**ΔΕΥΤΕΡΟΒΜΙΑ ΕΞΙΣΩΣΗ**

**α χ2 + β χ + γ =0 (1) , α , β , γєR με α≠0 .**

Έχουμε :

 α χ2 + β χ + γ =0 $⇔$ χ2 + $\frac{β}{α}$ χ + $\frac{γ}{α}$ =0 ⇔ χ2 +2 $\frac{β}{2α}$ χ +$ (\frac{β}{2α}$)2 - $(\frac{β}{2α}$)2 + $\frac{γ}{α}$ =0

 (χ+ $\frac{β}{2α}$ )2 - $\frac{β^{2}}{4α^{2}}$+ $\frac{γ}{α}$ =0 ⇔ (χ+ $\frac{β}{2α}$ )2 - $\frac{β^{2}-4αγ}{4α^{2}}$ = 0 ⇔ (χ+ $\frac{β}{2α}$ )2 = $\frac{β^{2}-4αγ}{4α^{2}}$ (1)΄

Θέτουμε **Δ =** $β^{2}-4αγ$ , το Δ ονομάζεται **διακρίνουσα της (1) και η (1)΄ γίνεται**

**(χ+** $\frac{β}{2α}$ **)2 =** $\frac{Δ}{4α^{2}}$ (2)

 Άρα έχουμε :

 Ι) **Αν Δ >0** τότε Δ =$ (\sqrt{Δ})$2 και $\frac{Δ}{4α^{2}}$ = $\frac{(\sqrt{Δ})^{2}}{4α^{2}}$ = $(\frac{\sqrt{Δ}}{2α})^{2}$ .

 Η (2) ⇔(χ+ $\frac{β}{2α}$ )2 = $(\frac{\sqrt{Δ}}{2α})^{2}$⇔ (χ+ $\frac{β}{2α}$ =-$\frac{\sqrt{Δ}}{2α}$ ή χ+ $\frac{β}{2α}= \frac{\sqrt{Δ}}{2α}$ )⇔

χ = $\frac{-β-\sqrt{Δ}}{2α}$ ή χ= $\frac{-β+\sqrt{Δ}}{2α}$ που είναι οι ρίζες της (1)

 Άρα **για Δ>0 η (1)** **έχει δύο ρίζες άνισες τις** $ρ\_{1}$ **=** $\frac{- β - \sqrt{Δ}}{2α}$ **και** $ρ\_{2}$ **=** $\frac{- β + \sqrt{Δ}}{2α}$ .

 ΙΙ) **Αν Δ = 0** , η (2) ⇔(χ+ $\frac{β}{2α}$ )2 = 0 ⇔ χ+ $\frac{β}{2α}$ =0 ⇔ χ = -$\frac{β}{2α}$ διπλή ρίζα

Άρα **για Δ= 0 η (1) έχει δύο ρίζες ίσες (ή μία διπλή) την ρ(=**$ρ\_{1}$**=**$ρ\_{2})$**=** -$\frac{β}{2α}$ .

 ΙΙΙ) **Αν Δ < 0 η (2) είναι αδύνατη στο R ,** αφού (χ+ $\frac{β}{2α}$ )2≥ 0 και $\frac{Δ}{4α^{2}}$< 0 .

 Άρα **για Δ < 0 η (1) είναι αδύνατη στο R .**

 Συμπέρασμα: Για να λύσουμε την εξίσωση **α χ2 + β χ + γ =0 , α≠0 βρίσκουμε την**

 **Διακρίνουσα Δ=**$β^{2}-4αγ$ **και έχουμε :**

|  |  |
| --- | --- |
| **Δ=**$β^{2}-4αγ$ | Εξίσωση **α χ2 + β χ + γ =0 , α≠0** |
| Δ>0 | Έχει δύο ρίζες άνισες τις ρ1 =$\frac{-β - \sqrt{Δ}}{2α}$ , ρ2 =$\frac{-β +\sqrt{Δ}}{2α}$ |
| Δ=0 | Έχει δύο ρίζες ίσες ρ1= ρ2 =-$\frac{β}{2α}$ |
| Δ<0 | Αδύνατη στο R |

**Hεξίσωση α χ2 + β χ + γ =0 , α≠0 έχει λύση (ρίζες) στο R , αν και μόνον ,αν Δ**$ \geq $ **0**

**Παρατήρηση :**

 **Αν α , γ ετερόσημοι (****α·γ<0) τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες , γιατί :**

**α·γ<0 ⇔ -4·α·γ > 0 ⇔ β2 - 4·α·γ > β2≥ 0 ⇔ β2 - 4·α·γ > 0 δηλαδή Δ>0 .**