

(Εσωτερικό Γινόμενο)

1. Αν $\vec{a}=(1,\lambda+2), \vec{\beta}=(2,1), \vec{\gamma}=(0,7)$, να βρεθεί το λ ώστε
α) $\vec{\beta} \perp \vec{a}$ β) $\vec{\beta} // \vec{a}$ γ) $2\vec{a}-\vec{\beta}$
2. Αν $|\vec{AB}|=3$ και $\vec{AB} \cdot \vec{AG}=9$, τότε να δείξετε ότι $\vec{AB} \perp \vec{BG}$.
3. Αν $|\vec{a}|=10, |\vec{\beta}|=4$ και η γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων είναι 120° , να υπολογίσετε το $|\vec{a}+4\vec{\beta}|$.
4. Τρίγωνο ABΓ έχει κορυφές A(1, 2), B(-2, 1) και Γ(3, 6). Να βρεθεί η $\hat{A}$.
5. Έστω το διανύσμα $\vec{a}=(1,-1)$ και σημεία A(5, 2) και B(-1, 10).
α) Να βρείτε το $|\vec{a}|$ και το $\lambda_{\vec{a}}$.
β) Να βρείτε το μέσο M του AB.
γ) Έστω Γ($\lambda, 3$). Αν $\vec{MG}=(-1,-3)$, βρείτε την τιμή του λ .
δ) Αν $\lambda=1$, να βρείτε το $\vec{AB} \cdot \vec{BG}$.
ε) Να βρείτε το $|\vec{AB}|$.
στ) Αν $\vec{\beta}=(x-1,2)$, να βρείτε το x, ώστε $\vec{\beta} // \vec{AB}$.
ζ) Αν $\vec{\gamma}=(1-y, 2y+3)$, να βρείτε το y ώστε $\vec{\gamma} \perp \vec{a}$.
6. Έστω $\vec{a}, \vec{\beta}$ με $|\vec{a}|=1, |\vec{\beta}|=2$ και η γωνία τους $\theta=\frac{\pi}{3}$. Επίσης $\vec{u}=\vec{a}+2\vec{\beta}$ και $\vec{v}=\vec{a}-\vec{\beta}$.
α) Υπολογίστε το $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$
β) Υπολογίστε το $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
γ) Υπολογίστε τα $|\vec{u}|, |\vec{v}|$.
δ) Να δείξετε ότι τα $\vec{x}=\vec{u}+2\vec{v}$ και $\vec{a}$ είναι παράλληλα διανύσματα.
7. Έστω ABΓΔ παραλληλόγραμμο με A(1, 1), Γ(4,3) και Δ(2,3).
α) Βρείτε το K, το κέντρο του ABΓΔ.
β) Βρείτε τις συντεταγμένες του B.
γ) Υπολογίστε την περίμετρο του ABΓΔ.
δ) Βρείτε την γωνία $\hat{A}$.
8. Έστω τρίγωνο με κορυφές A($\lambda, 2\lambda+5$), B(3,4) και Γ(5, 7), το οποίο έχει $\hat{\Gamma}=90^\circ$.
α) Να δείξετε ότι $\lambda=2$.
β) Να δείξετε ότι (για $\lambda=2$) το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.
γ) Να βρείτε σημείο Δ, συμμετρικό του Γ ως προς B.
δ) Να βρείτε το $\sin(\hat{A})$.
9. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ ώστε $\vec{AB} \cdot \vec{AM} + \vec{AG} \cdot \vec{AM} = 0$.
10. Να αποδειχθεί ότι η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου από ορθή είναι ίση με το μισό της υποτεινούς.
11. Να αποδειχθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
12. Να αποδειχθεί ο νόμος συνημιτόνων $a^2=b^2+c^2-2bc\cos(\hat{A})$.