

ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΕΥΘΕΙΑΣ

- Να βρείτε για ποιές τιμές των παραμέτρων $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ οι παρακάτω εξισώσεις παριστάνουν ευθείες:
α) $(\lambda^2 - 7\lambda + 10)x + (\lambda^2 - 4)y + \lambda = 0$
β) $x + 2y - 5 + \lambda(x - 3y) = 0.$
γ) $(\lambda - \mu)x + (\lambda + 3\mu - 4)y + \lambda + 1 = 0.$
- 22171_2** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 3x - y = 5$ και $\varepsilon_2: x - y + 1 = 0.$
α) Να βρεθεί το σημείο τομής τους M.
β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο M(3,4) και είναι κάθετη στην (ε_2).
γ) Να βρεθεί ένα διάνυσμα παράλληλο στην (ε_1).
- Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις $\varepsilon_1: \lambda x + (\lambda - 1)y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2: 4x + \lambda y + \lambda - 2 = 0$ να είναι
α) παράλληλες β) κάθετες
- Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις $\varepsilon_1: \lambda x + (\lambda - 3)y - 5 = 0$ και $\varepsilon_2: (\lambda - 3)x + (\lambda - 4)y + 2 = 0$ να είναι
α) παράλληλες β) κάθετες
- Να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες:
α) $\varepsilon_1: -\sqrt{3}x + y + 2 = 0$ και $\varepsilon_2: -x + \sqrt{3}y - 1 = 0$
β) $\varepsilon_1: -x + (\mu + 1)y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2: \mu x + (\mu + 2)y + 2 = 0, \quad \mu \in \mathbb{R}.$
- 18244_4** Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: y = \sqrt{3}x$ και $\varepsilon_2: y = x.$
α) Να σχεδιάσετε τις δύο ευθείες στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.
β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει κάθε μια από τις ευθείες με τον άξονα $x'x.$
γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η οξεία γωνία των δύο ευθειών είναι $15^\circ.$
δ) Να αποδείξετε ότι $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}.$
- Να αποδείξετε ότι καθεμία από τις παρακάτω ευθείες παριστάνει δύο ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις:
α) $x^2 - y^2 - 6x - 2y + 8 = 0$
β) $3x^2 - 2y^2 + 5xy - x - 2y = 0$
- 22072_2** Δίνονται οι εξισώσεις (1): $\lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$ και (2): $(3\lambda + 1)x - 2\lambda y - 7 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}.$
α) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν ευθείων για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}.$

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες με εξισώσεις τις (1) και (2) να είναι μεταξύ τους κάθετες.

9. **15253_4** Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$ (1), όπου $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η (1) παριστάνει ευθεία.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ οι ευθείες:

i. είναι παράλληλες στον $x'x$.

ii. είναι παράλληλες στον $y'y$.

iii. διέρχονται από το $(0,0)$.

γ) Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο.

10. **16003_4** Θεωρούμε την οικογένεια των ευθειών $\varepsilon_\alpha: (\alpha - 4)x - 2\alpha y + \alpha + 4 = 0, \alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν $\alpha = 0$ και όταν $\alpha = 1$ και κατόπιν να προσδιορίσετε το κοινό τους σημείο M.

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της οικογένειας διέρχονται από το M.

γ) Έστω ότι μια ευθεία της παραπάνω οικογένειας τέμνει τους θετικούς ημιάξονες Ox , Oy στα σημεία A και B αντίστοιχα.

i*) Να αποδείξετε ότι $0 < \alpha < 4$.

ii) Να βρείτε για ποια τιμή του α ισχύει $(OA) = 2(OB)$.

11. Να βρείτε το **γεωμετρικό τόπο** του σημείου $M(\lambda - 2, 3\lambda + 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

12. **21652_4** Δίνονται οι εξισώσεις $\lambda x + y = 2\lambda$ (1) και $x + \lambda y = \lambda + 1$ (2), όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν ευθείες ε_λ και η_λ αντίστοιχα.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες ε_λ και η_λ τέμνονται.

γ) Για $\lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

i. να βρείτε συναρτήσει του λ τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ε_λ και η_λ .

ii. αν $M\left(\frac{2\lambda+1}{\lambda+1}, \frac{\lambda}{\lambda+1}\right)$ να αποδείξετε ότι το M κινείται στην ευθεία $\zeta: x - y = 1$.