ΛΥΣΗ

α) Η γενική μορφή της εξίσωσης της παραβολής είναι $y^2 = 2px$. Για την $y^2 = 4x$ θα έχουμε ότι 2p = 4, οπότε είναι p = 2.

Η εστία της Ε είναι το σημείο $\left(\frac{p}{2},0\right)=\left(\frac{2}{2},0\right)=(1,0)$.

Η διευθετούσα (δ) έχει εξίσωση $x=-\frac{p}{2}$, δηλαδή x = - $\frac{2}{2}=-1$.

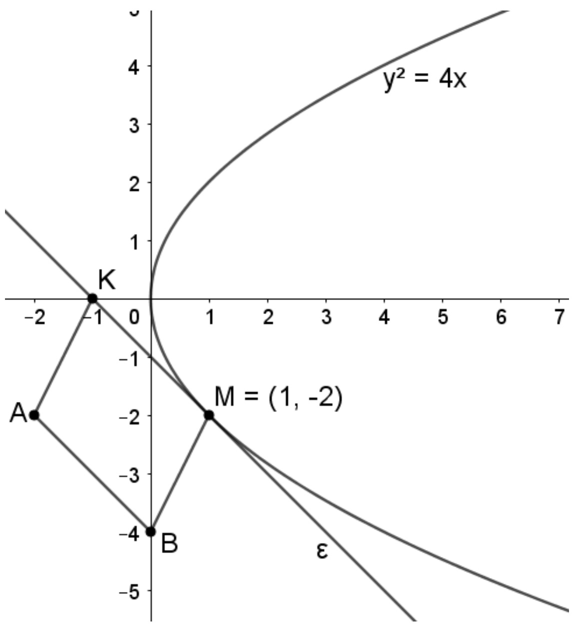
β) Η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο της $M(x_1,y_1)$ δίνεται από την εξίσωση: $yy_1 = p\left(x+x_1\right)$, δηλαδή $yy_1 = 2\left(x+x_1\right)$. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $\lambda_1=\frac{2}{y_1}$, ενώ ο συντελεστής διεύθυνσης της ΑΒ είναι $\lambda_2=\frac{-4-(-2)}{0-(-2)}=\frac{-2}{2}=-1$.

Για να είναι η εφαπτομένη παράλληλη στην ΑΒ πρέπει $\lambda_1 = \lambda_2$ ή $\frac{2}{y_1}=-1$, άρα $y_1=-2$.

Επειδή όμως το σημείο Μ ανήκει στην παραβολή θα επαληθεύει την εξίσωσή της, δηλαδή $y_1^2=4x_1$. Αντικαθιστούμε και έχουμε $(-2)^2=4x_1$, άρα $x_1=1$.

Επομένως το σημείο Μ θα είναι το (1,-2).

γ)



Η εφαπτομένη ευθεία (ε) της παραβολής στο σημείο της Μ(1,-2) θα είναι $yy_1 = 2\left(x+x_1\right)$ ή $-2y=2\left(x+1\right)$ ή $-y=x+1$ ή $x+y+1=0$.

Για να βρούμε το σημείο τομής της με τον x΄x βάζουμε όπου $y = 0$ και έχουμε x = -1. Επομένως το σημείο τομής με τον άξονα x΄x είναι το K(-1.0).

Από το ερώτημα (β) γνωρίζουμε ότι ΚΜ//ΑΒ.

(ΚΜ) = $\sqrt{\left(x_M - x_K\right)^2 + \left(y_M - y_K\right)^2} = \sqrt{\left(1-(-1)\right)^2 + \left(-2-0\right)^2} = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$.

(ΑΒ) = $\sqrt{\left(x_B - x_A\right)^2 + \left(y_B - y_A\right)^2} = \sqrt{\left(0-(-2)\right)^2 + \left(-4-(-2)\right)^2} = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$.

Τα τμήματα ΑΒ και ΚΜ είναι ίσα και παράλληλα, επομένως το τετράπλευρο ΑΒΜΚ είναι παραλληλόγραμμο, γιατί έχει δύο απέναντι πλευρές του ίσες και παράλληλες.