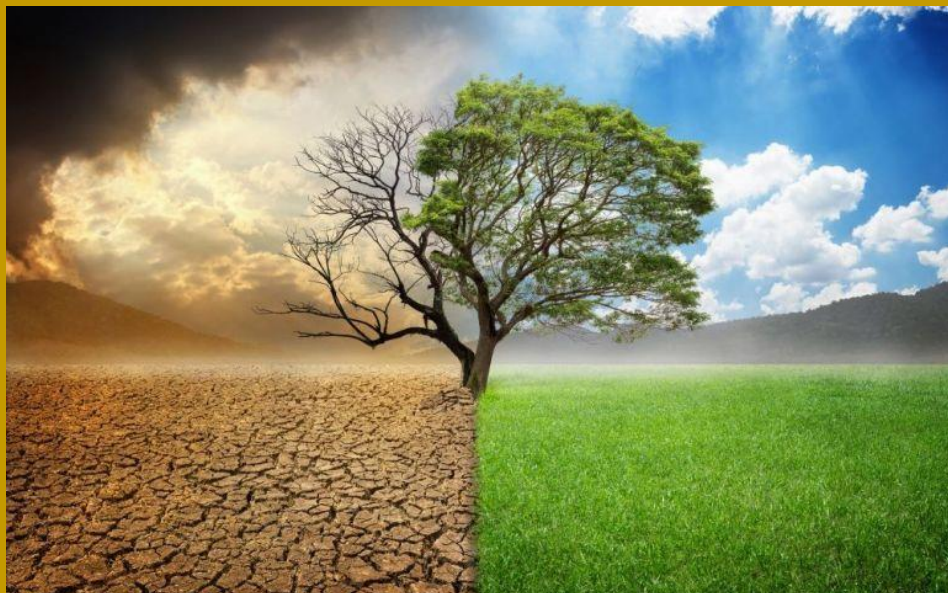


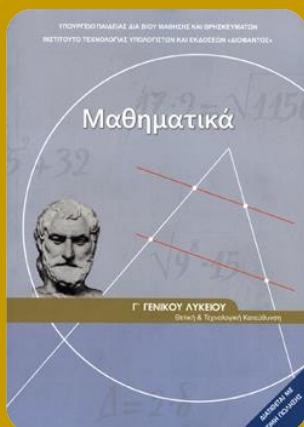


ΛΥΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ
ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΔΕΥΤΕΡΑ

6 Ιουνίου 2022



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

lisari team

ΛΥΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2022

2η έκδοση

Βελαώρας Γιάννης

Βοσκάκης Σήφης

Γκριμπαβιώτης Πάνος

Μανώλης Ανδρέας

Παπαμικρούλης Δημήτρης

Ποδηματάς Θωμάς

Σπλήνης Νίκος

Συντονισμός

Χατζόπουλος Μάκης

Οι απαντήσεις - λύσεις είναι αποτέλεσμα της συλλογικής δουλειάς
των μελών της **lisari team**

2η έκδοση: 6 – 6 – 2022 (συνεχής ανανέωση)

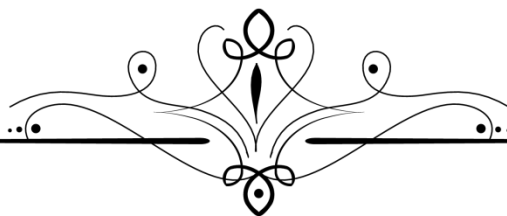


Οι λύσεις διατίθεται **αποκλειστικά**

από το μαθηματικό ιστότοπο

lisari.blogspot.com





Πρόλογος

Στο παρόν αρχείο περιλαμβάνονται οι απαντήσεις των Πανελλαδικών Εξετάσεων 2022 στο μάθημα **Μαθηματικά Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών Οικονομίας και Πληροφορικής**. Η παρουσίαση των απαντήσεων είναι πλήρης και αναλυτική στο μέγιστο δυνατό, προκειμένου οι μαθητές να μπορούν να μελετήσουν και να επεξεργαστούν εύκολα το αρχείο.

Η εργασία αυτή εκπονήθηκε αποκλειστικά από τη γνωστή **διαδικτυακή ομάδα Μαθηματικών** από διάφορα μέρη της Ελλάδος, τη **lisari team**. Φέτος εστίασαμε στη ποικιλία των λύσεων και όσο στο χρόνο που θα αναρτηθούν οι λύσεις.

Την αρχική συγγραφή των λύσεων ακολούθησαν ενδελεχείς έλεγχοι, διορθώσεις και βελτιώσεις με στόχο μια **πληρέστερη και πιο ποιοτική παρουσίαση**. Ζητούμε συγνώμη για τυχόν παραλείψεις, λάθη ή αστοχίες που ενδεχομένως θα έχουν διαφύγει της προσοχής μας, γεγονός αναπόφευκτο δεδομένων των στενών χρονικών περιθωρίων. Θα ακολουθήσουν επόμενες εκδόσεις, όπου η εν λόγω παρουσίαση θα βελτιωθεί, ίσως εμπλουτιστεί και με εναλλακτικές λύσεις.

Οποιαδήποτε σχόλια, παρατηρήσεις, διορθώσεις και βελτιώσεις επί των λύσεων είναι ευπρόσδεκτα στην ηλεκτρονική διεύθυνση lisari.blogspot@gmail.com.

Με εκτίμηση

lisari^{team}

6 Ιουνίου 2022

lisariteam

1. Αντωνόπουλος Νίκος (3ο ΓΕΛ Άργους)
2. Αυγερινός Βασίλης (Φροντιστήριο "Διάταξη" - Ν. Σμύρνη)
3. Βελαώρας Γιάννης (Φροντιστήριο "Βελαώρας" - Λιβαδειά Βοιωτίας)
4. Βοσκάκης Σήφης (Φροντιστήριο "Ευθύνη" - Ρέθυμνο)
5. Γιαννόπουλος Μιχάλης (Θεσσαλονίκη - Αμερικάνικη Γεωργική Σχολή)
6. Γκριμπαβιώτης Παναγιώτης (Φροντιστήριο "Λύση" - Άρτα)
7. Δούδης Δημήτρης (3ο Λύκειο Αλεξανδρούπολης)
8. Ζαμπέλης Γιάννης (Φροντιστήρια "Πουκαμισάς" Γλυφάδας)
9. Κακαβάς Βασίλης (Φροντιστήριο "Ωθηση" - Μαρούσι)
10. Κάκανος Γιάννης (Φροντιστήριο "Παπαπαναγιώτου – Κάκανος" - Σέρρες)
11. Κανάβης Χρήστος (6ο ΓΕΛ Αιγάλεω)
12. Κατζιώτη Χαρά (2ο Γυμνάσιο Πρέβεζας)
13. Κουλούρης Ανδρέας (3ο ΓΕΛ Γαλατσίου)
14. Κουστέρης Χρήστος (Φροντιστήριο "Στόχος" - Περιστέρι)
15. Κοπάδης Αθανάσιος (Φροντιστήριο 19+ στο Πολύγωνο και Ευρωπαϊκό Πρότυπο)
16. Κοσόγλου Ιορδάνης (ΓΕ.Λ Εξαπλατάνου)
17. Μανώλης Ανδρέας (Φροντιστήριο "Ρηγάκης" και Φροντιστήριο 20' – Κοζάνη)
18. Μαρούγκας Χρήστος (3ο ΓΕΛ Κηφισιάς)
19. Μπαδέρης Δημήτρης (Καθηγητής μαθηματικών στην Ιδιωτική Εκπαίδευση)
20. Νάννος Μιχάλης (1ο Γυμνάσιο Σαλαμίνας)
21. Νικολόπουλος Αθανάσιος (2ο ΓΕΛ, Ζάκυνθος)
22. Παγώνης Θεόδωρος (Φροντιστήριο "Εις τη ν" - Αγρίνιο)
23. Παπαμικρούλης Δημήτρης (Εκπαιδευτικός Οργανισμός "Ρόμβος")
24. Ποδηματάς Θωμάς (Σπουδαστήριο Μαθηματικών Θωμάς και Ρόζα Ποδηματά - Βόλος)
25. Πολύζος Γιώργος (τ. πάρεδρος στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, συγγραφέας)
26. Ράπτης Γιώργος (6ο ΓΕΛ Βόλου)
27. Σίσκας Χρήστος (Φροντιστήριο "Μπαχαράκης" - Θεσσαλονίκη)
28. Σκομπρής Νίκος (Συγγραφέας – 1ο Λύκειο Χαλκίδας)
29. Σπλήνης Νίκος (Φροντιστής)
30. Σταυρόπουλος Παύλος (Ιδιωτικά Εκπαιδευτήρια Λούκα)
31. Σταυρόπουλος Σταύρος (Πρόεδρος Ε.Μ.Ε Κορινθίας - ΓΕΛ Ζευγολατιού)
32. Τάσος Νίκος (Σύμβουλος Ι.Ε.Π.)
33. Τσακαλάκος Τάκης (Συνταξιούχος αλλά ενεργός μαθηματικός)
34. Χαραλάμπους Σταύρος (Μουσικό Σχολείο Λαμίας)
35. Χασάπης Γεώργιος (Ιδιωτικός υπάλληλος)
36. Χατζόπουλος Μάκης (3ο ΓΕΛ Κηφισιάς)

lisari team / Σχολικό έτος 2021 – 22

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΥΤΕΡΑ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΘΕΤΙΚΗΣ, ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΠΤΑ (7)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. (Σχολικό βιβλίο σελ. 186)

- Κάθε συνάρτηση της μορφής $G(x) = F(x) + c$, όπου $c \in \mathbb{R}$, είναι μια παράγουσα της f στο

Δ , αφού $G'(x) = (F(x) + c)' = F'(x) = f(x)$, για κάθε $x \in \Delta$.

- Έστω G είναι μια άλλη παράγουσα της f στο Δ . Τότε για κάθε $x \in \Delta$ ισχύουν

$F'(x) = f(x)$ και $G'(x) = f(x)$, οπότε $G'(x) = F'(x)$, για κάθε $x \in \Delta$. Άρα, υπάρχει σταθερά c τέτοια, ώστε $G(x) = F(x) + c$, για κάθε $x \in \Delta$.

A2. (Σχολικό βιβλίο σελ. 142)

Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε:

$$f'(x_0) = 0$$

A3. (Σχολικό βιβλίο σελ. 161)

Αν ένα τουλάχιστον από τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ είναι $+\infty$ ή $-\infty$, τότε η ευθεία $x = x_0$

λέγεται κατακόρυφη ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της f .

A4. α) Σωστό (σελ. 67)

δ) Λάθος (σελ. 53)

β) Σωστό (σελ. 128)

ε) Λάθος (σελ. 214)

γ) Σωστό (σελ. 114)

ΘΕΜΑ Β

B1. Για το πεδίο ορισμού της παράστασης $f \circ g$ είναι:

$$\begin{cases} x \in D_g \\ g(x) \in D_f \end{cases} = \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} \leq 1 \end{cases} = \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{cases} = [0, 1] \neq \emptyset$$

άρα ορίζεται η συνάρτηση $f \circ g$ και $D_{f \circ g} = [0, 1]$.

Είναι $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2$, οπότε ο τύπος της $f \circ g$ είναι:

$$(f \circ g)(x) = (\sqrt{x}^2 - 1)^2 = (x - 1)^2, x \in [0, 1].$$

B2. Για $x \in (0,1)$ είναι:

$$h'(x) = 2(x-1) < 0$$

και η h είναι και συνεχής στο $[0,1]$ ως πράξεις συνεχών συναρτήσεων, οπότε η συνάρτηση h είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0,1]$ άρα και $1-1$, οπότε αντιστρέφεται.

Η h έχει σύνολο τιμών το

$$h([0,1]) = [h(1), h(0)] = [0,1] .$$

Για $x, y \in [0,1]$ έχουμε:

$$h(x) = y \Leftrightarrow (x-1)^2 = y \Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{y} \Leftrightarrow -x+1 = \sqrt{y} \Leftrightarrow x = 1-\sqrt{y} .$$

Άρα,

$$h^{-1}(x) = 1-\sqrt{x}, x \in [0,1] .$$

B3. i) Η συνάρτηση φ είναι συνεχής στο $(0,1)$ ως πράξεις συνεχών συναρτήσεων και επειδή

$$\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} = 1 = \varphi(0)$$

είναι συνεχής και στο διάστημα $[0,1)$. Επίσης,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-\sqrt{x}}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x}{(1-x)(1+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{1+\sqrt{x}} = \frac{1}{2} = \varphi(1) .$$

Οπότε η φ είναι συνεχής και στο 1 άρα είναι συνεχής στο $[0,1]$.

Τέλος, $\varphi(0)=1$ και $\varphi(1)=\frac{1}{2}$ άρα $\varphi(0) \neq \varphi(1)$ συνεπώς για τη συνάρτηση φ ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος ενδιαμέσων τιμών στο διάστημα $[0,1]$.

ii) Η συνάρτηση $y = \eta\mu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right) \subseteq \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, οπότε θα ισχύει:

$$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \eta\mu \frac{\pi}{6} < \eta\mu \alpha < \eta\mu \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \eta\mu \alpha < 1$$

Εφόσον λοιπόν ισχύει $\varphi(1) < \eta\mu \alpha < \varphi(0)$ και η συνάρτηση φ ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος ενδιαμέσων τιμών στο διάστημα $[0,1]$ τότε θα υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (0,1)$ τέτοιο ώστε $\varphi(x_0) = \eta\mu \alpha$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για κάθε $x < -1$ έχουμε:

$$f'(x) = -2 \Leftrightarrow f'(x) = (-2x)'$$

κι επειδή η f είναι συνεχής στο $\mathbb{R}$ θα είναι και στο $(-\infty, -1)$, οπότε υπάρχει $c_1 \in \mathbb{R}$ τέτοιο, ώστε:

$$f(x) = -2x + c_1, x < -1 .$$

Για κάθε $x > -1$ έχουμε:

Το τρίγωνο ΓΚΜ είναι ορθογώνιο στο $K(x(t), 0)$ με $\Gamma(2, 0)$, επομένως το εμβαδόν του σε χρόνο t είναι,

$$\begin{aligned} E(t) &= \frac{1}{2} \Gamma\Gamma \cdot \Gamma K = \frac{1}{2} (x(t) - 2)y(t) \\ &= \frac{1}{2} (x(t) - 2)(2x(t) - 2) \\ &= x^2(t) - 3x(t) + 2 \end{aligned}$$

Ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού σε χρόνο t , είναι

$$E'(t) = 2x(t)x'(t) - 3x'(t)$$

και σε χρόνο t_0 είναι

$$E'(t_0) = 2x(t_0)x'(t_0) - 3x'(t_0) = 2 \cdot 3 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 6 \text{ τ.μον} / \text{s}.$$

Γ4. Για $x < -1$ είναι, $f(x) = -2x - 2$ οπότε

$$\text{το } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x - 2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x) = +\infty, \text{ άρα } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 0 \text{ και } f(x) > 0$$

Για $x < -1$ είναι,

$$\left| \frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} \right| = \frac{|\eta\mu f(x)|}{|f(x)|} \leq \frac{1}{f(x)} \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} \leq \frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} \leq \frac{1}{f(x)}$$

Είναι $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{f(x)} \right) = 0$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$, άρα από κριτήριο παρεμβολής έχουμε:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} = 0.$$

Ακόμη,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(-x)}{1 - x^3} \stackrel{-x=u}{=} \lim_{\substack{u_0=+\infty \\ u \rightarrow +\infty}} \frac{f(u)}{1 + u^3} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^3 - u}{1 + u^3} = \lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{u^3}{u^3} = 1$$

Επομένως,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} + \frac{f(-x)}{1 - x^3} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\eta\mu f(x)}{f(x)} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(-x)}{1 - x^3} = 0 + 1 = 1.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. i) Η f είναι παραγωγίσιμη, με παράγωγο:

$$f'(x) = (x - \ln(3x))' = 1 - \frac{1}{3x} \cdot (3x)' = 1 - \frac{3}{3x} = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$$

Πίνακας μεταβολών

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	—	○	+
$f(x)$	↘		↗

Η f συνεχής και γνησίως φθίνουσα στο $(0, 1]$ άρα

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - \ln(3x)) = +\infty$$

και

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - \ln(3x)) = 1 - \ln 3 = \ln e - \ln 3 < 0, \text{ διότι } e \approx 2,7 < 3.$$

Άρα

$$f((0,1]) = \left[\ln \frac{e}{3}, +\infty \right)$$

και επειδή $0 \in f((0,1])$ και $f \searrow$ στο $(0,1]$, η εξίσωση $f(x) = 0$, έχει μοναδική λύση $x_1 \in (0,1]$.

Επίσης, η f είναι συνεχής και γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$ άρα

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - \ln(3x)) = \ln \frac{e}{3} < 0$$

και

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln(3x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln e^x - \ln(3x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln \frac{e^x}{3x} \right)$$

$$\text{Θέτουμε: } u = \frac{e^x}{3x} \text{ οπότε } \lim_{x \rightarrow +\infty} u = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{3x} \stackrel{+\infty}{\text{DLH}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(e^x)'}{(3x)'} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{3} = +\infty.$$

Τελικά,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{u \rightarrow +\infty} (\ln u) = +\infty$$

Άρα,

$$f([1, +\infty)) = \left[\ln \frac{e}{3}, +\infty \right)$$

και επειδή $0 \in f([1, +\infty))$ και $f \nearrow$ στο $[1, +\infty)$, η εξίσωση $f(x) = 0$, έχει μοναδική λύση $x_2 \in [1, +\infty)$.

Συνεπώς, η εξίσωση $f(x) = 0$, έχει ακριβώς δύο λύσεις x_1, x_2 με $x_1 < 1 < x_2$.

ii) Η f' είναι παραγωγίσιμη με

$$f''(x) = \left(1 - \frac{1}{x} \right)' = \frac{1}{x^2} > 0, \text{ για κάθε } x \in (0, +\infty),$$

άρα η f είναι κυρτή.

Δ2. Α' τρόπος

Είναι $f(x) \leq 0$ για κάθε $x \in [x_1, x_2]$

διότι

$$x_1 \leq x \leq 1 \stackrel{f \searrow}{\Rightarrow} f(x_1) \geq f(x) \Rightarrow 0 \geq f(x)$$

και

$$1 \leq x \leq x_2 \stackrel{f \nearrow}{\Rightarrow} f(x) \leq f(x_2) \Rightarrow f(x) \leq 0$$

Β' τρόπος

Οι x_1, x_2 είναι διαδοχικές ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ και επειδή η f είναι συνεχής και $f(1) = 1 - \ln 3 < 0$ οπότε $f(x) < 0$ για κάθε $x \in (x_1, x_2)$.

Έχουμε,

$$\begin{aligned} E(\Omega) &= -\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} (\ln 3x - x) dx = \int_{x_1}^{x_2} (x)' \ln 3x dx - \int_{x_1}^{x_2} x dx \\ &= [x \ln 3x]_{x_1}^{x_2} - \int_{x_1}^{x_2} 1 dx - \left[\frac{x^2}{2} \right]_{x_1}^{x_2} \\ &= x_2 \underbrace{\ln 3x_2}_{x_2} - x_1 \underbrace{\ln 3x_1}_{x_1} - (x_2 - x_1) - \frac{x_2^2}{2} + \frac{x_1^2}{2} \\ &= x_2^2 - x_1^2 - (x_2 - x_1) - \frac{x_2^2}{2} + \frac{x_1^2}{2} \\ &= \frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} - (x_2 - x_1) \\ &= (x_2 - x_1) \left(\frac{x_2}{2} + \frac{x_1}{2} - 1 \right) \\ &= \frac{1}{2} (x_2 - x_1) (x_1 + x_2 - 2) \end{aligned}$$

διότι από το Δ1 ερώτημα έχουμε:

$$f(x_1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \ln 3x_1 \text{ και } f(x_2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = \ln 3x_2$$

Δ3. Α' τρόπος

Γνωρίζουμε ότι,

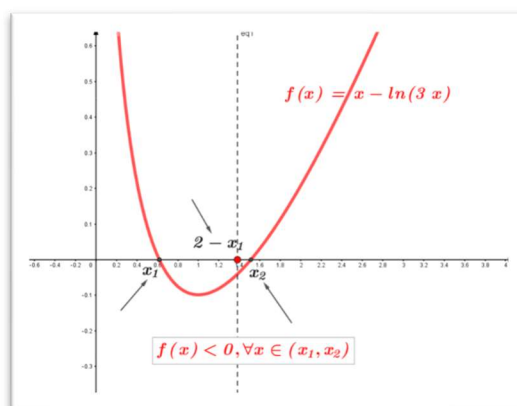
$$x_1 < 1 \Leftrightarrow -x_1 > -1 \Leftrightarrow 2 - x_1 > 1$$

άρα θα αποδείξουμε ισοδύναμα ότι:

$$f(2 - x_1) < 0 \Leftrightarrow f(2 - x_1) < f(x_2) \stackrel{2-x_1, x_2 \in [1, +\infty)}{\underset{f'}{\Leftrightarrow}} 2 - x_1 < x_2 \Leftrightarrow 2 < x_1 + x_2$$

που ισχύει διότι:

$$E = \frac{x_2 - x_1}{2} (x_1 + x_2 - 2) > 0 \stackrel{x_2 > x_1}{\Rightarrow} x_1 + x_2 - 2 > 0 \Leftrightarrow x_1 + x_2 > 2.$$



(σχήμα για διδακτικούς σκοπούς)

Β' τρόπος

Από ερώτημα Δ2 βρέθηκε το $E = \frac{x_2 - x_1}{2}(x_1 + x_2 - 2)$ που είναι προφανώς θετικός αριθμός.

Έτσι:

$$E = \frac{x_2 - x_1}{2}(x_1 + x_2 - 2) > 0 \stackrel{x_2 > x_1}{\Rightarrow} x_1 + x_2 - 2 > 0 \Leftrightarrow x_1 > 2 - x_2 \Rightarrow 2 - x_2 < x_1 \quad (1)$$

Όμως,

$$x_1 < 2 - x_1 \Leftrightarrow 2x_1 < 2 \Leftrightarrow x_1 < 1 \quad (2) \text{ που είναι αληθής.}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) :

$$x_1 < 2 - x_1 < x_2$$

συνεπώς η ποσότητα $2 - x_1$ ανήκει σε διάστημα αρνητικών τιμών της f , άρα

$$f(2 - x_1) < 0.$$

Δ4. Παρατηρούμε ότι $f(1) = 1 - \ln 3$. Οπότε η εξίσωση γίνεται ισοδύναμα:

$$2f(x) - f(1) = f'(x_2)(x - x_2).$$

Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $A(x_2, f(x_2))$ είναι

$$y - f(x_2) = f'(x_2)(x - x_2).$$

Από το ερώτημα Δ1 έχουμε $f(x_2) = 0$ οπότε η εξίσωση της εφαπτομένης είναι

$$y = f'(x_2)(x - x_2).$$

Η f είναι κυρτή οπότε

$$f(x) \geq f'(x_2)(x - x_2) \quad (1)$$

με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = x_2$.

Επίσης από Δ1 έχουμε ότι το $f(1)$ είναι ολικό ελάχιστο της f , άρα

$$f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow f(x) - f(1) \geq 0 \quad (2)$$

με την ισότητα να ισχύει μόνο για $x = 1$.

Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις ισότητες (1) και (2) και επειδή οι ισότητες δεν ικανοποιούνται ταυτόχρονα έχουμε:

$$2f(x) - f(1) > f'(x_2)(x - x_2).$$

Συνεπώς η εξίσωση

$$2f(x) - f(1) = f'(x_2)(x - x_2) \Leftrightarrow 2f(x) = 1 - \ln 3 + f'(x_2)(x - x_2)$$

είναι αδύνατη για $x \in (0, +\infty)$.