**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

 **ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α.** Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη σ’ ένα σημείο xo του πεδίου ορισμού της;

**Β.** Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ’ ένα σημείο xo του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

**Γ.** Να διατυπώσετε και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα Rolle.

**Δ**. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστή(Σ) η λάθος(Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [0,1], παραγωγίσιμη στο (0,1) και f’(x)≠0 για

όλα τα x ε (0,1), τότε f(0)≠f(1). Σ Λ

1. Η ευθεία x=1 είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της

συνάρτησης f(x)=$\frac{x^{2}-3x+2}{(x-1)^{2}}$ Σ Λ

1. Αν οι εφαπτόμενες των συναρτήσεων f(x)=lnx και g(x)=2x2 στα σημεία με τετμημένη

xo είναι παράλληλες, τότε το xo=$\frac{1}{2}$ Σ Λ

1. Αν f′(x)>0 για κάθε x ε [-1,1] και f(0)=0, τότε: f(-1)>0 Σ Λ
2. α)Αν f κυρτή σ’ ένα διάστημα Δ τότε f’’(x)>0 Σ Λ

β)Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Να αποδείξετε ότι :

1. Η συνάρτηση f(x)=$\frac{x^{3}-9x}{x^{2}-1}$ είναι γνησίως αύξουσα σε καθένα από τα διαστήματα του πεδίου ορισμού της και να βρείτε το σύνολο των τιμών της f σε καθένα από τα διαστήματα αυτά.
2. Η εξίσωση x3-αx2-9x+α=0 είναι ισοδύναμη με την f(x)=α και στη συνέχεια ότι έχει τρείς πραγματικές ρίζες για κάθε α ε R.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f(x)=x3-3x2-9x+11

**ΘΕΜΑ 4ο**

Ένα κινητό κινείται κατά μήκος της καμπύλης y=f(x) όπου f(x)=x2+2x+18.Σε ποίο σημείο της καμπύλης ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης είναι διπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της τετμημένης, αν x’(t)>0.

**Μονάδες:Θ1/5-20-10-(10-5) Θ2/10-10 Θ3/20 Θ4/10**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

 **ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α.** Πότε ένα σημείο Α(xo, f (xo )) ονομάζεται σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f;

 **Β.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν

* η f είναι συνεχής στο Δ και
* f’(x)=0 για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ,

τότε η f είναι σταθερή σε όλο το Δ.

**Γ.** Να διατυπώσετε και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα μέσης τιμής.

**Δ**. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστή(Σ) η λάθος(Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Αν οι f,g είναι συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο [α, β], με f(α)=g(α) και f(β)=g(β)

τότε υπάρχει xo ε (α ,β) τέτοιο ώστε στα σημεία Α(xo, f (xo )) και Β(xo, g(xo )) οι εφαπτόμενες να είναι παράλληλες. Σ Λ

1. Η ευθεία x=1 είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της

συνάρτησης f(x)=$\frac{x^{2}-3x+2}{x-1}$ Σ Λ

1. Αν f’(x)=(x-1)2(x-2)για κάθε xεRτότε το f(2) είναι τοπικό ελάχιστο της f. Σ Λ
2. Αν f′(x)>0 για κάθε x ε [-1,1] και f(0)=0, τότε: f(1)>0 Σ Λ
3. α)Αν f γνησίως αύξουσα σ’ ένα διάστημα Δ τότε f’(x)>0 Σ Λ

β)Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ 2ο**

1. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση

 f(x)=lnx+x-1 και να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημό της.

1. Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα τη συνάρτηση

Φ(x)=2xlnx+x2-4x+3

1. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

G(x)=xlnx και h(x)=$-\frac{1}{2}x^{2}+2x-\frac{3}{2}$ έχουν ένα μόνο κοινό σημείο στο οποίο έχουν κοινή εφαπτομένη.

**ΘΕΜΑ 3ο**

Ένα κινητό Μ ξεκινά από την αρχή των αξόνων και κινείται κατά μήκος της καμπύλης y=$\frac{1}{4}x^{2}$ ,x≥0.Σε ποίο σημείο της καμπύλης ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης y του Μ είναι ίσος του ρυθμού μεταβολής της τετμημένης του x, αν x’(t)>0 για κάθε t≥0.

**ΘΕΜΑ 4ο**

Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f(x)=$\frac{x^{2}-x+4}{x-1}$

**Μονάδες:Θ1/5-20-10-(10-5) Θ2/10-05-05 Θ3/10 Θ4/20**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

 **ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α.** Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη σ’ ένα σημείο xo του πεδίου ορισμού της;

**Β.** Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ’ ένα σημείο xo του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

**Γ.** Να διατυπώσετε και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα Rolle.

**Δ**. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστή(Σ) η λάθος(Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [0,1], παραγωγίσιμη στο (0,1) και f’(x)≠0 για

όλα τα x ε (0,1), τότε f(0)≠f(1). Σ Λ

1. Η ευθεία x=1 είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της

συνάρτησης f(x)=$\frac{x^{2}-3x+2}{(x-1)^{2}}$ Σ Λ

1. Αν οι εφαπτόμενες των συναρτήσεων f(x)=lnx και g(x)=2x2 στα σημεία με τετμημένη

xo είναι παράλληλες, τότε το xo=$\frac{1}{4}$ Σ Λ

1. Αν f′(x)>0 για κάθε x ε [-1,1] και f(0)=0, τότε: f(-1)<0 Σ Λ
2. α) Αν f γνησίως αύξουσα σ’ ένα διάστημα Δ τότε f’(x)>0 Σ Λ

β)Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=2ημx-x+3, xε [0,π]

1. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ημx=$\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$, έχει ακριβώς μια ρίζα στο (0,π).

**ΘΕΜΑ 3ο**

Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f(x)= x3+2x2-9.

**ΘΕΜΑ 4ο**

Ένα κινητό κινείται σε κυκλική τροχιά με εξίσωση x2+y2=1.Kαθώς περνάει από το σημείο

Α($\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$, η τεταγμένη του y ελαττώνεται με ρυθμό 3 μονάδες το δευτερόλεπτο. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης x τη χρονική στιγμή που το κινητό περνάει από το Α.

**Μονάδες:Θ1/5-20-10-(10-5) Θ2/10-10 Θ3/20 Θ4/10**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ**

 **ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**Α.** Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σ’ ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ. Πότε η συνάρτηση f λέμε ότι είναι κοίλη στο Δ ;

**Β.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν

* η f είναι συνεχής στο Δ και
* f’(x)=0 για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ,

τότε η f είναι σταθερή σε όλο το Δ.

**Γ.** Να διατυπώσετε και να ερμηνεύσετε γεωμετρικά το θεώρημα μέσης τιμής.

**Δ**. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστή(Σ) η λάθος(Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Αν οι f,g είναι συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο [α, β], με f(α)=g(α) και f(β)=g(β)

τότε υπάρχει xo ε (α ,β) τέτοιο ώστε στα σημεία Α(xo, f (xo )) και Β(xo, g(xo )) οι εφαπτόμενες να είναι παράλληλες.. Σ Λ

1. Η ευθεία x=1 είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της

συνάρτησης f(x)=$\frac{x^{2}-3x+2}{(x-1)^{}}$ Σ Λ

1. Αν οι εφαπτόμενες των συναρτήσεων f(x)=lnx και g(x)=2x2 στα σημεία με τετμημένη

xo είναι παράλληλες, τότε το xo=$\frac{1}{2}$ Σ Λ

1. Αν f′(x)>0 για κάθε x ε [-1,1] και f(0)=0, τότε: f(-1)>0 Σ Λ
2. α)Αν f κυρτή σ’ ένα διάστημα Δ τότε f’’(x)>0 Σ Λ

β)Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Να αποδείξετε ότι :

1. Η συνάρτηση f(x)=x3-3x+α είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [-1,1]
2. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f στο διάστημα [-1,1]
3. Αν -2<α<2, να αποδείξετε ότι η εξίσωση x3-3x+α =0 έχει ακριβώς μια λύση στο διάστημα (-1,1).

**ΘΕΜΑ 3ο**

Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f(x)= $\frac{x+1}{x-1}$

**ΘΕΜΑ 4ο**

Ένα κινητό κινείται κατά μήκος της καμπύλης y=f(x) όπου f(x)=x2+2x+18.Σε ποίο σημείο της καμπύλης ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης είναι διπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της τετμημένης, αν x’(t)>0.

**Μονάδες:Θ1/5-20-10-(10-5) Θ2/10-05-05 Θ3/20 Θ4/10**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**