

Π1 - ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

1. Να αποδειχθεί ότι αν η εξίσωση $\lambda(x-1) + \mu = x+3$ είναι ταυτότητα, τότε η εξίσωση $\lambda^2(x-1) + \mu^2 = x+9$ είναι αδύνατη.
2. Δίνεται η εξίσωση $\lambda(\lambda x - 2) - (x - 2) = 0$. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει:
α) λύση το 2
β) μοναδική λύση το 2.
3. Δίνεται η εξίσωση $\alpha x - 6 - 2(2x - \beta) = 0$. Να βρεθούν οι τιμές των α και β ώστε η παραπάνω εξίσωση:
α) να έχει ακριβώς μία λύση
β) να είναι αδύνατη
γ) να είναι ταυτότητα
4. Να λυθεί η εξίσωση $x^2 + 4x + 5\lambda - 6 = 0$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.
5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \lambda - 1 = 0$
 - i. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
 - ii. Να βρεθεί το λ ώστε $(x_1 + x_2)^2 - 5x_1 \cdot x_2 = 1$
6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 2 - \lambda = 0$. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.
7. Για ποιές τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $x^2 - 3\lambda x - (\lambda + 3) = 0$ έχει ρίζα το -1; Να εξετάσετε αν η ρίζα αυτή είναι διπλή.
8. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - 2x + 2\lambda - 1 = 0$
 - i. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα.
 - ii. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζα το $x=3$.
 - iii. Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε η εξίσωση να έχει γινόμενο ριζών το 5.
9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 3x - 1 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$, $x_1^2 + x_2^2$ και $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$.
10. Αν η εξίσωση $2x^2 + (2\kappa - 6\lambda)x + 2\kappa\lambda = 0$ έχει δύο ίσες ρίζες, να αποδειχθεί ότι η $x^2 + (\kappa - 5\lambda)x + 4\lambda^2 = 0$ έχει μία διπλή ρίζα.
11. Να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η μία ρίζα της $x^2 - 3\lambda x + 4\lambda + 6 = 0$ να είναι διπλάσια της άλλης.
12. Να βρεθεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - 3x - (2\lambda - 1) = 0$:
α) να έχει δύο ρίζες ετερόσημες.
β) να έχει δύο ρίζες αντίστροφες.

37181_2

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda - 1)x + 6 = 0$, (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν η παραπάνω εξίσωση έχει λύση το 1, να βρείτε το λ . (Μονάδες 13)

β) Για $\lambda = 2$ να λύσετε την εξίσωση (1). (Μονάδες 12)

14490_4

Έστω Ω το σύνολο που έχει ως στοιχεία τους αριθμούς που είναι οι ενδείξεις ενός ζαριού.

α) Να γράψετε με αναγραφή το σύνολο Ω . (Μονάδες 5)

β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda - 2 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε:

Το σύνολο A που περιέχει ως στοιχεία τις τιμές του $\lambda \in \Omega$, αν επιπλέον γνωρίζετε ότι η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 10)

Την πραγματική τιμή του λ , αν η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες. (Μονάδες 6)

γ) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα β ii να υπολογίσετε τις ρίζες της εξίσωσης. (Μ 4)

34544_4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$: (1) με άγνωστο το x και παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης (1) είναι $\Delta = (2\lambda - 4)^2$. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης (1) για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ . (Μ 9)

γ) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή της παραμέτρου λ ο αριθμός $x = 2$ είναι λύση της εξίσωσης (1). (Μονάδες 9)

34310_4

Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda - 1 = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

α) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης είναι ανεξάρτητη του λ , δηλαδή σταθερή. (Μ 8)

β) Να προσδιορίσετε τις ρίζες της εξίσωσης ως συνάρτηση του λ . (Μον 7)

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η απόσταση των ριζών της εξίσωσης στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι ίση με 2 μονάδες. (Μον 10)

36661_4

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - \lambda)x^2 - (\lambda^2 - 1)x + \lambda - 1 = 0$, (1) με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η (1) είναι εξίσωση 2^{ου} βαθμού. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι για τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ που βρήκατε στο ερώτημα (α) η (1) παίρνει τη μορφή: $\lambda x^2 - (\lambda + 1)x + 1 = 0$. (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι για τις τιμές του λ που βρήκατε στο ερώτημα (α) η (1) έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες. (Μονάδες 7)

δ) Να προσδιορίσετε τις ρίζες της (1), αν αυτή είναι 2^{ου} βαθμού. (Μονάδες 6)

36651_4

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4\lambda + 5 = 0$ με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το πλήθος των πραγματικών ριζών της εξίσωσης όταν $\lambda = -2$ και όταν $\lambda = 3$. (Μον 8)

β) i. Να αποδείξετε ότι αν $\lambda = 5$, τότε η εξίσωση έχει μια διπλή ρίζα. (Μονάδες 3)

ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει άλλη τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει διπλή ρίζα. (Μονάδες 6)

γ) Αν ισχύει $|\lambda^2 - 4\lambda - 5| = 4\lambda - \lambda^2 + 5$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 5\}$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 8)

14651_4

Οι πλευρές x_1, x_2 ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι οι ρίζες της εξίσωσης:

$$x^2 - 4\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)x + 16 = 0 \quad \text{όπου } \lambda > 0.$$

α) Να βρείτε:

i. την περίμετρο Π του ορθογωνίου συναρτήσει του λ . (Μονάδες 6)

ii. το εμβαδόν E του ορθογωνίου. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι $\Pi \geq 16$, για κάθε $\lambda > 0$. (Μονάδες 7)

γ) Για ποια τιμή του λ η περίμετρος Π του ορθογωνίου γίνεται ελάχιστη, δηλαδή ίση με 16; Τι μπορείτε να πείτε τότε για το ορθογώνιο; (Μονάδες 6)