

2^ο Να λυθεί η εξίσωση $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ΛΥΣΗ

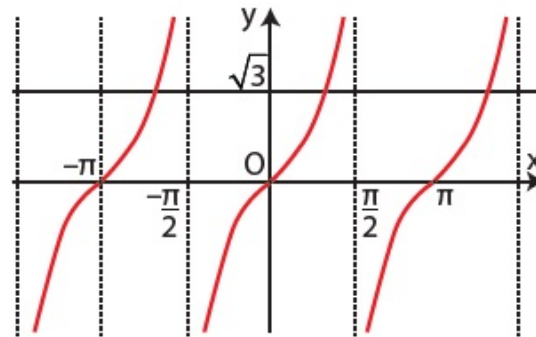
Επειδή $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ισχύει $\sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ δηλαδή $\sin \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Έχουμε επομένως $\sin 2x = \sin \frac{5\pi}{6}$, οπότε

$$\begin{cases} 2x = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \\ \text{ή} \\ 2x = 2\kappa\pi - \frac{5\pi}{6} \end{cases}, \quad \kappa \in \mathbb{Z} \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad \begin{cases} x = \kappa\pi + \frac{5\pi}{12} \\ \text{ή} \\ x = \kappa\pi - \frac{5\pi}{12} \end{cases}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

Η εξίσωση $\epsilon\phi x = a$

Έστω η εξίσωση $\epsilon\phi x = \sqrt{3}$. Όπως γνωρίζουμε η συνάρτηση $\epsilon\phi$ είναι περιοδική με περίοδο π . Επομένως, για να λύσουμε την εξίσωση, αρκεί να βρούμε τις λύσεις της σε ένα διάστημα πλάτους π , π.χ. το $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ και να προσθέσουμε σε αυτές το $\kappa\pi$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.



Όπως φαίνεται όμως και στο σχήμα, μια μόνο λύση της εξίσωσης $\epsilon\phi x = \sqrt{3}$

υπάρχει στο διάστημα αυτό. Η λύση αυτή είναι η $\frac{\pi}{3}$, γιατί $\epsilon\phi \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$.

Επομένως οι λύσεις της εξίσωσης $\epsilon\phi x = \sqrt{3}$ είναι: $x = \kappa\pi + \frac{\pi}{3}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

Γενικότερα, αν θ είναι μια λύση της εξίσωσης $\epsilon\phi x = a$, αν δηλαδή ισχύει $\epsilon\phi x = \epsilon\phi \theta$, τότε οι λύσεις της εξίσωσης αυτής είναι:

$$x = \kappa\pi + \theta, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

Ο ίδιος τύπος λύσεων ισχύει και για την εξίσωση $\sigma\phi x = a$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1^ο Να λυθεί η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = -1$

ΛΥΣΗ

Επειδή $\varepsilon\varphi \frac{\pi}{4} = 1$, ισχύει $\varepsilon\varphi \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$. Έχουμε επομένως $\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi \left(-\frac{\pi}{4}\right)$,
οπότε

$$x = \kappa\pi - \frac{\pi}{4}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

2^ο Να λυθεί η εξίσωση $\sigma\varphi x = \sqrt{3}$

ΛΥΣΗ

Επειδή $\sigma\varphi \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$, έχουμε $\sigma\varphi x = \sigma\varphi \frac{\pi}{6}$, οπότε οι λύσεις της εξίσωσης είναι

$$x = \kappa\pi + \frac{\pi}{6}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$