

3.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ

1.

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Αν $M(x, y)$ είναι το σημείο στο οποίο η τελική πλευρά της γωνίας ω τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο, τότε θα είναι:

$$x = \sigma\upsilon\nu\omega \text{ και } y = \eta\mu\omega$$

Επειδή όμως,

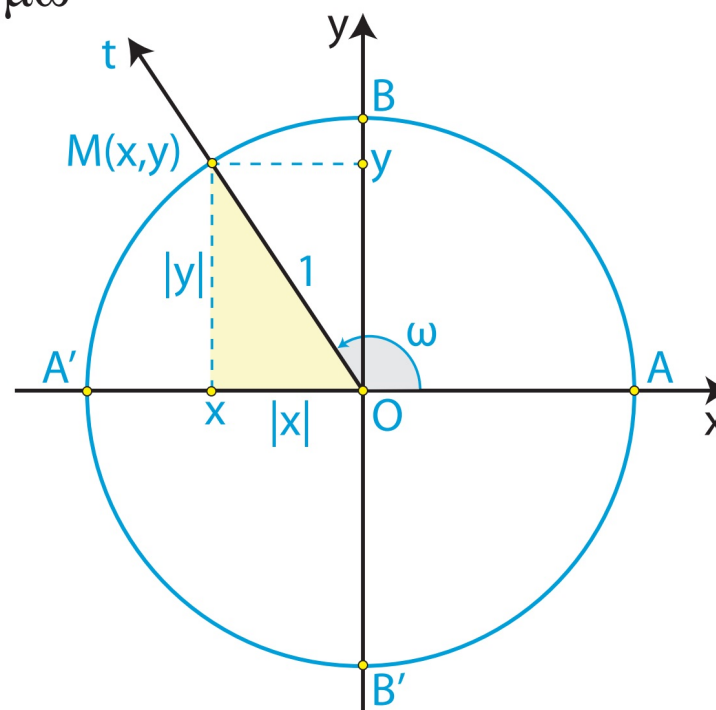
$$(OM) = 1 \text{ και } (OM)^2 = |x|^2 + |y|^2 = x^2 + y^2$$

θα ισχύει:

$$x^2 + y^2 = 1,$$

οπότε θα έχουμε:

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu^2\omega = 1$$



2.

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \quad \text{και} \quad \sigma\varphi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Στο ίδιο σχήμα έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{y}{x} = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \quad (\text{εφόσον } x = \sigma\upsilon\nu\omega \neq 0)$$

$$\sigma\varphi\omega = \frac{x}{y} = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} \quad (\text{εφόσον } y = \eta\mu\omega \neq 0).$$

3.

$$\varepsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\omega = 1$$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

Είναι:

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \quad \text{και} \quad \sigma\varphi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} \quad (\text{εφόσον } \sigma\upsilon\nu\omega \neq 0 \text{ και } \eta\mu\omega \neq 0)$$

Επομένως:

$$\varepsilon\varphi\omega \cdot \sigma\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} = 1.$$