

Φ2 Μαθηματικά Προσανατολισμού – Διανυσματικός Λογισμός - Ασκήσεις
(Πρόσθεση – Αφαίρεση)

1. Αν $\vec{AB} = \vec{\Gamma\Delta}$, να αποδείξετε ότι:

α) $\vec{A\Gamma} = \vec{B\Delta}$ (εναλλαγή των «μέσων» γραμμμάτων)

β) $\vec{\Delta B} = \vec{\Gamma A}$ (εναλλαγή των «άκρων» γραμμμάτων)

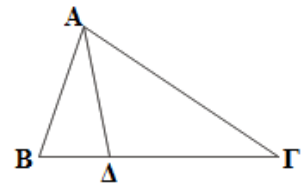
2. α) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$AB + B\Gamma = \dots,$$

$$AB + B\Gamma + \Gamma A = \dots$$

β) Να κατασκευάσετε το $AB + A\Gamma$

γ) Να συγκρίνετε τα $AB + B\Delta$ και $A\Gamma + \Gamma\Delta$ $A\Gamma + \Gamma\Delta$



3. α) Με τη βοήθεια του διπλανού παραλληλογράμμου να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

$$AB + B\Gamma + \Gamma\Delta = \dots,$$

$$AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A = \dots$$

$$AB + BA = \dots,$$

$$AB + \Gamma\Delta = \dots,$$

$$AB + A\Delta = \dots,$$

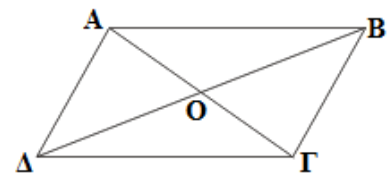
$$\Delta A + \Delta\Gamma = \dots$$

β) Είναι ίσα τα διανύσματα που προκύπτουν από τις παρακάτω διαφορές;

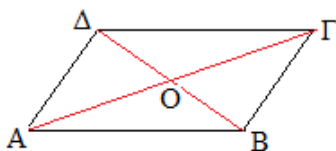
i) $\vec{O\Gamma} - \vec{O\Delta}$ και $\vec{OB} - \vec{OA}$

ii) $\vec{O\Gamma} - \vec{O\Delta}$ και $\vec{OA} - \vec{O\Delta}$

iii) $\vec{A\Gamma} - \vec{AB}$ και $\vec{\Delta\Gamma} - \vec{\Delta B}$



4. Το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:



α) $\vec{AO} + \dots = \vec{AB}$

β) $\vec{A\Delta} + \vec{\Gamma B} = \dots$

γ) $\vec{AO} + \vec{GO} = \dots$

δ) $\vec{A\Delta} + \vec{O\Delta} + \vec{AB} + \vec{\Gamma B} + \dots = 0$

5. Σε ένα τετράγωνο ABΓΔ να συγκρίνετε:

i) $\vec{AB} + \vec{A\Delta} = \dots$ και $\vec{AB} - \vec{A\Delta} = \dots$

ii) $|\vec{AB} + \vec{A\Delta}| = \dots$ και $|\vec{AB} - \vec{A\Delta}| = \dots$

6. Σε κάθε σχήμα που βρίσκεται στη στήλη Α του πίνακα να αντιστοιχίσετε μια τιμή του διανύσματος χ που βρίσκεται στη στήλη Β.

στήλη Α	στήλη Β
1.	Α. $\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$
2.	Β. $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}$
3.	Γ. $-(\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma})$
4.	Δ. $\vec{\alpha} - \vec{\beta} - \vec{\gamma}$
	Ε. $\vec{\beta} + \vec{\gamma} - \vec{\alpha}$
	Ζ. $\vec{\beta} - \vec{\gamma} - \vec{\alpha}$

Φ3 Μαθηματικά Προσανατολισμού – Διανυσματικός Λογισμός - Ασκήσεις
(Τριγωνική Ανισότητα)

- Για τρία διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$:
 - Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ και $|\vec{\alpha}|=5, |\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=9$, να βρείτε το $|\vec{\beta}|$.
 - Με δεδομένο το (α), αν επιπλέον $|\vec{\gamma}|=3$ και $|\vec{\beta}+\vec{\gamma}|=1$, να δείξετε ότι $\vec{\beta} \perp \vec{\gamma}$.
- Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύουν: $|\vec{\alpha}| \leq 4, |\vec{\beta}| \leq 3$ και $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}| \geq 7$. Να δείξετε ότι τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.
- Να αποδείξετε ότι
 - $||\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}|| \leq |\vec{\alpha} - \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$
 - $|\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$
 - $|\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| + |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$
- Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ δεν είναι συγγραμμικά, να αποδείξετε ότι

$$\frac{|\vec{\alpha}|}{|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|} + \frac{|\vec{\beta}|}{|\vec{\alpha}-\vec{\beta}|} \geq 1$$