ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ B: /100

ΘΕΜΑ 1ο

Α)Να δοθούν οι ορισμοί:

α)Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το Α,

 β)τι ονομάζουμε γνησίως αύξουσα συνάρτηση σ’ ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της,

γ)τι ονομάζουμε σύνθεση της f με την g.

Β)Μπορεί μια συνάρτηση να είναι “1-1” χωρίς να είναι γνησίως μονότονη; Αιτιολογείστε την απάντησή σας .

Γ)α) Στη λογαριθμική συνάρτηση f(x) =logax, 0<α≠1 αν α>1 τότε

 Logax<0$⇔$….. (Να λύσετε την ανίσωση)

β)Αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της f: A$→R$,τότε ισχύει f(f-1(x))=x για κάθε x ε Α. Σ Λ

γ)Αν μια συνάρτηση f δεν είναι “1-1” ,τότε δεν είναι γνησίως μονότονη. Σ Λ

ΘΕΜΑ 2ο

α)Nα γίνει γραφική παράσταση της συνάρτησης F(x)=$\left\{\begin{array}{c}-x+3,x<1\\x+1, x\geq 1\end{array}\right.$,και στη συνέχεια να βρείτε το σύνολο τιμών της.

β)Να βρείτε τη μονοτονία της f(x)=3e1-x+1.

γ)Να δείξετε ότι η f(x)=3x-2 είναι “1-1” και στη συνέχεια να βρείτε την αντίστροφό της.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=1+ln$(\sqrt{x-1}+1)$.

α)Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

β)Να δείξετε ότι η f είναι “1-1”.

γ)Να βρείτε την αντίστροφη της f.

δ)Να λύσετε την εξίσωση f-1(x+1)=3.

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ότι η f:R$→R$,είναι γνησίως φθίνουσα και η g(x)=f(x)-2ex.

α)Να δείξετε ότι η g είναι αντιστρέψιμη.

β)Να λύσετε την ανίσωση : f(x-1)+2<f(0)+2ex-1.

γ)Να λύσετε την ανίσωση $g\left(ln\frac{1}{x-1}\right)=g(2e$x-1-2e).

**Καλή επιτυχία**

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ 1ο

Α)Να δοθούν οι ορισμοί:

α)Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α παρουσιάζει μέγιστο στο x0 ε Α;

 β)Tι ονομάζουμε γνησίως φθίνουσα συνάρτηση σ’ ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της,

γ)Πότε μια συνάρτηση f: A$→R$ λέγεται “1-1”

Β)Aν f(x)=lnx και g(x)=e-x τότε (gof)(x)=$ \frac{1}{x}$ ,x ε R\* Σ Λ

Γ)α) Στη λογαριθμική συνάρτηση f(x) =logax, 0<α≠1 αν 0<α<1 τότε

 logax<0$⇔$….. (Να λύσετε την ανίσωση)

β)Αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της f: A$→R$,τότε ισχύει f(f-1(x))=x για κάθε x ε Α. Σ Λ

γ) Τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και f-1 βρίσκονται πάνω στην ευθεία y=x. Σ Λ

ΘΕΜΑ 2ο

α)Nα γίνει γραφική παράσταση της συνάρτησης F(x)=$\left|lnx\right|$,και στη συνέχεια να βρείτε το σύνολο τιμών της.

β)Να βρείτε τη μονοτονία της f(x)=2ln(x-2)-1.

γ)Να δείξετε ότι η f(x)=e-x+1 είναι “1-1” και στη συνέχεια να βρείτε την αντίστροφό της.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=x3+2x-2.

α)Να δείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη.

β)Να βρείτε τα κοινά σημεία των Cf και Cf-1.

γ)Να λύσετε την ανίσωση:

f-1(e2x-ex+1)<1

δ)Να λύσετε την εξίσωση f3(x)+2f(x)=x+2

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ότι η f:R$→R$,είναι γνησίως φθίνουσα και η g(x)=f(x)-2ex.

α)Να δείξετε ότι η g είναι αντιστρέψιμη.

β)Να λύσετε την ανίσωση : f(x-1)+2<f(0)+2ex-1.

γ)Να λύσετε την ανίσωση $g\left(ln\frac{1}{x-1}\right)=g(2e$x-1-2e).

**Καλή επιτυχία**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Bαθμός: /100**

**Oνοματεπώνυμο:**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α)** Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής.

**Β**) Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

1. $$=………. 0<α<1

2.$ $=…………… 0<α<1

3. Αν $$=0 και f(x)>0 κοντά στο $x\_{0}$ τότε $\lim\_{x\to x\_{0}}\frac{1}{f(x)}$=………..

**Γ)**

 α) $$=1 Α Ψ

 β) $$=1 A Ψ

 γ) Το όριο $$ είναι καλώς ορισμένο. Α Ψ

Να κυκλώσετε το γράμμα Α η Ψ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Δ)** Αν το $$, δεν υπάρχει τότε :

 1) $x\_{0}$=0 2) $x\_{0}=2 $ 3) $x\_{0}=-1$ 4) $x\_{0}=1$

Να κυκλώσετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

**Ε)**$ Αν $ και $\infty $, τότε $$ A Ψ

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με ένα παράδειγμα.

**ΘΕΜΑ 2ο**

**Α)** Δίνεται η συνάρτηση: f(x)=$\frac{\left(λ-1\right)x^{2}+x-2}{x^{2}-1}$.

Να βρείτε τη τιμή του λεR για την οποία υπάρχει στο R το όριο$ $.

**Β)** Αν f(x)=$ \frac{x^{2}+1}{x+1}-αx+β$, να βρείτε τις τιμές των α,β εR,για τις οποίες ισχύει $$=0

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση :

F(x) =$\left\{\begin{array}{c}\frac{x^{2}-1}{\sqrt{x+3}-2} , -3\leq x<1 \\\frac{x^{2}+αx+β}{x^{2}-3x+2},1<x<2 \end{array}\right.$.

Nα βρεθούν τα α, β ε R ώστε να υπάρχει το $$.

**Καλή επιτυχία**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Bαθμός: /100**

**Oνοματεπώνυμο:**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α.** Πότε μια συνάρτηση είναι συνεχής :

α)Σε ένα σημείο χο του πεδίου ορισμού της;

β) Σε ένα κλειστό διάστημα [α,β];

**Β.** α)Να διατυπώσετε και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα Bolzano.

β)Να διατυπώσετε και αποδείξετε το θεώρημα ενδιάμεσων τιμών.

γ)Ποιο είναι το πεδίο τιμών μιας γνησίως αύξουσας συνάρτησης f σε ένα ανοικτό διάστημα (α,β);

**Γ.** Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το Α η Ψ αιτιολογώντας συγχρόνως την απάντηση σας :

1. Αν η f είναι συνεχής στο R και για x $\ne 4$ ισχύει f(x)=$\frac{x^{2}-7x+12}{x-4}, $

τότε το f(4)=1. A. Ψ.

1. Αν η f είναι συνεχής στο [-1,1] και f(-1)=4, f(1)=3, τότε υπάρχει

πραγματικός αριθμός xo ε (-1,1)τέτοιος ώστε f(xo)=π. Α. ψ.

**ΘΕΜΑ 2ο**

1. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια τη παρακάτω συνάρτηση και μετά να χαράξετε τη γραφική της παράσταση

 $f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}2x^{2}, \left|x\right|\leq 1\\\frac{2}{x}, \left|x\right|>1\end{array}\right.$.

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση :$ \frac{e^{x}}{x-1}+\frac{lnx}{x-2}=0$, έχει μια τουλάχιστο ρίζα στο (1,2).
2. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f

και g έχουν ένα ακριβώς κοινό σημείο

 f(x)=lnx και g(x)=$\frac{1}{x}$.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω η συνεχής και γνησίως φθίνουσα συνάρτηση f : (0,1)$\rightarrow R$ ,για την οποία ισχύουν $\frac{f\left(x\right)-3}{x}$=3 και 2ημ(x-1)$\leq \left(x-1\right)f\left(x\right)\leq x^{2}-1$ $∀ x$ ε(0,1).

α. Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης g(x)=f(x)-lnx-3,$ x$ ε(0,1).

β)Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της h(x)=ef(x)-3 τέμνει τη διχοτόμο των θετικών ημιαξόνων σε ένα μόνο σημείο, με τετμημένη

$x$ ε(0,1).