ΛΥΣΗ

α) Φέρνουμε $ε_4$ // $ε_2$ που διέρχεται από το Ο. Τότε από το θεώρημα του Θαλή για τις παράλληλες $ε_2$, $ε_4$, $ε_3$ που τέμνονται από τις ΓΒ και ΔΑ, έχουμε: $\frac{ΟΑ}{ΟΔ}=\frac{ΟΒ}{ΟΓ}$,

επομένως $\frac{12}{3}=\frac{6}{ΟΓ}$, άρα $12\cdot ΟΓ=6\cdot 3$ ή ΟΓ = 1.5.

Από το θεώρημα του Θαλή για τις παράλληλες $ε_2$, $ε_4$, $ε_1$ που τέμνονται από τις ΟΕ και ΟΖ, έχουμε: $\frac{ΟΓ}{ΓΕ}=\frac{ΟΔ}{ΔΖ}$, επομένως $\frac{1,5}{4}=\frac{3}{ΔΖ}$, άρα $1,5\cdot ΔΖ=4\cdot 3$ ή ΔΖ = 8.

β) Τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΟΒΑ έχουν:

$Ε\hat{Ζ}Ο=Β\hat{Α}Ο$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΕΖ και ΑΒ που τέμνονται από την ΖΑ.

$Ζ\hat{Ε}Ο=Α\hat{Β}Ο$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΕΖ και ΑΒ που τέμνονται από την ΕΒ.

Επομένως τα τρίγωνα είναι όμοια επειδή έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία.

γ) Από την ομοιότητα των τριγώνων ΟΕΖ και ΟΒΑ έχουμε:

	Ίσες γωνίες		
	$Ε\hat{Ζ}Ο=Β\hat{Α}Ο$	$Ζ\hat{Ε}Ο=Α\hat{Β}Ο$	$Ε\hat{Ο}Ζ=Β\hat{Ο}Α$
Απέναντι πλευρά στο τρίγωνο ΑΟΒ	ΟΒ	ΟΑ	ΑΒ
Απέναντι πλευρά στο τρίγωνο ΖΟΕ	ΟΕ	ΟΖ	ΕΖ

$\frac{ΕΖ}{ΑΒ}=\frac{ΟΖ}{ΟΑ}=\frac{ΟΔ+ΔΖ}{ΟΑ}=\frac{3+8}{12}=\frac{11}{12}$.