ΛΥΣΗ

α) Το $\rho$ καθορίζει τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης $f$, που είναι ίση με $\rho$ και την ελάχιστη τιμή της, που είναι ίση με $-\rho$. Άρα $\rho = 2$.

Το $\omega$ καθορίζει την περίοδο της συνάρτησης $g$, που είναι ίση με $\frac{2\pi}{\omega}$.

Άρα $\frac{2\pi}{\omega} = \pi \Leftrightarrow \omega = 2$.

β)

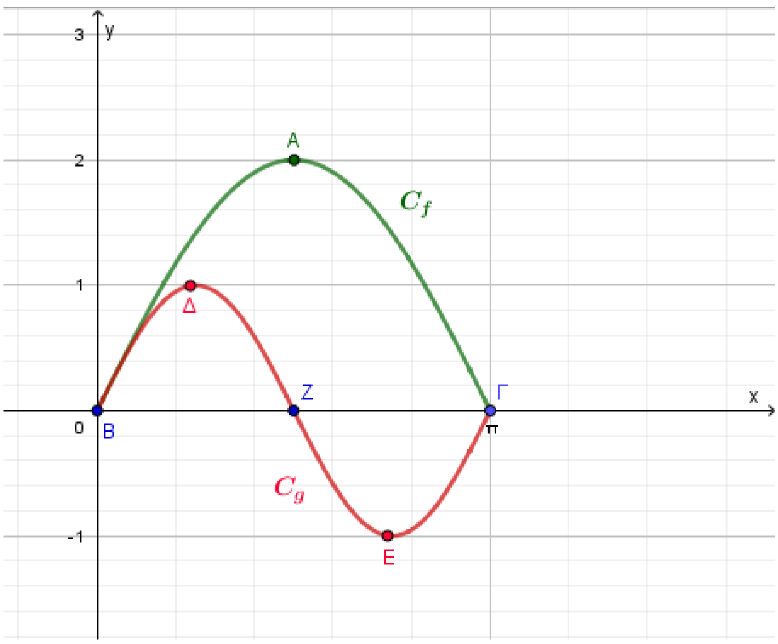
i. Για τη συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x$, με $x \in [0,\pi]$, είναι:

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|
| $f(x) = 2\eta\mu x$ | $0$ | $2$ | $0$ |

Για τη συνάρτηση $g(x) = \eta\mu(2x)$, με $x \in [0,\pi]$, είναι:

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | $0$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |
| $g(x) = \eta\mu(2x)$ | $0$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $0$ |

Οι γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων, είναι:



ii. Η ζητούμενη ανισότητα γράφεται ισοδύναμα

$$2\eta\mu\frac{5\pi}{9} > \eta\mu\frac{10\pi}{9} \Leftrightarrow 2\eta\mu\frac{5\pi}{9} > \eta\mu\left(2\cdot\frac{5\pi}{9}\right) \Leftrightarrow f\left(\frac{5\pi}{9}\right) > g\left(\frac{5\pi}{9}\right)$$

Είναι: $\frac{\pi}{2} < \frac{5\pi}{9} < \pi$.

Επομένως, από τις γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων προκύπτει ότι

$$f\left(\frac{5\pi}{9}\right) > 0 \text{ και } g\left(\frac{5\pi}{9}\right) < 0.$$

Ως εκ τούτου είναι $f\left(\frac{5\pi}{9}\right) > g\left(\frac{5\pi}{9}\right)$.