

ΛΥΣΗ

α) Έστω μ η μέση τιμή και σ η τυπική απόκλιση των βαρών των αβγών που παράγονται στη φάρμα. Επειδή τα βάρη ακολουθούν την κανονική κατανομή, εκτιμάται ότι το ποσοστό των αβγών που τα βάρη τους ανήκουν στο διάστημα $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ είναι περίπου 95%. Λόγω συμμετρίας της κανονικής κατανομής, αναμένεται να έχουν βάρος το πολύ $\mu - 2\sigma$, το 2,5% των αβγών και βάρος τουλάχιστον $\mu + 2\sigma$, επίσης το 2,5% των αβγών.

Επειδή τα μικρότερα βάρη έχουν τα αβγά μικρού μεγέθους που είναι το 2,5% των αβγών και τα μεγαλύτερα βάρη έχουν τα αβγά πολύ μεγάλου μεγέθους που είναι επίσης το 2,5% των αβγών, θα έχουμε $\mu - 2\sigma = 53$ και $\mu + 2\sigma = 73$.

Προσθέτοντας κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε

$$2\mu = 53 + 73 = 126, \text{ οπότε } \mu = 63.$$

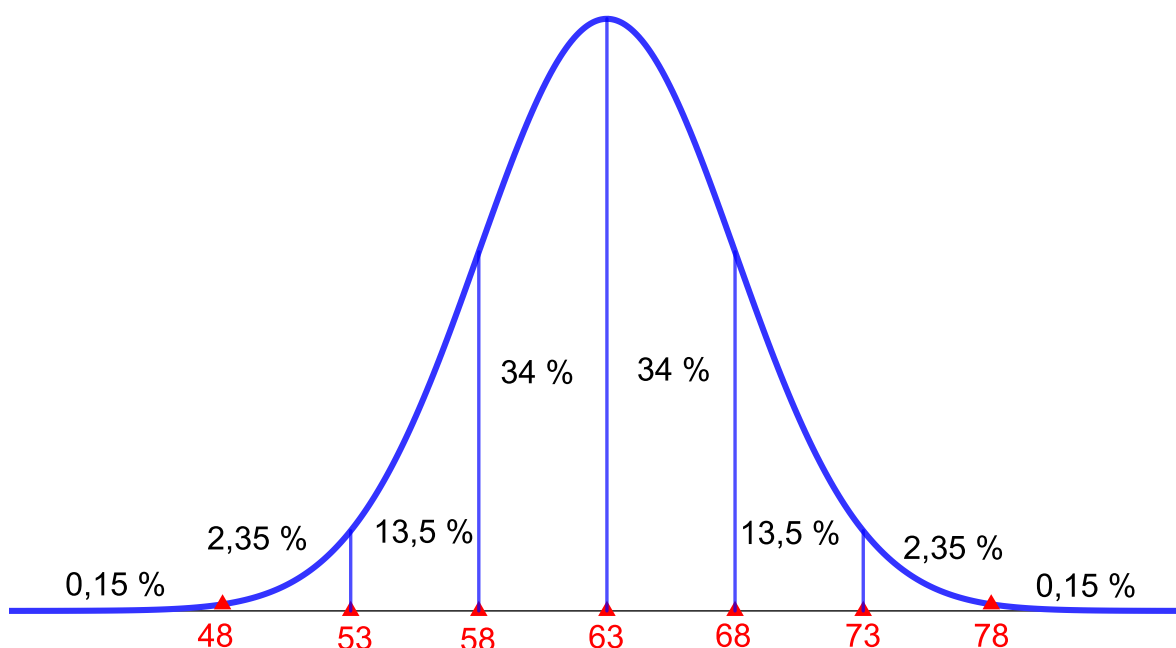
Αφαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε

$$4\sigma = 73 - 53 = 20, \text{ οπότε } \sigma = 5.$$

β) Είδαμε προηγουμένως ότι η μέση τιμή της κανονικής κατανομής είναι 63 και η τυπική απόκλιση 5, οπότε αναμένεται το ποσοστό των αβγών με βάρος που ανήκει στο διάστημα:

- $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ ή $(58, 68)$ να είναι περίπου 68% ,
- $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ ή $(53, 73)$ να είναι περίπου 95% ,
- $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ ή $(48, 78)$ να είναι περίπου 99,7%.

Σύμφωνα με τα παραπάνω και λόγω συμμετρίας της κανονικής κατανομής έχουμε την παρακάτω γραφική παράσταση (γκουσιανή καμπύλη) της κατανομής:



Επομένως τα ποσοστά των αβγών σε καθένα από τα τέσσερα μεγέθη, αναμένεται να είναι:

- μικρού μεγέθους (με βάρος μικρότερο από 53 γραμμάρια), το 2,5%.
- μεσαίου μεγέθους (με βάρος από 53 έως 63 γραμμάρια), το $13,5\% + 34\% = 47,5\%$.
- μεγάλου μεγέθους (με βάρος από 63 έως 73 γραμμάρια), το $13,5\% + 34\% = 47,5\%$.
- πολύ μεγάλου μεγέθους (με βάρος μεγαλύτερο από 73 γραμμάρια), το 2,5%.

γ) Το ποσοστό των αβγών με βάρος κάτω από 70, είναι μικρότερο από το ποσοστό των αβγών με βάρος κάτω από 73, το οποίο είναι $100\% - 2,5\% = 97,5\%$. Το ποσοστό των αβγών με βάρος πάνω από 50, είναι μεγαλύτερο από το ποσοστό των αβγών με βάρος πάνω από 53, το οποίο είναι $100\% - 2,5\% = 97,5\%$. Άρα το ποσοστό των αβγών που έχουν βάρος μεγαλύτερο από 50 γραμμάρια είναι μεγαλύτερο από το ποσοστό των αβγών που έχουν βάρος μικρότερο από 70 γραμμάρια.

Εναλλακτικά: Λόγω συμμετρίας της κατανομής γύρω από το $\mu = 63$, το ποσοστό των αβγών με βάρος κάτω από $63 + 7 = 70$ είναι ίσο με το ποσοστό των αβγών με βάρος πάνω από $63 - 7 = 56$. Όμως το ποσοστό των αβγών με βάρος πάνω από 50, είναι μεγαλύτερο από το ποσοστό των αβγών με βάρος πάνω από 56. Άρα το ποσοστό των αβγών που έχουν βάρος μεγαλύτερο από 50 γραμμάρια είναι μεγαλύτερο από το ποσοστό των αβγών που έχουν βάρος μικρότερο από 70 γραμμάρια.

