Κατηγορία – Μέθοδος 1

Εύρεση του παραγώγου αριθμού της f στο x_0 με χρήση του ορισμού

Έλεγχος για το αν είναι παραγωγίσιμη ή όχι μία συνάρτηση σε σημείο x_0 με χρήση του ορισμού.

Παράδειγμα 1

α) $f(x) = 1 + ημ^2 x \quad , \quad x_0 = 0$

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 + ημ^2 x - 1}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{ημ^2 x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{ημx}{x} \cdot \lim_{x \to 0} ημx =$$

$$= 1 \cdot 0 = 0$$

β) $f(x) = 2\sqrt{x-3} + 5x + 1 \,,\, x_0 = 3 \,,\, f(3) = 16$

$$\lim_{x \to 3} \frac{2\sqrt{x-3} + 5x + 1 - 16}{x-3} = \lim_{x \to 3} \frac{2\sqrt{x-3}}{x-3} + \lim_{x \to 3} \frac{5(x-3)}{x-3} =$$

$$\lim_{x \to 3} \frac{2}{\sqrt{x-3}} + 5 = +\infty$$

Παράδειγμα 2

$$f(x)=\sqrt{x+2}\,,\quad x\geq -2$$

$$\lim_{x\to -2^+}\frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\lim_{x\to -2^+}\frac{\sqrt{x+2}-0}{x+2}=\lim_{x\to -2^+}\frac{1}{\sqrt{x+2}}=+\infty$$

Παράδειγμα 3:

Έστω συνάρτηση f τέτοια ώστε $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}=2$ **και** $f(x+y)=f(x)+f(y)+5xy,\ \ x,y\in R$ **.**

Να βρείτε την $f'(3)$**.**

Λύση

Είναι $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(3)+f(h)+15h-f(3)}{h}$

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{f(h)+15h}{h}\right)=\lim_{h\to 0}\left(\frac{f(h)}{h}+15\right)=\lim_{h\to 0}\frac{f(h)}{h}+15=2+15=17=f'(3)$$