

4. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $\frac{x-2}{x+1} > 0$

ii) $\frac{2x+1}{x-3} \leq 0$

$$x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$$

$$\frac{x-2}{x+1} > 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1) > 0$$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
x-2	-	-	0	+
x+1	-	0	+	+
δ'v	+		-	+

$$x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

$$x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$$

$$\frac{2x+1}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow (2x+1)(x-3) \leq 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
2x+1	-	0	+	+
x-3	-	-	0	+
δ'v	+		-	+

$$x \in [-\frac{1}{2}, 3)$$

5. Να λύσετε τις ανισώσεις:

iv) $\frac{x}{3x-5} \leq \frac{2}{x-1}$

$$3x-5 \neq 0 \text{ ή } x \neq 5/3$$

$$x-1 \neq 0 \text{ ή } x \neq 1$$

$$\frac{\overbrace{x-1}^{x-1}}{3x-5} - \frac{\overbrace{2}^{3x-5}}{x-1} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x(x-1)-2(3x-5)}{(3x-5)(x-1)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2-x-6x+10}{3x^2-3x-5x+5} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2-7x+10}{3x^2-8x+5} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$(x^2-7x+10)(3x^2-8x+5) \leq 0$$

$$\Delta_1 = 49-40=9$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm 3}{2} = < \frac{5}{2}$$

$$\Delta_2 = 64-60=4$$

$$x_{3,4} = \frac{8 \pm 2}{6} = < \frac{5}{3}$$

x	$-\infty$	1	$\frac{5}{3}$	2	5	$+\infty$	
$x^2-7x+10$	+		+		0 - 0	+	
$3x^2-8x+5$	+	0	- 0	+	+	+	
y^{iv}	+		-		+	0 - 0	+

$$x \in (1, \frac{5}{3}) \cup [2, 5]$$

$$v) \frac{x}{2x-1} \geq \frac{3}{x+2}$$

$$2x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$$

$$\frac{x}{2x-1} \geq \frac{3}{x+2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\overbrace{x+2}^{x+2}}{2x-1} - \frac{\overbrace{2x-1}^{2x-1}}{3} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x(x+2)-3(2x-1)}{(2x-1)(x+2)} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2+2x-6x+3}{2x^2+4x-x-2} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x-2} \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$(x^2-4x+3)(2x^2+3x-2) \geq 0$$

$$\Delta_1 = 16 - 12 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\Delta_2 = 9 + 16 = 25$$

$$x_{3,4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{matrix} -2 \\ 1/2 \end{matrix}$$

x	$-\infty$	-2	$1/2$	1	3	$+\infty$
x^2-4x+3	+	+	+	○	○	+
$2x^2+3x-2$	+	○	○	+	+	+
xv	+	-	+	○	○	+

$$x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1}{2}, 1] \cup [3, +\infty)$$

B' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να λύσετε τις ανισώσεις:

ii) $\sqrt{x-3} > x-5$

$$x-3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3$$

Για $x-5 \geq 0$ ή $x \geq 5$:

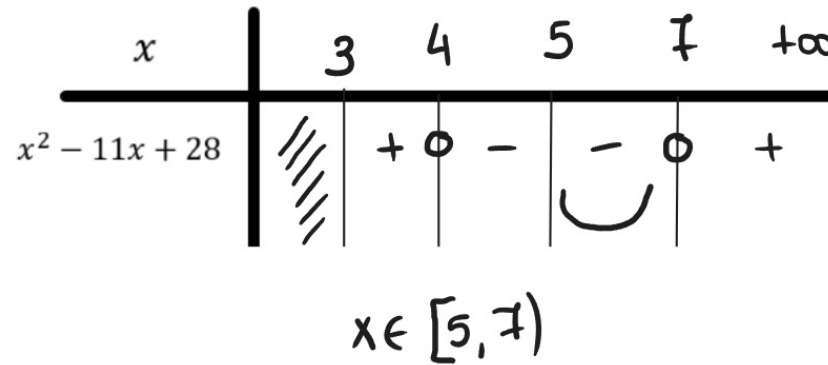
$$(\sqrt{x-3})^2 > (x-5)^2$$

$$x-3 > x^2-10x+25 \Leftrightarrow$$

$$0 > x^2-11x+28$$

$$\Delta = 121 - 112 - 9$$

$$x_{1,2} = \frac{11 \pm 3}{2} = \begin{matrix} 7 \\ 4 \end{matrix}$$



Για $3 \leq x < 5$

η ανίσωση ικνύε
αφά $\sqrt{x-3} \geq 0$

και $x-5 < 0$

άρα $\sqrt{x-3} > x-5$

Τελικά, η ανίσωση ικνύε για
κάθε $x \in [3, 7)$