Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x)=\frac{(2x+8)(x-3)}{x^2-9}$. Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες και να γίνει η γραφική της παράσταση.

2) $f(x)=\frac{(2x+8)(x-3)}{x^2-9}$

$A_f=\mathbb{R}-\{3,-3\}$

για $x\neq3$, $x\neq-3$ η $f(x)$ γράφεται:

$f(x)=\frac{2x+8}{x+3}$

$\lim_{x\to3} f(x)=\frac{14}{6}$

$\lim_{x\to-3^-} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to-3^+} f(x)=-\infty$

η $x=-3$ είναι κατακ. ασύμπτωτη της C_f

$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+8}{x^2+3x}=0$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+8}{x+3}=2$

η $y=2$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη της

C_f στο $+\infty$.

ομοίως και στο $-\infty$.

$f'(x)=\frac{2(x+3)-(2x+8)}{(x+3)^2}=\frac{2x+6-2x-8}{(x+3)^2}=$

$=\frac{-2}{(x+3)^2}<0$, άρα $f(x)\searrow A_f$

$f''(x)=\left(-\frac{2}{(x+3)^2}\right)'=-2(x+3)^{-2}=4(x+3)^{-3}=\frac{4}{(x+3)^3}$

$f''(x) > 0 \Leftrightarrow (x+3)^3 > 0 \Leftrightarrow x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$

$f''(x) < 0 \Leftrightarrow (x+3)^3 < 0 \Leftrightarrow x+3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$

Σ τ με άξονες: $f(0) = 8/3$, $f(-4)=0$ $A(0,8)$, $B(-4,0)$

Πίνακας μεταβολών.

x	$-\infty$	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	
$f''(x)$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	↘	↘	↘	↘	↘	
		$f(-4)=0$	$x=-3$	$f(0)=8/3$