

2. Δίνονται οι κύκλοι $C_1 : (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2$ και $C_2 : x^2 + (y+1)^2 = 3^2$.

- (i) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης ε του κύκλου C_1 στο σημείο $A(5, -1)$.
 (ii) Να αποδειχτεί ότι η ε εφάπτεται και του κύκλου C_2 .

ΛΥΣΗ

Ο κύκλος C_1 έχει κέντρο $K(2, 3)$ και ακτίνα 5, ενώ ο κύκλος C_2 έχει κέντρο $\Lambda(0, -1)$ και ακτίνα 3.

- (i) Γνωρίζουμε από τη Γεωμετρία ότι ένα σημείο $M(x, y)$ ανήκει στην ε , αν και μόνο αν $AM \perp KA$, δηλαδή, αν και μόνο αν

$$\overrightarrow{KA} \cdot \overrightarrow{AM} = 0. \quad (1)$$

Όμως, $\overrightarrow{KA} = (3, -4)$ και $\overrightarrow{AM} = (x-5, y+1)$.

Έτσι, η (1) γράφεται διαδοχικά

$$3(x-5) - 4(y+1) = 0$$

$$3x - 4y - 19 = 0.$$

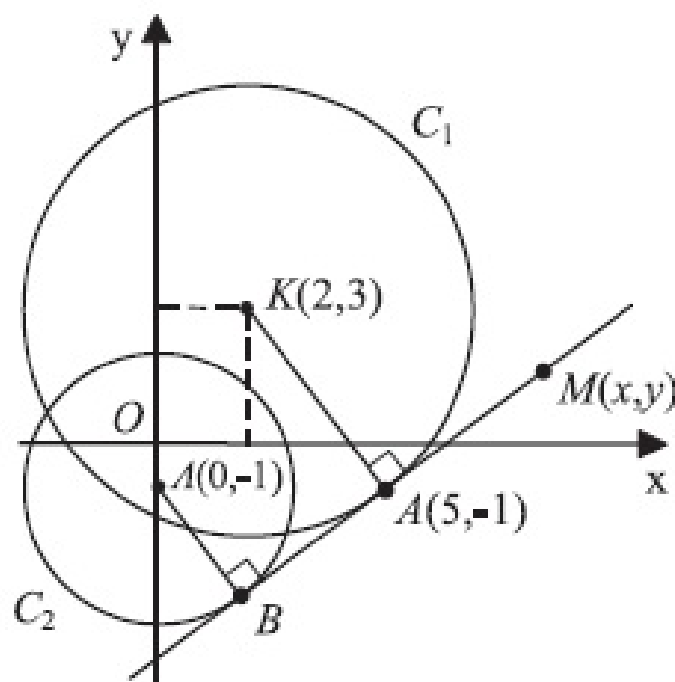
Άρα, η εξίσωση της ε είναι:

$$3x - 4y - 19 = 0. \quad (2)$$

- (ii) Για να δείξουμε ότι η ε εφάπτεται του κύκλου C_2 , αρκεί να δείξουμε ότι η απόσταση του κέντρου $\Lambda(0, -1)$ του C_2 από την ε είναι ίση με την ακτίνα του C_2 , δηλαδή ίση με 3.

Έχουμε λοιπόν:

$$d(\Lambda, \varepsilon) = \frac{|3 \cdot 0 - 4(-1) - 19|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$



Για το επόμενο μάθημα: Άσκ. Α' Ομάδας 3 (σελ. 87)