ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της $M(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $y_1 y = p(x + x_1)$. Αλλά $2p = 12$, άρα $p = 6$. Ώστε (ε): $2\sqrt{3} \cdot y = 6(x+1)$. Έτσι $y = \frac{3}{\sqrt{3}}(x+1)$ άρα $y = \sqrt{3}(x+1)$, τελικά $y = \sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3}$.

β) Η διευθετούσα (δ) έχει εξίσωση $x = -\frac{p}{2}$, άρα είναι (δ): $x = -3$ έτσι είναι $H(-3, 2\sqrt{3})$ και η εστία Ε έχει συντεταγμένες $E(\frac{p}{2}, 0)$, άρα $E(3,0)$. Επίσης για $y = 0$ από την εξίσωση της (ε) παίρνουμε $0 = \sqrt{3}(x+1)$, άρα $x = -1$. Ώστε $B(-1,0)$.

γ) Βρίσκουμε τους συντελεστές διεύθυνσης των ευθειών ΜΕ και ΒΗ. Είναι $\lambda_{ME} = \frac{2\sqrt{3}-0}{1-3} = -\sqrt{3}$ και $\lambda_{HB} = \frac{2\sqrt{3}-0}{-3-(-1)} = -\sqrt{3}$. Ώστε ME παράλληλη στην HB. Άρα το ΜΕΒΗ είναι παραλληλόγραμμο. Αλλά από τον ορισμό της παραβολής είναι $MH = ME$. Παραλληλόγραμμο με δύο διαδοχικές πλευρές ίσες, είναι ρόμβος.

δ) Από την ανακλαστική ιδιότητα της παραβολής, γνωρίζουμε ότι η ευθεία που είναι κάθετη στην εφαπτομένη (ε) στο σημείο επαφής Μ, διχοτομεί την γωνία $E\widehat{M}t$ όπου Ε η εστία της παραβολής. Αρκεί λοιπόν να βρούμε την εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην (ε) στο Μ. Αλλά $\lambda_\varepsilon \cdot \lambda_\zeta = -1$, έτσι $\lambda_\zeta = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. Ώστε (ζ): $y - 2\sqrt{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)$, άρα είναι (ζ): $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ και τελικά (ζ): $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{7\sqrt{3}}{3}$.