

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ Β' ΒΑΘΜΟΥ

1. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 3)x = \lambda - 6$ να έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.
2. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο $-x^2 + (\lambda + 1)x - \lambda - \frac{9}{4}$ να διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
3. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $-x^2 - (1 - 2\lambda)x = \lambda - 6$ έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε οι ρίζες να είναι θετικές.
4. Να βρεθούν οι τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο $3x^2 - 2x + 2\mu$ να είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
5. Για τις διάφορες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$, να βρεθεί το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $(\alpha - 3)x^2 - (\alpha + 2)x + 2\alpha + 1 = 0$.
6. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - (3\lambda - 1)x + 2\lambda^2 - 1 = 0$ να έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.
7. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda - 5)x + \lambda^2 - 4 = 0$ να έχει δύο ρίζες αρνητικές ρίζες.
8. Να λυθούν οι ανισώσεις:
 - α) $|x^2| - 3|x| + 2 < 0$
 - β) $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$
 - γ) $|x^2 - 3x - 2| > 2$
9. Αν η θερμοκρασία T (σε $^{\circ}\text{C}$) ενός σώματος μεταβάλλεται με τον χρόνο t (σε sec) σύμφωνα με τον τύπο $T(t) = 3t^2 + 5t$, να προσδιοριστεί το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η θερμοκρασία του σώματος δε θα ξεπερνά τους 2°C .
10. Στην κατακόρυφη βολή ενός σώματος, το ύψος του h (σε m) μεταβάλλεται με τον χρόνο t (σε sec) σύμφωνα με τον τύπο $h(t) = t^2 - 3t + 5$. Να βρείτε πότε το σώμα βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο των 5 m .

ΠΛΗΡΗ ΘΕΜΑΤΑ (ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ κ.α.)

11. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 3)x + \lambda + 6 = 0$ (1), με άγνωστο το x και παράμετρο λ .

A. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

Μονάδες 9

B. Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει $x^2 + (\lambda + 3)x + \lambda + 6 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 6

Γ. Αν η εξίσωση έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , να βρεθούν οι τιμές

του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε $(x_1 + x_2)^2 > 3x_1 \cdot x_2 - 11$.

Μονάδες 10

12. α) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - 5x + 6$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

β) Δίνεται η εξίσωση $\frac{1}{4}x^2 + (2 - \lambda)x + \lambda - 2 = 0$ (1) με παράμετρο λ .

i) Να αποδείξετε ότι, για κάθε $\lambda \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες άνισες.

(Μονάδες 10)

ii) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες οι ρίζες της (1) είναι ομόσημοι αριθμοί.

(Μονάδες 5)

13. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - x + (\lambda - \lambda^2) = 0$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$. (1)

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες ίσες;

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = \frac{1}{\sqrt{S-P}}$, όπου S, P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης (1) αντίστοιχα, έχει νόημα πραγματικού αριθμού για κάθε πραγματικό αριθμό λ .

(Μονάδες 9)

14. ΤΘ36658

Μια μικρή μεταλλική σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Το ύψος y (σε m) στο οποίο θα βρεθεί η σφαίρα τη χρονική στιγμή t (σε sec) μετά την εκτόξευση, δίνεται από τη σχέση: $y = 60t - 5t^2$

α) Μετά από πόσο χρόνο η σφαίρα θα επανέλθει στο έδαφος;

(Μονάδες 8)

β) Ποιες χρονικές στιγμές η σφαίρα θα βρεθεί σε ύψος $y = 175$ m;

(Μονάδες 8)

γ) Να βρεθεί το χρονικό διάστημα στη διάρκεια του οποίου η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος μεγαλύτερο από 100 m.

(Μονάδες 9)