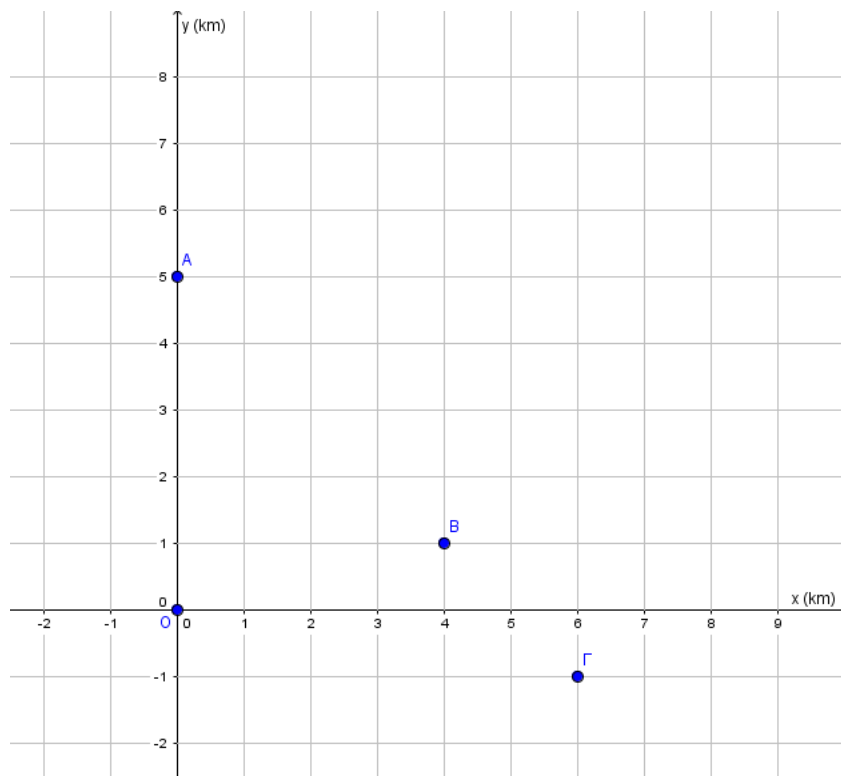


2_15043

Ένα γραφείο μελετών έχει αναλάβει την αναμόρφωση μιας οικιστικής περιοχής, η οποία αποτυπώνεται σε τοπογραφικό σχέδιο με ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Τα σημεία $A(0,5)$, $B(4,1)$ και $\Gamma(6,-1)$ παριστάνουν τη θέση τριών οικισμών στο χάρτη.



α)

- i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{B\Gamma}$. (Μονάδες 06)
- ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά και ως εκ τούτου υπάρχει η δυνατότητα να σχεδιασθεί ένας ευθύγραμμος δρόμος που να συνδέει τους τρεις οικισμούς. (Μονάδες 07)

β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του οικισμού B από τον οικισμό A είναι διπλάσια από την απόσταση του οικισμού B από τον οικισμό Γ . (Μονάδες 12)

2_22060

Δίνονται τα σημεία $A(0,2)$, $B(3,0)$, $\Gamma(6,2)$ και $\Delta(3,4)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AD}$, $\vec{B\Gamma}$, $\vec{BA}$ και να επιβεβαιώσετε ότι: $\vec{AD} = \vec{B\Gamma}$. (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι $|\vec{BA}| = |\vec{B\Gamma}|$. Ποιο είναι το σχήμα του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$; (Μονάδες 13)

2_15854

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(2,1)$ και $\vec{\beta}=(-8,-4)$.

α) Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\beta} = -4\vec{\alpha}$. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος $\vec{\beta}$ είναι τετραπλάσιο του διανύσματος $\vec{\alpha}$. (Μον 8)

2_22052

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(-2,5)$ και $\vec{\beta}=(1,-3)$.

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα. (Μονάδες 12)

β) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{\nu}=(8,-21)$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 13)

2_22044

Δίνονται τα σημεία $A(0,0), B(4,0)$ και $\Gamma(5,1)$.

α) Να σχεδιάσετε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και να τοποθετήσετε σε αυτό τα σημεία A, B, Γ . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός τέταρτου σημείου Δ έτσι ώστε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ να είναι παραλληλόγραμμο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 15)

2_15002

Δίνονται τα σημεία $A(0,5)$ και $\Delta(4,5)$ και τα διανύσματα $\vec{AB}=(3,-3)$ και $\vec{A\Gamma}=(3,1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $\Gamma(3,6)$. (Μονάδες 11)

β)

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{I\Delta}$. (Μονάδες 6)

ii. Να αποδείξετε ότι $\vec{AB} // \vec{I\Delta}$. (Μονάδες 8)

2_22557

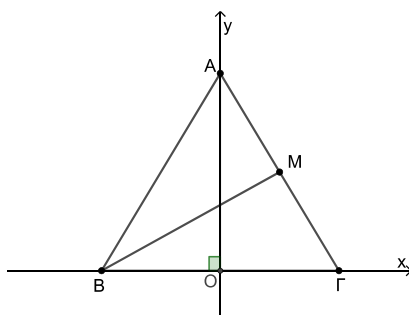
Το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει βάση $B\Gamma$ και ύψος AO . Η κορυφή A είναι σημείο του θετικού ημιάξονα Oy και οι κορυφές B και Γ είναι σημεία του άξονα $x'x$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Έστω $(B\Gamma)=12$, $(AO)=8$ και M το μέσο της πλευράς $A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι:

iii. $A(0,8), B(-6,0)$ και $\Gamma(6,0)$. (Μονάδες 9)

iv. $M(3,4)$ (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε το μήκος της διαμέσου BM . (Μονάδες 7)



2_14666

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, -3)$ και $\vec{\beta} = (-2, -1)$ και ορίζουμε τα διανύσματα

$$\vec{u} = 3\vec{\alpha} - 5\vec{\beta} \quad \text{και} \quad \vec{v} = 5\vec{\alpha} - 9\vec{\beta}.$$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$. (Μονάδες 9)
- β) Αν $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$, να γράψετε το $\vec{w}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. (Μονάδες 9)
- γ) Αν τα $\vec{\beta}, \vec{w}, \vec{u}$ είναι τα διανύσματα θέσης των σημείων K, Λ, και Μ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι τα σημεία αυτά είναι συνευθειακά. (Μονάδες 7)

2_19038

Δίνεται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, 3)$, $\vec{\beta} = (-1, 1)$ και $\vec{\gamma} = (-5, -5)$.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον άξονα x'x. (Μονάδες 9)
- β) Να αποδείξετε ότι $|\vec{\gamma}| = 5|\vec{\beta}|$. (Μονάδες 8)
- γ) Να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς λ, μ ώστε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ να γραφεί στη μορφή $\vec{\gamma} = \lambda\vec{\alpha} + \mu\vec{\beta}$. (Μονάδες 8)

2_17070

Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνονται τα σημεία $A(3, 4)$, $B(2, 1)$, $\Gamma(3, -1)$ και $\Delta(4, 2)$.

- α) Να σχεδιάσετε τα παραπάνω σημεία A, B, Γ και Δ. (Μονάδες 8)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{\Delta\Gamma}$. (Μονάδες 9)
- γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

2_21681

Θεωρούμε τα σημεία $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$, $\Gamma(2, 5)$.

- α) Να βρείτε σημείο Δ ώστε $\vec{\Delta\Gamma} = \vec{AB}$. (Μονάδες 10)
- β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε το κέντρο O του παραλληλογράμμου. (Μονάδες 7)

2_16581

Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνονται τα σημεία $A(-1, 6)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(3, -2)$.

- α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{B\Gamma}$. (Μονάδες 12)
- β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 06)

γ) Να αποδείξετε ότι το B είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AG . (Μονάδες 07)

2_16580

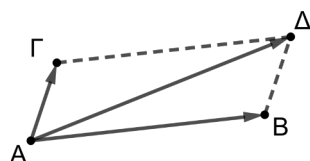
Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(11,5)$, $\Gamma(3,7)$ και ένα σημείο Δ ώστε το $\overrightarrow{A\Delta}$ να είναι ίσο με το άθροισμα των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες:

α) των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$. (Μονάδες 12)

β) του διανύσματος $\overrightarrow{A\Delta}$. (Μονάδες 08)

γ) του σημείου Δ . (Μονάδες 05)



2_16579

Δίνονται τα σημεία $A(2,1)$ και $B(6,7)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy .

α) Να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$. (Μονάδες 07)

β) Αν $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{v}$. (Μονάδες 08)

γ) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{u} = (-8, -12)$ και $\vec{v}$ του β) ερωτήματος είναι αντίρροπα. (Μονάδες 10)

2_16151

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3,3)$ και $\vec{\beta} = (-\sqrt{3}, 1)$.

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσής των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ καθώς και τη γωνία που σχηματίζει καθένα από αυτά με τον άξονα $x'x$. (Μονάδες 16)

β) Να βρείτε τη γωνία $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}})$. (Μονάδες 09)

2_16147

Δίνονται τα διανύσματα : $\vec{\alpha} = 3\vec{i} + 3\sqrt{3}\vec{j}$, $\vec{\beta} = \sqrt{2}\vec{i}$, $\vec{\gamma} = -3\vec{j}$ και $\vec{\delta} = (-1, 1)$.

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης καθενός από τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\delta}$. (Μονάδες 09)

β) Να γράψετε τη γωνία που σχηματίζει καθένα από τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ με το θετικό ημιάξονα Ox . (Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$. (Μονάδες 06)

2_22038

Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (5, -12)$.

α) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\beta}$ που να είναι ομόρροπο στο $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο 1. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$ που να είναι αντίρροπο στο $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο 7. (Μονάδες 13)

4_20938

Θεωρούμε τρίγωνο OAB , με $\vec{OA}=\vec{a}$, $\vec{OB}=(6,8)$. Για το διάνυσμα $\vec{a}$ γνωρίζουμε ότι $\vec{a}=(|\vec{a}|-4, |\vec{a}|-2)$

α) Να δείξετε ότι $|\vec{a}|=2$. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε σημείο Γ έτσι, ώστε το τετράπλευρο $OA\Gamma B$ να αποτελεί παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 08)

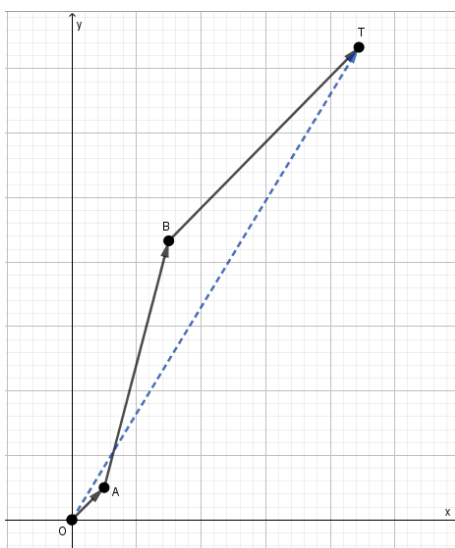
γ) Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει η πλευρά OA με τη διαγώνιο AB του παραλληλογράμμου $OA\Gamma B$. (Μονάδες 07)

2_18878

Ένας εξερευνητής ξεκίνησε από την κατασκήνωσή του (σημείο O) τρεις μέρες πριν, για ένα ταξίδι μέσα στη ζούγκλα. Στο τέλος της πρώτης ημέρας έφθασε στο σημείο A , στο τέλος της δεύτερης ημέρας έφθασε στο σημείο B και στο τέλος της τρίτης ημέρας έφθασε στο σημείο T . Οι τρεις ημέρες του ταξιδιού του μπορούν να περιγραφούν από τα παρακάτω διανύσματα

$$\vec{OA}=(1,1), \quad \vec{AB}=(2,4), \quad \vec{BT}=(2,5\sqrt{3}-5),$$

όπως φαίνονται στο σχήμα:



Αν οι αποστάσεις εκφράζονται σε χιλιόμετρα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{OT}=(5,5\sqrt{3})$. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την απόσταση (OT) του εξερευνητή από την κατασκήνωση στο τέλος της τρίτης ημέρας. (Μονάδες 12)

4_17077

Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy τα σημεία A και B έχουν διανύσματα θέσεως

$$\vec{OA}=2\vec{i}+\lambda\vec{j} \quad \text{και} \quad \vec{OB}=(\lambda+1)\vec{i}+(\lambda+3)\vec{j}, \quad \text{με } \lambda \in \mathbb{R}.$$

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{AB}=(\lambda-1)\vec{i}+3\vec{j}$. (Μονάδες 6)

- β) Να βρείτε την απόσταση των σημείων A και B ως συνάρτηση του λ . (Μονάδες 7)
- γ) Για ποιές τιμές του λ η απόσταση των σημείων A και B είναι ίση με 5; (Μονάδες 7)
- δ) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει πραγματικός αριθμός λ τέτοιος ώστε η απόσταση των σημείων A και B να παίρνει τη μικρότερη δυνατή τιμή.»
- Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μον 5)

4_17076

Δίνονται τα σημεία $A(-3, -1)$, $B(0, 3)$ και $M(x, y)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy .

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AM}$, $\vec{MB}$ και $\vec{AB}$. (Μονάδες 6)
- β) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{AM}$, $\vec{MB}$ και $\vec{AB}$. (Μονάδες 6)
- γ) Να αποδείξετε ότι $|\vec{AM}| + |\vec{MB}| \geq 5$. (Μονάδες 6)
- δ) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει ζεύγος πραγματικών αριθμών (x, y) τέτοιο ώστε να ισχύει $\sqrt{(x+3)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = 4$.»

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μον 7)