

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sin 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α)

i. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

(Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο $\mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

α)

i. Η συνάρτηση είναι της μορφής $f(x) = \rho \sin \omega x$, $\rho > 0$ με $\rho=3$ και $\omega = 2$, οπότε η μέγιστη τιμή της f είναι ίση με 3 και η ελάχιστη τιμή της f είναι ίση με -3.

ii. Η περίοδος της f είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi$.

β) $f(x) = -3$ αν και μόνο αν $3\sin 2x = -3 \Leftrightarrow \sin 2x = -1$ τότε $2x = 2k\pi \pm \pi \Leftrightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) - 2\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)$.

α) Να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$.

(Μονάδες 5)

β) Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sigma\upsilon\nu x$.

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$.

(Μονάδες 12)

ΛΥΣΗ

α) Είναι: $\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) = \sigma\upsilon\nu(6 \cdot 2\pi + \pi + x) = \sigma\upsilon\nu(\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$.

β) Είναι $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sigma\upsilon\nu x$.

Άρα $f(x) = -2\sigma\upsilon\nu x - 2\sigma\upsilon\nu x = -4\sigma\upsilon\nu x$.

γ) Λύνουμε την εξίσωση $f(x) = -2 \Leftrightarrow -4\sigma\upsilon\nu x = -2 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow$

$x = 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{3}, \kappa \in \mathbb{Z}$.