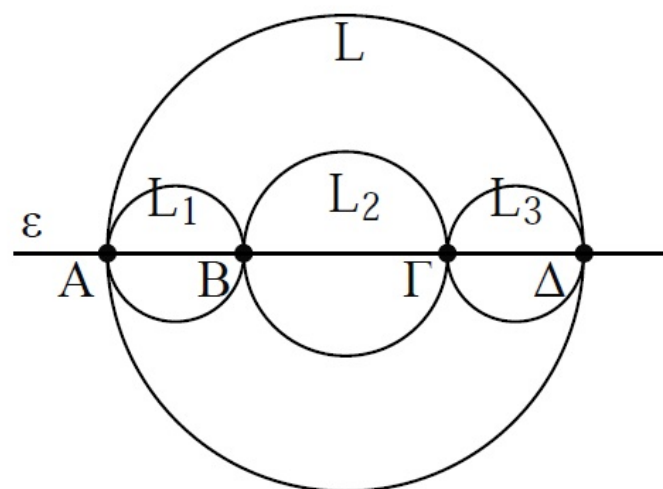


Ασκήσεις Εμπέδωσης

1. Πάνω σε ευθεία ε θεωρούμε διαδοχικά τα σημεία A, B, Γ και Δ . Αν L_1, L_2, L_3 , και L είναι τα μήκη των κύκλων με διαμέτρους $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και $A\Delta$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι $L_1 + L_2 + L_3 = L$.

1. Έχουμε:

$$\begin{aligned} L_1 + L_2 + L_3 &= 2\pi \frac{AB}{2} + 2\pi \frac{B\Gamma}{2} + 2\pi \frac{\Gamma\Delta}{2} = \\ &= 2\pi \frac{AB + B\Gamma + \Gamma\Delta}{2} = 2\pi \frac{A\Delta}{2} = L. \end{aligned}$$



2. Να βρείτε το μήκος του εγγεγραμμένου κύκλου σε κανονικό εξάγωνο πλευράς 10cm .

2. Ο κύκλος αυτός έχει ακτίνα το απόστημα α_6 του 6-γώνου.

Είναι $\alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$, $\lambda_6 = R$ και επειδή $\lambda_6 = 10$ προκύπτει $\alpha_6 = 5\sqrt{3}$, οπότε το ζητούμενο μήκος L του κύκλου είναι: $L = 2\pi\alpha_6 = 2\pi \cdot 5\sqrt{3} = 10\pi\sqrt{3}$.

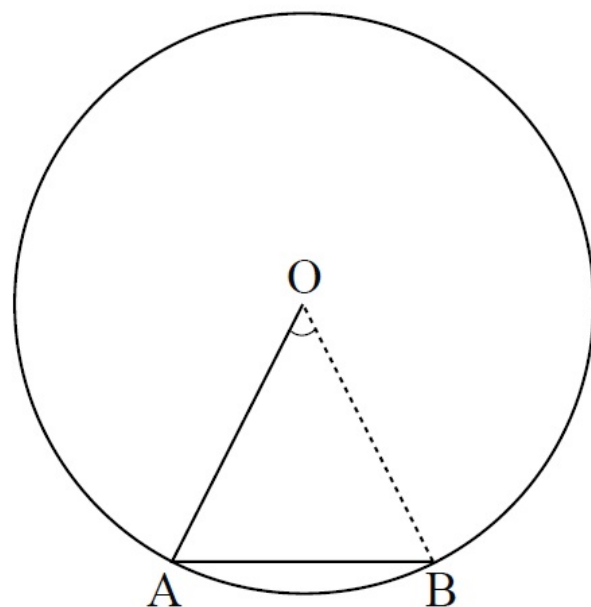
3. Να βρεθεί το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί στην πλευρά κανονικού 10-γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 5cm .

3. Έστω $AB = \lambda_{10}$. Τότε: $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$,

οπότε το μήκος $\ell_{\widehat{AB}}$ του $\widehat{AB}$ δίνεται

$$\text{από την: } \ell_{\widehat{AB}} = \frac{\pi R \mu^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi \cdot 5 \cdot 36^\circ}{180^\circ} = \pi,$$

δηλαδή $\ell_{\widehat{AB}} = \pi \text{ cm}$.



Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

ΘΕΩΡΗΜΑ

Το εμβαδόν E ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας R δίνεται από τη σχέση

$$E = \pi R^2.$$

11.7 Εμβαδόν κυκλικού τομέα και κυκλικού τμήματος

► Κυκλικός Τομέας

Θεωρούμε έναν κύκλο (O, R) και μία επίκεντρη γωνία $A\hat{O}B$ (σχ.18). Το σύνολο των κοινών σημείων της επίκεντρης γωνίας $A\hat{O}B$ και του κυκλικού δίσκου (O, R) λέγεται **κυκλικός τομέας** κέντρου O και ακτίνας R . Ο κυκλικός αυτός τομέας συμβολίζεται $O\widehat{AB}$. Αν η επίκεντρη γωνία $A\hat{O}B$ είναι μ° , λέμε ότι και ο κυκλικός τομέας $O\widehat{AB}$ είναι μ° . Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ορίζεται ανάλογα με το εμβαδόν του κύκλου και συμβολίζεται $(O\widehat{AB})$.

$$(O\widehat{AB}) = \frac{\pi R^2 \mu}{360} \quad (O\widehat{AB}) = \frac{1}{2} \alpha R^2$$

► Κυκλικό τμήμα

Έστω ένας κύκλος (O, R) και μια χορδή του AB (σχ.20). Η AB χωρίζει τον κυκλικό δίσκο σε δύο μέρη που βρίσκονται εκατέρωθεν αυτής. Καθένα από αυτά τα μέρη λέγεται **κυκλικό τμήμα**. Το εμβαδόν ε του κυκλικού τμήματος που περιέχεται στην κυρτή γωνία $A\hat{O}B$ υπολογίζεται με τη βοήθεια της ισότητας

$$\varepsilon = (O\widehat{AB}) - (OAB),$$

δηλαδή αφαιρώντας από το εμβαδόν του κυκλικού τομέα $O\widehat{AB}$ το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

Για το επόμενο μάθημα: Ασκ. Εμπ.: 1, 2 (σελ. 107)