ΛΥΣΗ

α) Ο κύκλος C έχει κέντρο το $\mathrm{K}(2,-3)$ και ακτίνα $\rho=\sqrt{5}$.

β) Είναι $d(K,\varepsilon)=\dfrac{|2\cdot 2+1\cdot(-3)+5|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{|6|}{\sqrt{5}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}>\sqrt{5}=\rho$ και αφού $d(K,\varepsilon)>\rho$ ο κύκλος C και η ευθεία (ε) δεν έχουν κοινά σημεία.

γ) Κάθε ευθεία (η) παράλληλη στην (ε) έχει τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης με την ευθεία (ε), δηλαδή $\lambda_\eta=-2$. Έτσι $(\eta): y=-2x+\beta \Leftrightarrow 2x+y-\beta=0$

Για να εφάπτεται η ευθεία (η) στον κύκλο πρέπει και αρκεί να απέχει από το κέντρο του κύκλου απόσταση ίση με την ακτίνα του κύκλου δηλαδή

$$d(K,\eta)=\rho \Leftrightarrow \frac{|2\cdot 2+1\cdot(-3)-\beta|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|1-\beta|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow |1-\beta|=5 \Leftrightarrow$$

$$1-\beta=5 \quad ή \quad 1-\beta=-5 \quad \Leftrightarrow \quad \beta=-4 \quad ή \quad \beta=6$$

Συνεπώς έχουμε δύο εφαπτομένες τις $\eta_1: 2x+y+4=0$ και $\eta_2: 2x+y-6=0$

όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

δ) Είναι $d(K,\eta_1)=d(K,\eta_2)=\rho$ δηλαδή το $\mathrm{K}(2,-3)$ ισαπέχει από τις ευθείες $(\eta_1),(\eta_2)$ οπότε ανήκει στη μεσοπαράλληλή τους. Η ζητούμενη μεσοπαράλληλη (η_3) ως παράλληλη στις $(\eta_1),(\eta_2)$ θα έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda_{\eta_3}=-2$.

Τελικά η ζητούμενη μεσοπαράλληλη είναι η $(\eta_3): y+3=-2(x-2) \Leftrightarrow y=-2x+1$.