ΛΥΣΗ

α) Η κλίση της ευθείας ΟΑ είναι $\lambda_{\mathrm{OA}}=\dfrac{\sqrt{3}-0}{1-0}=\sqrt{3}$ και επειδή διέρχεται από την αρχή των αξόνων θα έχει εξίσωση $y=\sqrt{3}\cdot x$. Η γωνία ω που σχηματίζει με τον $x'x$ έχει εφαπτομένη $\sqrt{3}$, οπότε είναι $\omega=60^\circ$.

β) Η κλίση της ευθείας ΑΒ είναι $\lambda_{\mathrm{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1-1}=\dfrac{-1}{\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ και αφού διέρχεται από το σημείο $\mathrm{A}(1,\sqrt{3})$ έχει εξίσωση $y-\sqrt{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x-1)\Leftrightarrow y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot x+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Η γωνία ϕ που σχηματίζει με τον $x'x$ έχει εφαπτομένη $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, οπότε είναι $\phi=150^\circ$.

γ) Είναι $\lambda_{\mathrm{OA}}\cdot\lambda_{\mathrm{AB}}=\sqrt{3}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)=-1$, δηλαδή $\mathrm{OA}\perp\mathrm{AB}$, οπότε το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο με $\hat{\mathrm{A}}=90^\circ$.

Επίσης $(\mathrm{OA})=\sqrt{(1-0)^2+\left(\sqrt{3}-0\right)^2}=2$, $(\mathrm{AB})=\sqrt{(\sqrt{3}+1-1)^2+(\sqrt{3}-1-\sqrt{3})^2}=2$ και αφού $(\mathrm{OA})=(\mathrm{AB})$ το ΟΑΒ είναι και ισοσκελές.

δ) Αν θ η γωνία που σχηματίζει η ευθεία OB με τον $x'x$, είναι $\theta=\omega-\mathrm{A\hat{O}B}=60^\circ-45^\circ=15^\circ$, αφού $\mathrm{A\hat{O}B}=45^\circ$ δεδομένου ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{\mathrm{A}}=90^\circ$. Όμως $\varepsilon\phi\theta=\varepsilon\phi15^\circ$ είναι η κλίση της ευθείας ΟΒ δηλαδή $\dfrac{\sqrt{3}-1-0}{\sqrt{3}+1-0}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$. Συνεπώς $\varepsilon\phi15^\circ=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$.