ΛΥΣΗ

α) Από τη γραφική παράσταση της f συμπεραίνουμε ότι αυτή είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[-1, 0]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[0, +\infty)$. Επιπλέον η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x = 0$. Η μέγιστη τιμή της είναι ίση με $f(0) = 1$.

β) Οι αριθμοί $-\frac{3}{5}, -\frac{5}{9}$ περιέχονται στο διάστημα $[-1, 0]$ όπου η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα και

$$-\frac{3}{5}+\frac{5}{9}=\frac{-27+25}{45}=-\frac{2}{45}<0$$

οπότε $-\frac{3}{5}<-\frac{5}{9}$ και λόγω της μονοτονίας της f συμπεραίνουμε ότι $f\left(-\frac{3}{5}\right)<f\left(-\frac{5}{9}\right)$.

γ) Είναι:

$$\sigma\upsilon\nu 120^{o} = \sigma\upsilon\nu(180^{o}-60^{o}) = -\sigma\upsilon\nu 60^{o} = -\frac{1}{2} \in [-1, 0]$$

$$\text{και } \eta\mu 120^{o} = \eta\mu(180^{o}-60^{o}) = \eta\mu 60^{o} = \frac{\sqrt{3}}{2} \in (0, +\infty)$$

Έτσι, με τη βοήθεια του τύπου της f έχουμε:

$$f(\sigma\upsilon\nu 120^{o}) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } f(\eta\mu 120^{o}) = f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1-\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$$

δ) Η γραφική παράσταση της g προκύπτει με μεταφορά της C_f δυο μονάδες προς τα δεξιά και φαίνεται στο επόμενο σχήμα.