

Φ4 Μαθηματικά Προσανατολισμού - Διανυσματικός Λογισμός - Ασκήσεις

(Πρόσθεση - Αφαίρεση - Πολλαπλασιασμός με αριθμό)

1. Αν $\vec{BM} + \vec{\Gamma\Delta} = \vec{\Gamma A} - \vec{\Delta B}$, τότε τα σημεία M, A ταυτίζονται.
2. Αν $\vec{AB} + \vec{\Gamma A} = \vec{KB} + \vec{\Gamma\Lambda}$, να δείξετε ότι τα σημεία K και Λ συμπίπτουν.
3. Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ. Να δείξετε ότι $\vec{AB} + \vec{\Delta\Gamma} = \vec{A\Gamma} + \vec{\Delta B}$.
4. Δίνονται τα σημεία A, B, Γ, Δ και E για τα οποία ισχύει $\vec{A\Gamma} + \vec{\Delta E} = \vec{\Delta\Gamma} + \vec{BE}$. Να δείξετε ότι τα σημεία A και B συμπίπτουν.
5. Αν τα σημεία A, B, Γ, K, Λ ισχύει $\vec{A\Lambda} + \vec{K\Gamma} = \vec{KB} + \vec{\Gamma\Lambda}$, τότε το Γ είναι μέσο του AB.
6. Δίνεται τρίγωνο ABΓ. Να βρείτε σημείο M ώστε: $\vec{AM} + \vec{AB} + \vec{A\Gamma} = \vec{0}$.
7. Δίνεται τετράπλευρο ABΓΔ. Να βρείτε σημείο M ώστε: $\vec{A\Gamma} + \vec{BM} = \vec{B\Delta} - \vec{\Gamma\Delta}$.
8. Δίνονται τα σημεία A, B και Γ. Να αποδειχθεί ότι για οποιοδήποτε σημείο M το $\vec{u} = 5\vec{MA} - 8\vec{MB} + 3\vec{MG}$ είναι σταθερό (ανεξάρτητο του M).
9. Δίνεται τρίγωνο ABΓ. Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου τα παραλληλόγραμμα ABΔE, AΛKΓ και BΓNM. Να δείξετε ότι $\vec{E\Lambda} + \vec{KN} + \vec{M\Delta} = \vec{0}$.
10. Να δείξετε ότι το τμήμα που συνδέει τα μέσα των πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο στην τρίτη πλευρά και ισούται με το μισό της.
11. Σε κυρτό τετράπλευρο ABΓΔ τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των διαγωνίων AΓ και BΔ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $\vec{EZ} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{\Gamma\Delta})$.
12. *Να αποδειχθεί ότι οι διαγώνιοι ενός παραλληλογράμμου διχοτομούνται.

Φ5 Μαθηματικά Προσανατολισμού - Διανυσματικός Λογισμός - Ασκήσεις

(Συνθήκη παραλληλίας - Διανυσματική ακτίνα μέσου)

1. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και E, Z σημεία τέτοια ώστε: Αν $\vec{AE} = \frac{2}{5}\vec{AD}$ και $\vec{AZ} = \frac{2}{7}\vec{A\Gamma}$:
α) Γράψτε τα $\vec{EZ}$ και $\vec{ZB}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{AB}$ και $\vec{AD}$.
β) Να δείξετε ότι τα B, Z και E είναι συνευθειακά.
2. Αν $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{a} - \vec{\beta}$ να δείξετε ότι το $\vec{w} = \vec{u} + 2\vec{v}$ είναι συγγραμμικό με το $\vec{a}$.
3. Δίνονται τα μη παράλληλα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ και $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{a} - 4\vec{\beta}$. Να αποδειχθεί ότι τα $\vec{u}, \vec{v}$ δεν είναι παράλληλα.
4. Έστω B, K, Λ και M τυχαία σημεία. Αν ισχύει ότι $\vec{AK} + 3\vec{MA} = 3\vec{KB} - 2\vec{AB} + \vec{B\Lambda}$, να δείξετε $\vec{K\Lambda} = -3\vec{KM}$.
5. Αν $\vec{OA} - 2\vec{OB} = \vec{OG}$, να αποδείξετε ότι τα A, B και Γ είναι συνευθειακά σημεία.
6. Αν τις διανυσματικές ακτίνες τριών σημείων A, B και Γ ισχύει ότι $\vec{OA} = \vec{a} + 3\vec{\beta}$, $\vec{OB} = 2\vec{a} - \vec{\beta}$, $\vec{OG} = 3\vec{a} - 5\vec{\beta}$, να αποδειχθεί ότι τα A, B, Γ είναι συνευθειακά.
7. Έστω τετράπλευρο ABΓΔ. Να βρεθεί M ώστε: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MG} + \vec{MD} = \vec{0}$.