

Φ1. Κύκλος

- Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο $O(0,0)$ σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
α) έχει ακτίνα $\rho=4$
β) το $A(-3,4)$ είναι σημείο του κύκλου
- Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 = 16$. Ποιά είναι η θέση των σημείων $A(1,2)$, $B(-3,4)$ και $\Gamma(-3, -\sqrt{7})$ ως προς αυτόν;
- Να δείξετε ότι το AB με $A(2, -3)$ και $B(-2, 3)$ είναι διάμετρος του κύκλου $C: x^2 + y^2 = 13$.
- Να βρείτε την εξίσωση της χορδής AB του κύκλου $C: x^2 + y^2 = 25$, αν έχει μέσον το $M(3,1)$.
- Αν $A(3, 4)$ και $B(-3, -4)$, να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M του επιπέδου, ώστε $\hat{AMB} = 90^\circ$.
- Αν $A(-4,0)$ και $B(4,0)$, να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M του επιπέδου, ώστε $\vec{AM} \cdot \vec{MB} < 0$.
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο $K(1, -3)$ και εφάπτεται:
α) στον άξονα $x'x$ β) στον άξονα $y'y$
- Δίνεται ο κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα $\rho=5$. Να βρείτε τις εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία του $A(3, -4)$, $B(0,5)$.
- Να βρεθούν οι εφαπτομένες του κύκλου $C: x^2 + y^2 = 25$, οι οποίες διέρχονται από το σημείο $P(-5, 15)$.
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου ο οποίος έχει κέντρο το σημείο $K(6,4)$ και διέρχεται από το σημείο $A(2,1)$.
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου ο οποίος έχει κέντρο το σημείο $K(5,-3)$ και εφάπτεται της ευθείας $\varepsilon: y = -3x + 2$.
- Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου ο οποίος διέρχεται από τα σημεία $A(3,1)$ και $B(-1,3)$ και το κέντρο του ανήκει στην ευθεία $\varepsilon: 3x - y - 2 = 0$.
- Να βρεθεί η θέση του σημείου $A(2,-5)$ ως προς τον κύκλο $C: (x-1)^2 + (y+3)^2 = 8$.
- 15028_2** Έστω κύκλος C με κέντρο $K(1,2)$ και ακτίνα $\rho=2$ και ευθεία (ε) με εξίσωση $\varepsilon: 3x + 4y - 1 = 0$.
α) Να γράψετε την εξίσωση του κύκλου.
β) Να δείξετε ότι η απόσταση του κέντρου K από την ευθεία (ε) είναι ίση με 2.
γ) Να δείξετε ότι η ευθεία (ε) εφάπτεται στον κύκλο C .
- Να βρείτε τι παριστάνει η παρακάτω εξίσωση: $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 34 = 0$.

16. **15030_4** Δίνεται ο κύκλος $C: (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$ και η ευθεία $\varepsilon: 2x + y + 5 = 0$.

- α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C.
- β) Να δείξετε ότι ο κύκλος C και η ευθεία (ε) δεν έχουν κοινά σημεία.
- γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο ευθείες (η_1), (η_2) που είναι παράλληλες στην ευθεία (ε) και εφάπτονται του κύκλου C και να βρείτε τις εξισώσεις τους.
- δ) Να βρείτε τη μεσοπαράλληλη των ευθειών (η_1), (η_2).

17. **15432_4** Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 4kx - 2ky + 4 = 0$ (1) με $k \in R$.

- α) Να βρείτε τις τιμές του $k \in R$ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο.
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και την ακτίνα του κάθε κύκλου.
- γ) Να βρείτε την ευθεία στην οποία ανήκουν τα κέντρα των παραπάνω κύκλων.
- δ) Για $k = 1$ να βρείτε την εξίσωση εφαπτομένης του αντίστοιχου κύκλου της εξίσωσης (1) στο σημείο $\Gamma(2,2)$.

18. Να αποδείξετε ότι τα μέσα των χορδών του κύκλου $C: (x-5)^2 + (y+3)^2 = 20$, οι οποίες έχουν ως ένα άκρο τους το σημείο $A(3,1)$ του κύκλου, ανήκουν σε άλλο κύκλο του οποίου να βρείτε την εξίσωση.

19. Δίνεται ο κύκλος $C: (x-4)^2 + (y-8)^2 = 5$. Από τα σημεία του κύκλου C να βρεθούν οι συντεταγμένες:

- α) του σημείου που απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.
- β) του σημείου που απέχει τη μεγαλύτερη απόσταση από την αρχή των αξόνων.