

2_22055

Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{A'\Gamma'}$.



α) Να εξηγήσετε γιατί:

(i) το μήκος της πλευράς BA είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $B'A'$ και (Μονάδες 3)

(ii) το μήκος της πλευράς $A\Gamma$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $A'\Gamma'$. (Μονάδες 3)

β) i. Να αποδείξετε ότι: $\overrightarrow{B\Gamma} = \overrightarrow{B'\Gamma'}$. (Μονάδες 10)

ii. Να εξηγήσετε γιατί το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ είναι ίσο με το μήκος της πλευράς $B'\Gamma'$.

(Μονάδες 3)

γ) Θα μπορούσε η ακόλουθη πρόταση να ήταν κριτήριο ισότητας τριγώνων;

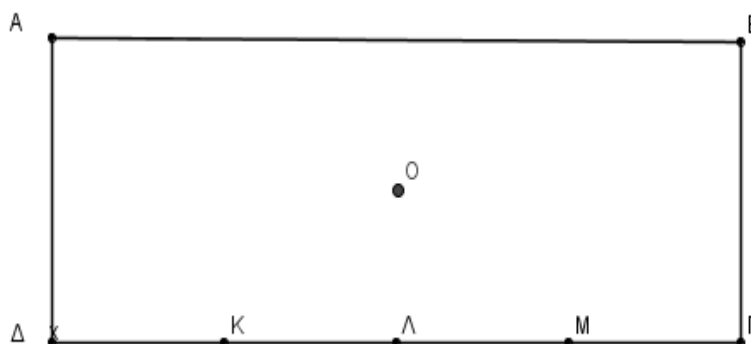
«Αν για δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ ισχύει $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B'A'}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{A'\Gamma'}$, τότε τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 6)

2_22042

Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O . Τα σημεία K , Λ , M χωρίζουν την πλευρά $\Delta\Gamma$ σε τέσσερα ίσα τμήματα.



Αν $\overrightarrow{\Delta K} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Delta A} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

α) $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ (Μονάδες 8)

β) $\overrightarrow{MA}$ (Μονάδες 8)

γ) $\overrightarrow{OA}$ (Μονάδες 9)

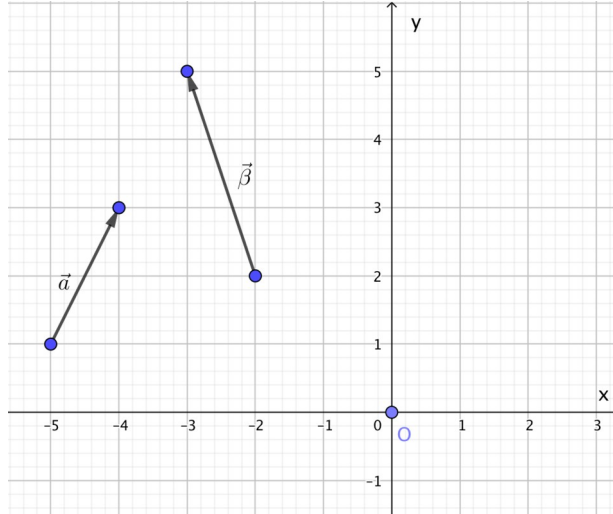
2_20914

Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$.

α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 08)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{\beta}$ και $\vec{AB}$. (Μονάδες 09)

γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 08)

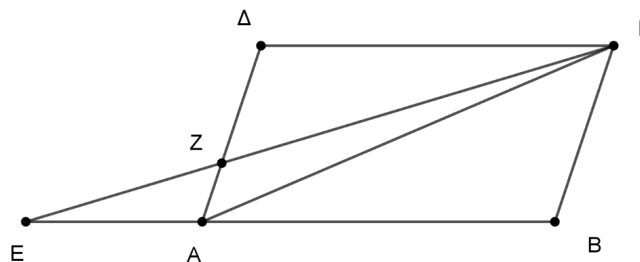
**2_21165**

Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και έστω $\vec{AB} = \vec{a}$ και $\vec{AD} = \vec{\beta}$. Τα σημεία E και Z είναι τέτοια ώστε $\vec{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{AB}$ και $\vec{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \vec{AD}$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\vec{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$ και $\vec{Z\Gamma} = \vec{a} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι: $\vec{Z\Gamma} = 2\vec{EZ}$. (Μονάδες 9)

γ) Να δείξετε ότι τα σημεία Z , E και Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)

**2_15010**

Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου A, B, Γ και τα διανύσματα $\vec{B\Delta}$ και $\vec{\Gamma E}$ τέτοια ώστε $\vec{B\Delta} = \vec{BA} + \vec{B\Gamma}$ και $\vec{\Gamma E} = \vec{\Gamma A} + \vec{\Gamma B}$.

α)

i. Να δείξετε ότι $\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{\Gamma B}$.

(Μονάδες 8)

ii. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{AE}$ είναι αντίθετα.

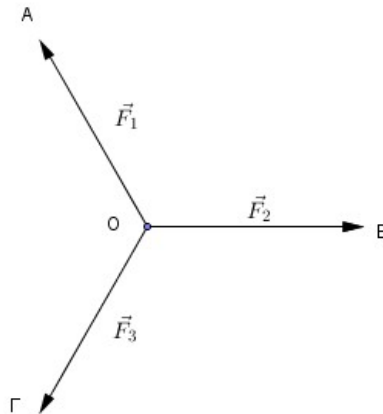
(Μονάδες 8)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A, Δ και E είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 9)

4_22068

Σε ένα υλικό σημείο O εφαρμόζονται τρεις δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ οι οποίες σχηματίζουν ανά δύο γωνία 120° , έτσι ώστε το υλικό σημείο O να ισορροπεί.



α) Ποια σχέση ανάμεσα στα διανύσματα $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ εκφράζει την συνθήκη ισορροπίας; (Μον 5)

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ είναι αντίθετα. (Μονάδες 5)

γ) Αν A, B, Γ, Δ είναι τα πέρατα των διανυσμάτων $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ και $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$, αντίστοιχα (θεωρούμενων ως διανυσμάτων με αρχή το σημείο O), τότε να αποδείξετε ότι:

i. $\widehat{AO\Delta} = \widehat{BO\Delta} = 60^\circ$.

(Μονάδες 5)

ii. $\widehat{O\Delta B} = 60^\circ$.

(Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι: $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$.

(Μονάδες 5)

4_21885

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ, E σημεία εσωτερικά των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\overrightarrow{AB} = \kappa \cdot \overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \lambda \cdot \overrightarrow{AE}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$, τότε:

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 8)

β)

i. Αν $\kappa = \lambda$, να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma} \parallel \overrightarrow{\Delta E}$ και $|\overrightarrow{B\Gamma}| = \kappa |\overrightarrow{\Delta E}|$.

(Μονάδες 10)

ii. Αν $\kappa = \lambda = 2$, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί.

(Μονάδες 7)