4. Να αποδείξετε ότι:

iii) $\frac{1}{2}\log_{10}25+\frac{1}{3}\log_{10}8-\frac{1}{5}\log_{10}32=1-\log_{10}2$

iii) $\frac{1}{2}\log_{10}25+\frac{1}{3}\log_{10}8-\frac{1}{5}\log_{10}32=\frac{1}{2}\log_{10}25+\frac{1}{3}\log_{10}8-\frac{1}{5}\log_{10}32$

$$=\log_{10}\sqrt{25}+\log_{10}\sqrt[3]{8}-\log_{10}\sqrt[5]{32}$$

$$=\log_{10}5+\log_{10}2-\log_{10}2$$

$$=\log_{10}5\cdot 2-\log_{10}2$$

$$=\log_{10}10-\log_{10}2$$

$$=1-\log_{10}2$$

iv) $2^{\log_2 6-2\log_2\sqrt{3}}=2$

iv) $2^{\log_2 6-2\log_2\sqrt{3}}=2^{\log_2 6-\log_2\sqrt{3}^2}$

$$=2^{\log_2 6-\log_2 3}$$

$$=2^{\log_2\frac{6}{3}}$$

$$=2^{\log_2 2}$$

$$=2^1$$

$$=2$$

v) $2\log_2(2+\sqrt{2})+\log_2(6-4\sqrt{2})=2$

v) $2\log_2(2+\sqrt{2})+\log_2(6-4\sqrt{2})=\log_2\left(2+\sqrt{2}\right)^2+\log_2(6-4\sqrt{2})$

$$=\log_2(4+4\sqrt{2}+2)+\log_2(6-4\sqrt{2})$$

$$=\log_2(6+4\sqrt{2})+\log_2(6-4\sqrt{2})$$

$$=\log_2((6+4\sqrt{2})(6-4\sqrt{2}))$$

$$=\log_2(6^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2)$$

$$=\log_2(36-32)$$

$$=\log_2 4$$

$$=\log_2 2^2$$

$$=2$$

5. Ο αριθμός των βακτηριδίων που εμφανίζονται σε μια καλλιέργεια μετά από t ώρες δίνεται από τον τύπο $Q(t) = Q_0 e^{0,34t}$, όπου Q_0 είναι ο αρχικός αριθμός των βακτηριδίων. Πόσος χρόνος θα περάσει ώστε ο αριθμός των βακτηριδίων να δεκαπλασιασθεί;

Θέλουμε να βρούμε για ποιο t έχουμε $Q(t) = 10Q_0$

$$\Leftrightarrow Q_0 e^{0,34t} = 10Q_0$$
$$\Leftrightarrow e^{0,34t} = 10$$
$$\Leftrightarrow \ln e^{0,34t} = \ln 10$$
$$\Leftrightarrow 0,34t \simeq 2,3026$$
$$\Leftrightarrow t \simeq 6,77$$

Δηλαδή ο αριθμός των βακτηριδίων θα δεκαπλασιστεί σε 6 ώρες και 46 λεπτά.

Β΄ ΟΜΑΔΑΣ

1. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

i) $4^{1-\frac{1}{2}\log_2 3}$ **ii)** $9^{\frac{1}{2}\log_3 18-1}$

i) $$4^{1-\frac{1}{2}\log_2 3} = (2^2)^{1-\frac{1}{2}\log_2 3} = 2^{2-\log_2 3} = \frac{2^2}{2^{\log_2 3}} = \frac{4}{3}$$

ii) $$9^{\frac{1}{2}\log_3 18-1} = (3^2)^{\frac{1}{2}\log_3 18-1} = 3^{\log_3 18-2} = \frac{3^{\log_3 18}}{3^2} = \frac{18}{9} = 2$$