

Ασκήσεις στα όρια

1. Να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός a ώστε η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + a}{x^2 + 4x + 3}$$
να έχει όριο πραγματικό αριθμό όταν το x τείνει στο -1 .
2. Να προσδιορίσετε τους α, β ώστε η συνάρτηση f με τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + (\beta + 2)x + 2, & x < -1 \\ 8x^2 + a + \beta, & -1 \leq x \leq 1 \\ -ax + \beta, & x > 1 \end{cases}$$
να έχει όριο σε κάθε σημείο του πεδίου ορισμού της.
3. Να εξετάσετε αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3| + x^2 - 5x + 6}{x-3}$
4. Να βρεθούν τα επόμενα όρια :
 - α. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 + 5x^2 - 17x + 6}$
 - β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$
 - γ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{(x-3)^3(x+3)}$
 - δ. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{|x| - 1}$
5. Να βρεθούν τα επόμενα όρια :
 - α. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^2}{2\sqrt{x} - 3x + 1}$
 - β. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x\sqrt{x} - 3x + 2\sqrt{x}}$
6. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ σε κάθε περίπτωση:
 - α. $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) - 2x^2 + x - 1) = 2$
 - β. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 1}{x - 3} = 8$
 - γ. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2x}{2x^2 - 18} = 5$
7. Αν για τις συναρτήσεις f και g ισχύει: $|\sin x - 1| \leq f(x) \leq |x|$ και $e^x - 1 \leq g(x) \leq x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να βρεθούν τα όρια:
 - α. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 - β. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$
8. Έστω συναρτήσεις f και g με πεδίο ορισμού $\mathbb{R}$ και τέτοιες ώστε να ισχύουν:
 $\lim_{x \rightarrow 0} [(\sqrt{x+4} - 2)g(x)] = 5$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$
Να βρείτε τα όρια:
 - α. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 - β. $\lim_{x \rightarrow 0} (g(x) \cdot \eta\mu x)$
9. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ και $x \cdot f(x) \geq \eta\mu x$. Βρείτε το $f(0)$
10. Να προσδιορίσετε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + \alpha} - \beta}{1 - \sin x} = 1$
11. Έστω συνάρτηση για την οποία ισχύει: $\sqrt{5x+6} \leq f(x) \leq \frac{5x+22}{8}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$