

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

1. Να αποδείξετε ότι: $\sqrt{\frac{(1+\sqrt{2})^2}{4}} + \sqrt{\frac{(1-\sqrt{2})^2}{4}} = \sqrt{2}$
2. Αν $2 < x < 3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$.
3. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:
 $A = \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{128}$, $B = \sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{243}$
4. Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα:
 i. $(2x^2 + 1)^2$ ii. $(\alpha^2 - 2\beta^2)^2$ iii. $(-3x^2 + 2)^2$ iv. $\left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{2}{3}\beta\right)^2$ v. $(x^2 - \sqrt{2})(x^2 + \sqrt{2})$
 vi. $(\alpha + 2\beta)^3$ vii. $(1 - xy)^3$ viii. $(2\alpha\beta^2 - 3\beta)^3$
5. Να συμπληρώσετε τα κενά έτσι ώστε να ισχύουν οι παρακάτω ισότητες:
 i. $(3 + \dots)^2 = \dots + \dots + 16y^2$ ii. $(\dots - 9\beta)^2 = 25 - \dots + \dots$
 iii. $(\dots - \dots)^2 = \dots - 6\alpha\beta + \dots$ iv. $(\dots - 2\beta)^2 = 3\alpha^2 - \dots + \dots$
6. Να γίνουν οι πράξεις με την βοήθεια των σχετικών ταυτοτήτων:
 i. $(x+2)^2 - (x+3)(x-3) - 2(2x-3)$ ii. $(2x+1)^2 - (3x-2)^2 - (2x+5)(5-2x)$
7. Να αποδειχθούν οι σχέσεις:
 α) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$ β) $(\alpha^2 + \beta^2)^2 - (2\alpha\beta)^2 = (\alpha^2 - \beta^2)^2$
8. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:
 α) $2\alpha\beta - 2\alpha\gamma =$ β) $6x^2 + 3x =$ γ) $3\alpha^2 + 3\alpha\beta - 3\alpha\gamma =$ δ) $6\alpha^3\beta^2 - 3\alpha^2\beta^3 =$
 ε) $\alpha(x^2 + 2) + \beta(x^2 + 2) =$ στ) $12x^2y + 6xy^2 - 3xy =$ ζ) $15\alpha^3\beta^2\gamma - 5\alpha^2\beta^3\gamma^2 - 20\alpha^4\beta^4\gamma^3x =$
 η) $x(2\alpha - \beta) + y(\beta - 2\alpha) =$ θ) $\alpha(x-1) - x + 1 =$
9. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:
 α) $(\alpha + \beta)(x - 3y) - 2\alpha(x - 3y) =$ β) $(4\alpha - 2\beta)(2x - 3y) + (3y - 2x)(\beta - 2\alpha) =$
 γ) $\alpha^2(x-1)(\alpha + \beta) + \alpha^2(1-x) =$ δ) $6(y-2)^3(y+8)^5 + 3(y+8)^6(y-2)^2 =$
10. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:
 α) $\alpha x + \beta x + \alpha y + \beta y =$ β) $x^2 + xy - x - y =$ γ) $x^3 + x^2 + x + 1 =$
 δ) $\alpha^2 - 5\alpha + 4\alpha - 20 =$ ε) $2x^4 - 2x^3 + 3x - 3 =$ στ) $\alpha^3 - \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + \beta^3 =$
11. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:
 α) $4 - x^2 =$ β) $9\theta^2 - 25 =$ γ) $16\kappa^2 - 81\lambda^2 =$ δ) $\alpha^2 - 5 =$ ε) $\alpha^6 - \delta^4 =$
 ζ) $(\alpha - 2\beta)^2 - 4\beta^2 =$ η) $(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 =$ θ) $(x - y)^2 - 1 =$ υ) $\frac{1}{\alpha^2} - \frac{100}{\beta^4} =$
12. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:
 α) $3x^3 - 3x =$ β) $3\alpha^3\beta - 27\alpha\beta^3 =$ γ) $x^{\mu+2} - x^\mu =$ δ) $x^4 - y^4 =$
 ε) $5\alpha^4 - 80 =$ στ) $\alpha x^2 - \alpha y^2 + \beta x^2 - \beta y^2 =$ ζ) $\alpha^5 - 1 + \alpha^4 - \alpha =$

13. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{4x^2 - xy}{12xy - 3y^2} \quad \beta) \frac{\varphi^3 - \varphi}{\varphi^2 + \varphi} \quad \gamma) \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3} \quad \delta) \frac{(3x - 2y)^2}{4y^2 - 9x^2} \quad \epsilon) \frac{3\alpha\beta^3 + 3\alpha^3\beta - 6\alpha^2\beta^2}{6\alpha\beta^3 - 6\alpha^3\beta}$$

14. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) x^2 + 10x + 25 \quad \beta) 9x^2 + 4 - 12x \quad \gamma) x^2 - 3x - 10 \quad \delta) x^2 + 5x + 4$$

15. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x-2}{x} = \frac{x+1}{x-1} \quad \beta) \frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{4-x}{x^2+2x}$$

16. Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις:

$$A = (x-2)^2 - (3x-6)(2x+5) + x^2 - 4, \quad B = 9(2x-3)^2 - 4(5x+3)^2$$

α) Να τρέψετε σε γινόμενα τις παραστάσεις A, B.

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{A}{B}$

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{A}{B} = 5$.

17. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) x^2 + 5x + 6 = 0 \quad \beta) -x^2 - 7x - 12 = 0 \quad \gamma) x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \delta) 9x^2 + 12x + 4 = 0 \quad \epsilon) x^2 + 3x + 3 = 0$$

18. Να αποδείξετε ότι: α) $x^2 + 9 \geq 6x$

$$\beta) 2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$$

19. Αν $x > 3$ και $y > 4$, να αποδείξετε ότι: $3x + 4y > 25$

$$20. \text{ Να λύσετε τις ανισώσεις: } \alpha) \frac{x+1}{2} - \frac{2x+3}{5} > \frac{x+5}{4} \quad \beta) \frac{x+1}{2} > x - \frac{2x+3}{4}$$

21. Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες ισχύει: $-6 < 2 - 4x < 9$

22. Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} -x + 5y = 9 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} -2x + 3y = 5 \\ 6x - 9y = -3 \end{cases} \quad \gamma) \begin{cases} \frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{1}{6} \\ \frac{3}{\alpha} + \frac{4}{\beta} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

23. Αν η εξίσωση $x^2 + ax + \beta = 0$ έχει ρίζες $\rho_1 = 2$ και $\rho_2 = -1$, να βρείτε τα a και β .

24. Να βρείτε μία λύση (x_0, y_0) του συστήματος $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$ τέτοια ώστε $3x_0 - y_0 = 1$.

25. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} \lambda x - 6y = 13 \\ 4x + y = 0 \end{cases}$ με δεδομένο ότι το σύστημα $\begin{cases} 2\lambda x - 4y = 16 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ δέχεται σαν λύση το ζεύγος $(x, y) = (3, -1)$.