ΛΥΣΗ

Η τριγωνομετρική συνάρτηση $f(x) = \rho \cdot \eta\mu(\omega x)$, όπου $\rho, \omega > 0$ έχει μέγιστη τιμή ρ, ελάχιστη τιμή $-\rho$ και περίοδο $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Ως εκ τούτου,

α) Το $y_0 = (OA) = (OB) = \rho = 0{,}2$ μέτρα.

Η συνάρτηση $y(t)$ έχει μέγιστη τιμή $1 + \rho = 1{,}2$, ελάχιστη τιμή $1 - \rho = 0{,}8$ και η απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων A και B της ταλάντωσης είναι:

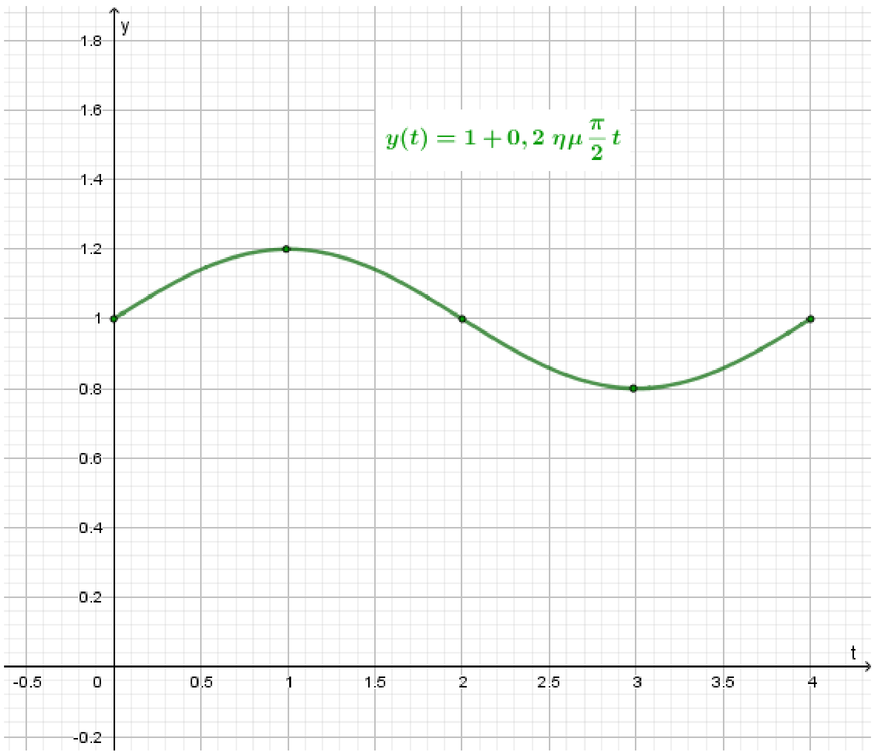
$|1{,}2 - 0{,}8| = 0{,}4$ μέτρα.

β) η περίοδος της συνάρτησης $y(t)$ είναι: $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow T = 4$.

γ) Ο πίνακας τιμών για τη συνάρτηση $y(t) = 1 + 0{,}2 \cdot \eta\mu\frac{\pi}{2}t$ για $t \in [0, 4]$, είναι:

t	0	1	2	3	4
$y(t)$	1	1,2	1	0,8	1

Είναι $y_{max} = 1{,}2$ και $y_{min} = 0{,}8$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης:



δ) Ζητάμε ουσιαστικά να βρούμε ποια χρονική στιγμή $t \in [0{,}2]$, είναι $y(t) = 1{,}1$.

Έχουμε: $\begin{cases} y(t) = 1 + 0{,}2 \cdot \eta\mu \frac{\pi}{2} t \\ \kappa\alpha\iota \\ y(t) = 1{,}1 \end{cases} \Leftrightarrow 0{,}2 \cdot \eta\mu \frac{\pi}{2} t = 0{,}1 \Leftrightarrow \eta\mu \frac{\pi}{2} t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$$\eta\mu \frac{\pi}{2} t = \eta\mu \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \acute{\eta} \\ \frac{\pi}{2} t = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}, \ \kappa \in Z \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4\kappa + \frac{1}{3} \\ \acute{\eta} \\ t = 4\kappa + \frac{5}{3} \end{cases}, \ \kappa \in Z$$

Επειδή όμως $t \in [0{,}2]$, έχουμε:

$0 \leq t \leq 2 \Rightarrow 0 \leq 4\kappa + \frac{1}{3} \leq 2 \Rightarrow -\frac{1}{12} \leq \kappa \leq \frac{5}{12}, \ \kappa \in Z$ (1)

$0 \leq t \leq 2 \Rightarrow 0 \leq 4\kappa + \frac{5}{3} \leq 2 \Rightarrow -\frac{5}{12} \leq \kappa \leq \frac{1}{12}, \ \kappa \in Z$ (2)

Και από τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι $\kappa = 0$, επομένως: $t = \frac{1}{3}$ ή $t = \frac{5}{3}$.