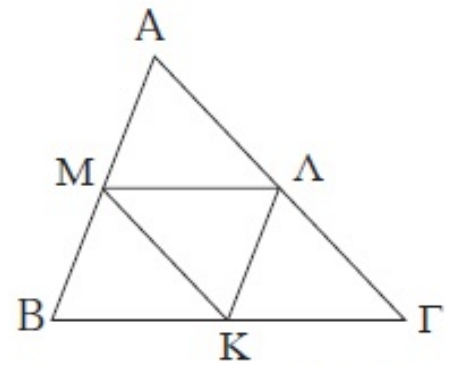


Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\alpha = 13$, $\beta = 14$ και $\gamma = 15$ (σχ.18).

Να υπολογίσετε:

- το εμβαδόν του,
- τα ύψη του,
- τις ακτίνες του εγγεγραμμένου και του περιγεγραμμένου κύκλου,
- το εμβαδόν του τριγώνου με κορυφές τα μέσα των πλευρών του $AB\Gamma$.



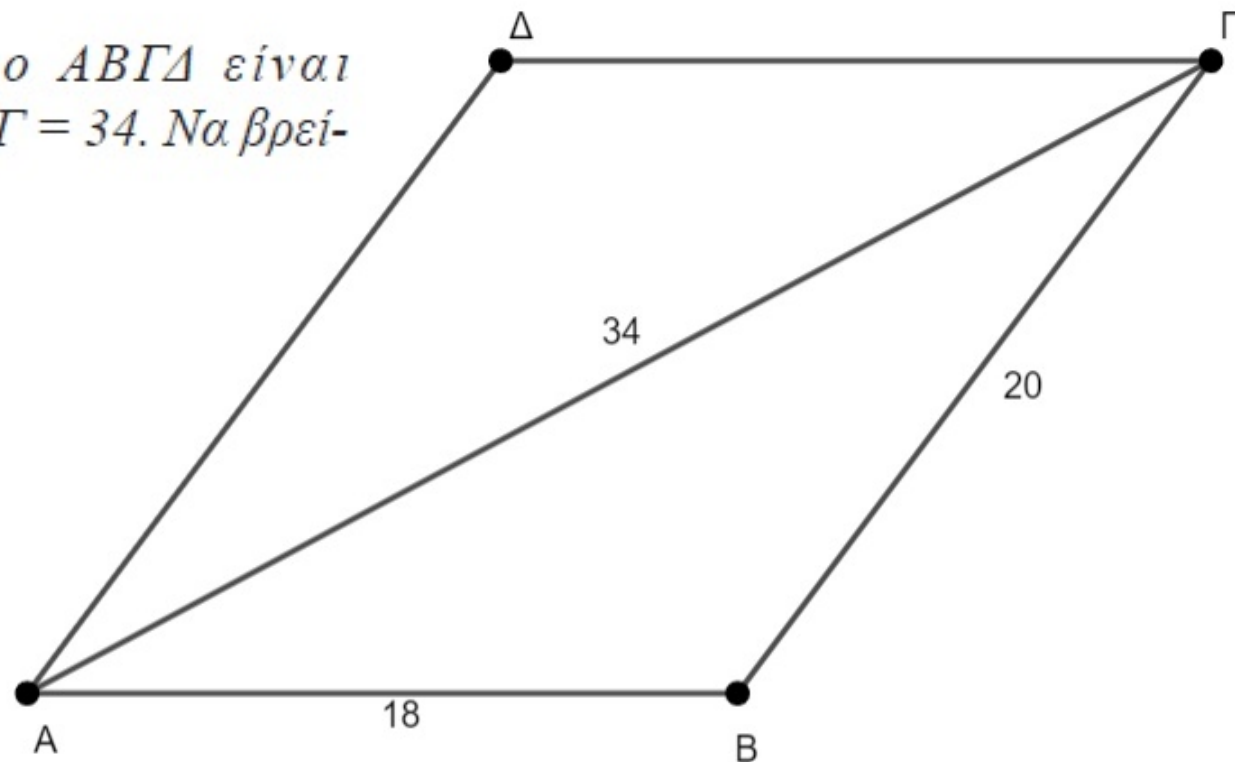
Σχήμα 18

Λύση

- Έχουμε $\tau = \frac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma) = 21$ οπότε με αντικατάσταση των δεδομένων στον τύπο του Ήρωνα παίρνουμε: $E = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 84$.
- Έχουμε $E = \frac{1}{2} \alpha v_\alpha$ ή $84 = \frac{1}{2} 13 v_\alpha$ ή $v_\alpha = \frac{168}{13}$. Όμοια βρίσκουμε ότι $v_\beta = 12$ και $v_\gamma = \frac{56}{5}$.
- Από τους τύπους $E = \tau \cdot \rho$ και $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$ προκύπτουν αντίστοιχα ότι $\rho = 4$ και $R = \frac{65}{8}$.
- Έχουμε $M\Lambda = \frac{13}{2}$, $MK = 7$, και $K\Lambda = \frac{15}{2}$, οπότε από τον τύπο του Ήρωνα προκύπτει πάλι ότι $(K\Lambda M) = 21$.

Ασκήσεις Εμπέδωσης

- Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB = 18$, $B\Gamma = 20$ και $A\Gamma = 34$. Να βρείτε το εμβαδόν του.



$$(AB\Gamma\Delta) = 2(AB\Gamma) = 2\sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)} = \\ = 2\sqrt{36 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 2} = 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 4 = 12 \cdot 16 = 192$$

$$\tau = \frac{18+20+34}{2} = \frac{72}{2} = 36$$