

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = x^3$ και $g(x) = 4x$
 Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που
 περικλείεται από:

α) τις γραμμικές παραβάσεις C_f και C_g .

β) τις γραμμικές παραβάσεις C_f , C_g και τις
 ευθείες $x=2$, $x=3$

γ) τις γραμμικές παραβάσεις C_f , C_g και τις ευθείες
 $x=-2$, $x=3$.

α) Θέτουμε συνάρτηση $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 - 4x =$
 $x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2)$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
x		-	-	0	+
$x-2$		-	-	-	0
$x+2$		-	0	+	+
$h(x)$		-	0	+	0

άρα $f(x) > g(x)$ για $x \in (-2, 0) \cup (2, +\infty)$
 και $f(x) < g(x)$ για $x \in (-\infty, -2) \cup (0, 2)$

$$\begin{aligned} \text{Επίσης } f(-2) &= g(-2) = -8 \\ f(0) &= g(0) = 0 \\ f(2) &= g(2) = 8 \end{aligned}$$

$$E(0) = \int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx - \int_0^2 (f(x) - g(x)) dx =$$

$$\int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_2^0 (x^3 - 4x) dx =$$

$$\left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_{-2}^0 + \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_2^0 =$$

$$(0-0) - \left(\frac{16}{4} - \frac{16}{2} \right) + (0-0) - \left(\frac{16}{4} - \frac{16}{2} \right) =$$

$$-(4-8) - (4-8) = -(-4) - (-4) = 4+4=8 \text{ т.л.}$$

$$b) E(\square) = \int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx = \int_{-2}^3 (x^3 - 4x) dx = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{4x^2}{2} \right]_{-2}^3 =$$

$$\left(\frac{81}{4} - 18 \right) - \left(\frac{16}{4} - 8 \right) = 2,25 - (-4) = 6,25 \text{ т.л.}$$

$$g) E(\square) = \int_{-2}^0 |f(x) - g(x)| dx + \int_0^2 |f(x) - g(x)| dx + \int_2^3 |f(x) - g(x)| dx$$

$$= 8 + 6,25 = 14,25 \text{ т.л.}$$