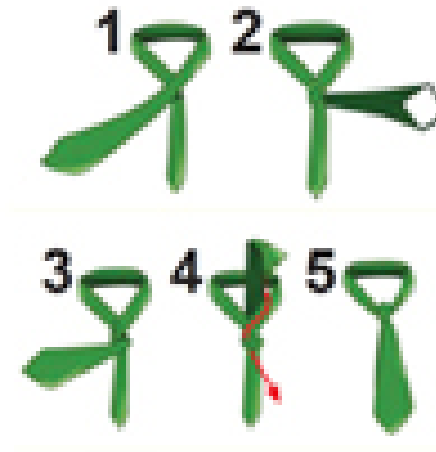


Αλγόριθμοι

Καθηγήτρια: Σοφία Μεντζελοπούλου
2^ο Γενικό Λύκειο Μοσχάτου

Τι είναι αλγόριθμος;

- **Αλγόριθμος** είναι μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο, που στοχεύουν στην επίλυση ενός προβλήματος.
- Η έννοια του αλγορίθμου δεν συνδέεται αποκλειστικά και μόνο με προβλήματα της Πληροφορικής.



Οι αλγόριθμοι ΔΕΝ είναι μοναδικοί

- Για παράδειγμα με το δέσιμο της γραβάτας
- Η αλληλουχία **δεν είναι απαραίτητα μοναδική** για την επίτευξη αυτού, αφού, υπάρχουν και άλλοι τρόποι για το δέσιμο της γραβάτας.



Η λέξη αλγόριθμος προήλθε...

- από μια μελέτη του Πέρση μαθηματικού Μοχάμεντ Ιμπν Μουσά Αλ Χουαρίζμι (Muhammad ibn Mūsā al-Khwarizmī), που έζησε περί το 825 μ.Χ.
- Η μελέτη του Αλ Χουαρίζμι μεταφράστηκε στα λατινικά και άρχιζε με τη φράση «Algoritmi dixit...» (ο αλγόριθμος λέει).



Η ύπαρξη και η ηλικία μερικών αλγορίθμων αριθμεί χιλιάδες χρόνια.

- Ιστορικά, ένας από τους πρώτους αλγορίθμους, είναι ο αλγόριθμος για την εύρεση του Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη (ΜΚΔ) δύο ακεραίων αριθμών x και y .
- Ο Ευκλείδης έζησε περίπου από το 330 έως το 275 π.Χ. και έγραψε το έργο «Τα Στοιχεία» που αποτελείται από 13 βιβλία, τα οποία επιχειρούν να συστηματοποιήσουν τις μαθηματικές γνώσεις της εποχής του.
- Σήμερα, το πεδίο της μελέτης των αλγορίθμων (το οποίο καλείται **θεωρία αλγορίθμων**) είναι ένα ιδιαίτερα ευρύ πεδίο έρευνας.

Καθοριστικότητα



- Κάθε εντολή ενός αλγορίθμου χρειάζεται να **καθορίζεται χωρίς καμία αμφιβολία για τον τρόπο εκτέλεσής της**.
- Για παράδειγμα
- Κατά τη διαίρεση δύο ακεραίων αριθμών, το χαρακτηριστικό της καθοριστικότητας ικανοποιείται αν έχει ληφθεί υπόψη και η περίπτωση που ο διαιρέτης είναι μηδέν.

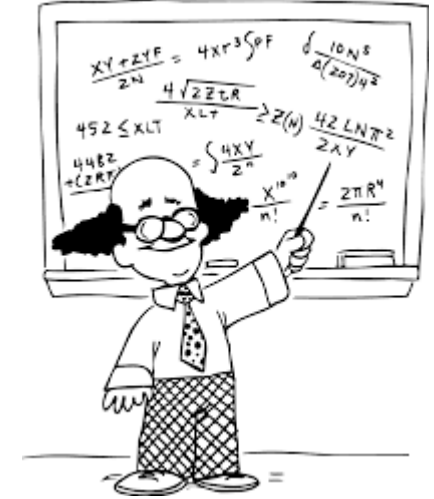
Περατότητα

- Κάθε αλγόριθμος **πρέπει να τελειώνει** μετά από πεπερασμένα βήματα εκτέλεσης των εντολών του.



Αποτελεσματικότητα

- Κάθε εντολή ενός αλγορίθμου χρειάζεται να είναι διατυπωμένη απλά και κατανοητά, ώστε **να μπορεί να εκτελεστεί επακριβώς και σε πεπερασμένο μήκος χρόνου**.
- Για παράδειγμα
- Η διαίρεση δύο ακεραίων ακολουθεί τον αλγόριθμο της ευκλείδιας διαίρεσης ενώ η διαίρεση δύο άρρητων αριθμών δεν μπορεί να εκτελεστεί ακριβώς.



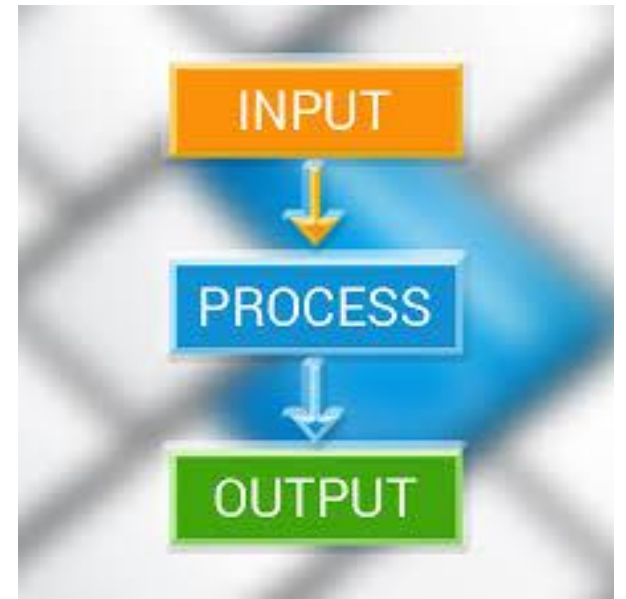
Είσοδος

- Κάθε αλγόριθμος χρειάζεται να δέχεται ένα σύνολο μεταβλητών εισόδου (που μπορεί να είναι και το κενό σύνολο), οι οποίες αποτελούν τα δεδομένα του αλγορίθμου.
- Η είσοδος των μεταβλητών μπορεί να επιτευχθεί με κατάλληλες εντολές.

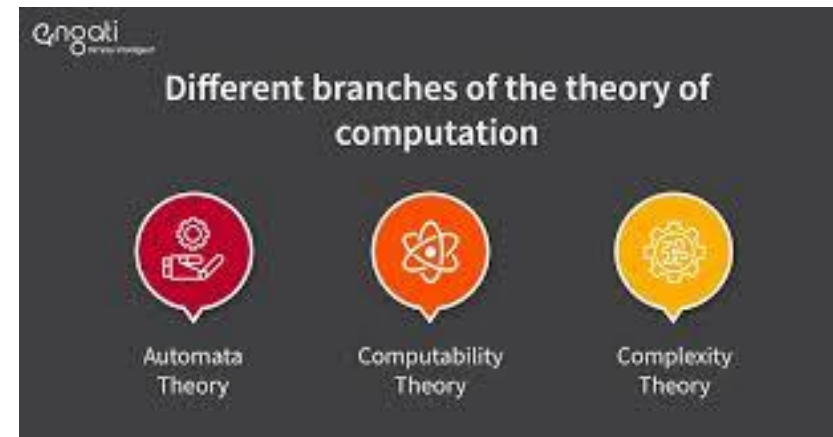


Έξοδος

- Κάθε αλγόριθμος χρειάζεται να δημιουργεί κάποιο αποτέλεσμα.
- Το αποτέλεσμα του αλγορίθμου, η έξοδός του, είναι μία ή περισσότερες μεταβλητές ή/και σταθερές τιμές.
- Η έξοδος μπορεί να επιτευχθεί με κατάλληλες εντολές.



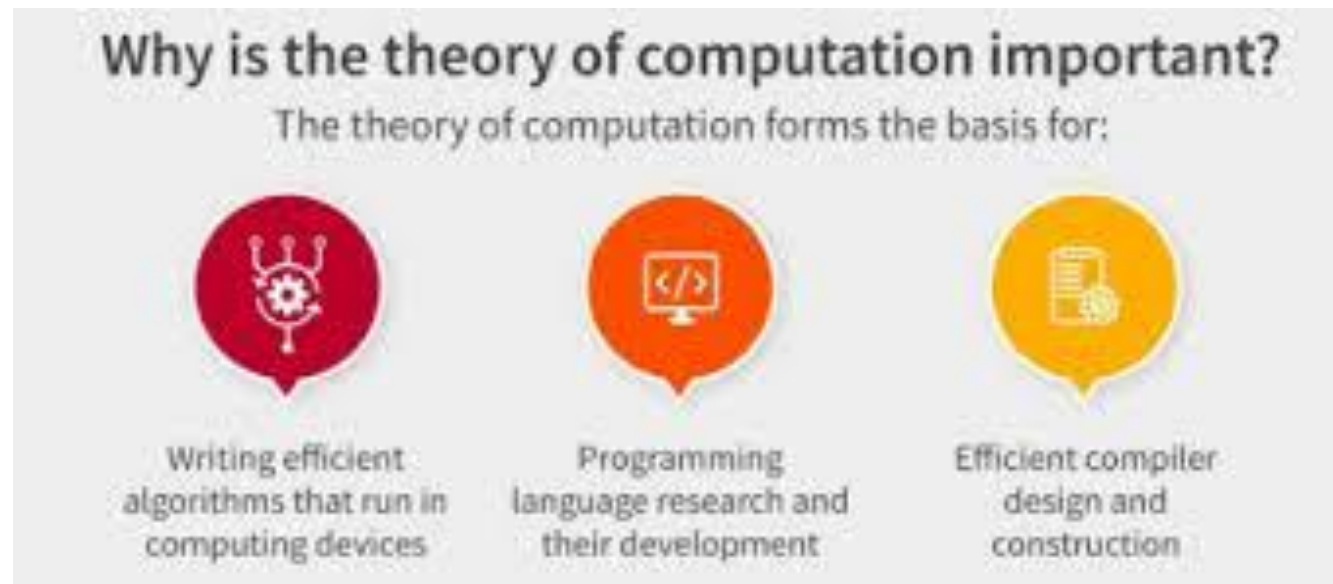
Θεωρία Υπολογισμού (Theory of computation)



- **Η Θεωρία Υπολογισμού** (Theory of computation) είναι το πεδίο της πληροφορικής που ασχολείται
 - τόσο με το πρόβλημα ύπαρξης λύσης ενός προβλήματος
 - όσο και αποδοτικότητας των αλγορίθμων για την επίλυση των προβλημάτων με βάση ένα δεδομένο μοντέλο υπολογισμού.
- Το πεδίο της θεωρίας υπολογισμού, διαιρείται σε δύο κλάδους:
 - τη **Θεωρία Υπολογισιμότητας** (Computability Theory)
 - και τη **Θεωρία Πολυπλοκότητας** (Computational Complexity Theory).

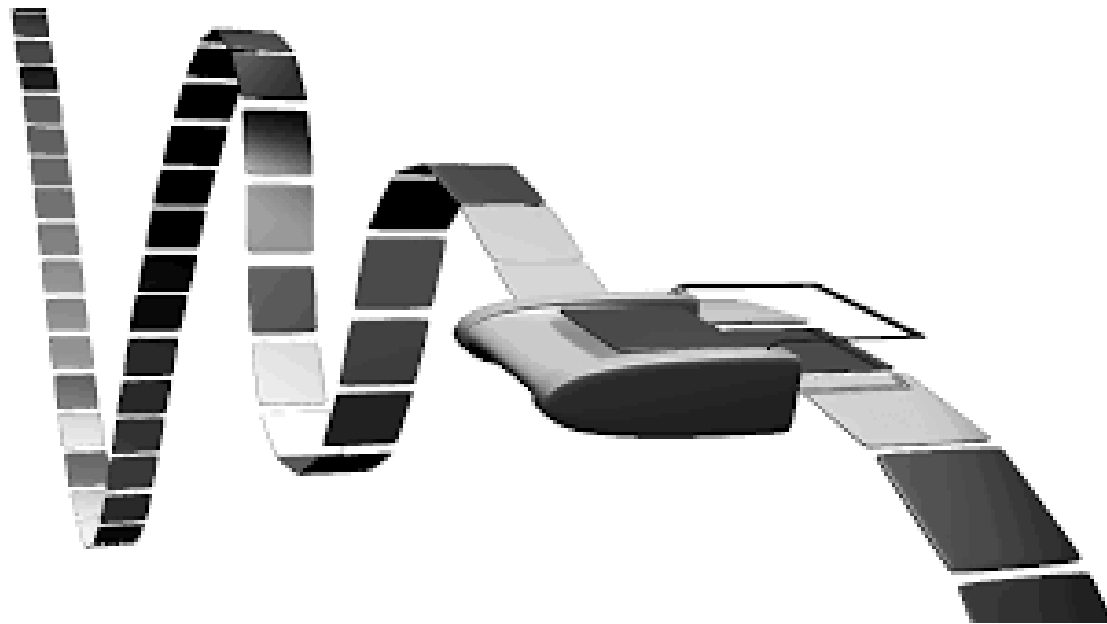
Για κάθε αλγόριθμο απαιτείται ανάλυση, μέσω της οποίας

- **τεκμηριώνεται η ορθότητά του**, δηλαδή αν ο αλγόριθμος κάνει πραγματικά τη δουλειά για την οποία έχει σχεδιαστεί και
- **μετριέται ποσοτικά η απόδοσή του**, σε σχέση με διάφορα είδη υπολογιστικών πόρων, όπως είναι ο χρόνος και η μνήμη που απαιτείται για την εκτέλεσή του.



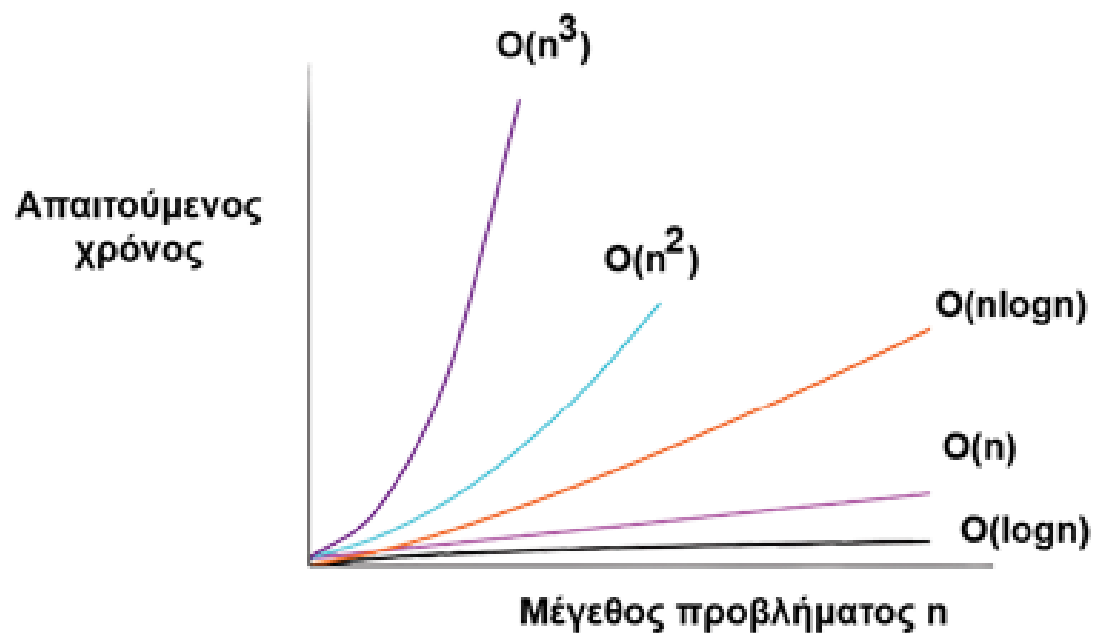
Ανάλυση ενός αλγορίθμου

- είναι η εκτίμηση του πλήθους των υπολογιστικών πόρων που απαιτεί η εκτέλεση του αλγορίθμου.



Πολυπλοκότητα ενός αλγορίθμου

- δίνει ένα μέτρο της χρονικής καθυστέρησης του αλγορίθμου για την επίλυση ενός προβλήματος.



Πίνακας 2.2: Κατηγορίες πολυπλοκότητας αλγορίθμων

Πολυπλοκότητα	Ονομασία	Παρατηρήσεις
$O(1)$	Σταθερή	Κάθε βήμα εκτελείται μια φορά ή το πολύ μερικές φορές
$O(\log n)$	Λογαριθμική	Αν δεν σημειώνεται αλλιώς, οι λογάριθμοι είναι δυαδικοί (Δυαδική Αναζήτηση)
$O(n)$	Γραμμική	Σειριακή αναζήτηση
$O(n \log n)$		Γρήγορη Ταξινόμηση
$O(n^2)$	Τετραγωνική	Ταξινόμηση με επιλογή
$O(n^3)$	Κυβική	Πολλαπλασιασμός πινάκων
$O(2^n)$	Εκθετική	Μερισμός συνόλου

Πότε ένας αλγόριθμος είναι καλός;

Γίνεται **ανάλυση της συμπεριφοράς** ενός αλγορίθμου για συνθήκες παρόμοιες με αυτές που εμφανίζονται στην πράξη

- και ελέγχεται η απόδοσή του
- Η πιο συνηθισμένη ανάλυση ενός αλγορίθμου αφορά το **χρόνο εκτέλεσης**. Ο χρόνος συνήθως υπολογίζεται σαν συνάρτηση του αριθμού των στοιχειωδών βημάτων που εκτελούνται στον αλγόριθμο.

Για παράδειγμα

Πίνακας 2.3. Χρόνοι εκτέλεσης για διάφορες πολυπλοκότητες και μεγέθη προβλημάτων			
Τάξη αλγορίθμου	Μέγεθος Προβλήματος		
	4	16	64
$O(\log n)$	6×10^{-10} sec	$1,6 \times 10^{-8}$	$1,8 \times 10^{-8}$
$O(n \log n)$	2×10^{-8} sec	19×10^{-8}	$1,2 \times 10^{-6}$
$O(n)$	4×10^{-8} sec	16×10^{-8}	64×10^{-8}
$O(n^2)$	2×10^{-8} sec	$2,6 \times 10^{-6}$	4×10^{-5}
$O(n^3)$	64×10^{-8} sec	4×10^{-5}	3×10^{-3}
$O(2^n)$	16×10^{-8} sec	65×10^{-5}	5×10^3 χρόνια
$O(n!)$	24×10^{-8} sec	58 ώρες	4×10^{73} χρόνια

Μήπως τα προβλήματα έχουν μία εγγενή πολυπλοκότητα;

- Η έρευνα στην περιοχή αυτή προσπαθεί να βρει τους εγγενείς περιορισμούς στην ταχύτητα των αλγορίθμων για τη λύση συγκεκριμένων προβλημάτων.
- Για παράδειγμα,
 - δεν είναι δυνατόν να ταξινομηθούν n ακέραιοι με λιγότερο από $n \log n$ συγκρίσεις και συνεπώς ο αλγόριθμος γρήγορης ταξινόμησης είναι ουσιαστικά βέλτιστος, όσον αφορά την ταχύτητα ταξινόμησης.
 - για το πρόβλημα του υπολογισμού του ΜΚΔ δεν έχει βρεθεί ταχύτερος αλγόριθμος από εκείνον του Ευκλείδη.

Βασικοί τύποι αλγορίθμων

- **Σειριακοί** λέγονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν μία κεντρική μονάδα επεξεργασίας και οι εντολές τους εκτελούνται σε σειρά ή μία μετά την άλλη.
- **Παράλληλοι** χαρακτηρίζονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούν πολλαπλές κεντρικές μονάδες επεξεργασίας όπου ορισμένες ή μία σειρά από εντολές εκτελούνται παράλληλα (ταυτόχρονα).



