**Ταλάντωση και χάσιμο επαφής**

Θ.Ι.(1+2)

Σ1

Σ2

Σ3

**k**

Θ.Φ.Μ.

h

Στο σχήμα απεικονίζονται:

ελατήριο σταθεράς k=100Ν/m, τρία σώματα Σ1, Σ2 , Σ3 ίσων μαζών m1=m2=m3=m=1kg , αβαρής τροχαλία που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Τα σώματα Σ1 και Σ2 ισορροπούν πάνω στο ελατήριο, και το νήμα είναι χαλαρό . Αρχικά κρατάμε το σώμα Σ3 . Τη χρονική στιγμή to=0 αφήνουμε ελεύθερο το Σ3 , οπότε το σύστημα κινείται, και σε κάποια θέση το Σ2 χάνει την επαφή του με το Σ1, και κινείται μαζί με το Σ3 .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας : g=10m/s2 και h=0,4m.

Υπολογίστε τη θέση όπου χάθηκε η επαφή των Σ1 και Σ2 .

1. Θ.Ι.(1+2): $ΣF=0⟹F\_{ελ.}=2mg⟹k∙Δl\_{12}=2mg⟹Δl\_{12}=0.2m$

Θ.Ι.(1+2)

Δl12

Σ1

Σ2

Σ3

**k**

Θ.Φ.Μ.

h

**mg**

**Tν**

**T’ν**

**Fελ**.

**2mg**

Δl1= Δl123

=Δl123

**x**

**Τ.Θ.**

**+**

Σ2

**T’ν**

**Ν2**

**mg**

Θ.Ι.(123)

Θ.Ι.(1+2)

Σ1

Σ2

Σ3

**k**

Θ.Φ.Μ.

h

Δl12

Δl1= Δl123

**Fελ**.

**2mg**

Α

**+**

Θ.Ι.(1)

Θ.Ι.(123)

Θ.Ι.(1+2+3): $ΣF^{'}=0⟹F^{'}\_{ελ.}+mg=2mg⟹k∙Δl\_{123}=mg⟹$

$$Δl\_{123}=0.1m$$

Για να βρούμε τη θέση ισορροπίας του συστήματος (Σ1, Σ2, Σ3) θεωρήσαμε τα Σ1, Σ2 σαν να ήταν συγκολλημένα, γιατί όσο αυτά είναι σε επαφή, το όλο σύστημα κάνει αρμονική ταλάντωση, που θα αποδείξουμε στη συνέχεια.

Θ.Ι.(1, μετά το χάσιμο επαφής του με το Σ2): $ΣF=0⟹F\_{ελ.}=2mg⟹$

$k∙Δl\_{1}=mg⟹Δl\_{1}=0.1m$=$Δl\_{123}$

Τυχαία θέση απομάκρυνσης x από τη Θ.Ι.(1,2,3), με θετική φορά προς τη φορά κίνησης των σωμάτων:

$ΣF\_{12}=2ma⟹-2mg+F^{'}\_{ελ.}+T^{'}\_{ν}=2ma$ *(1)*

$ΣF\_{3}=ma⟹mg-Τ\_{ν}=ma$ *(2)*

 *προσθέτουμε κατά μέλη τις (1) και (2):* $⟹-mg+k\left(Δl\_{123}-x\right)=3ma⟹$

$⟹-10+100\left(0.1-x\right)=3a⟹a=-\frac{100}{3}x (3)⟹$

Έτσι , παίρνοντας ως θετική φορά τη φορά κίνησης των σωμάτων, εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για τις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα , κι έχουμε

$ΣF\_{123}=3ma=-100x=-D\_{123}∙x$ *άρα το σύστημα κάνει αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς* $D\_{123}=k=100N/m$ *με*

*γωνιακή συχνότητα* $ω=\sqrt{\frac{D\_{123}}{3m}}=\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3} rad/s$ *και περίοδο*

$Τ=\frac{2π}{ω}=\frac{2π}{\frac{10}{\sqrt{3}}}=\frac{2π\sqrt{3}}{10}s$

$$ομοίως και το Σ3 κάνει αρμονική ταλάντωση, στο χρονικό διάστημα $$

$$που δεν χάνεται η επαφή των Σ1 και Σ2, άρα$$

$$ ΣF\_{3}=ma=-\frac{100}{3}x⟹mg-Τ\_{ν}=-\frac{100}{3}x⟹Τ\_{ν}=10+\frac{100}{3}x (4)$$

Στο Σ2 ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος του mg, η τάση του νήματος Τ’ν και η δύναμη επαφής$ Ν\_{2}$ από το Σ1 . Αφού κάνει κι αυτό αρμονική ταλάντωση, με ίδια συχνότητα, άρα

$$ΣF\_{2}=ma⟹Τ^{'}\_{ν}+Ν\_{2}-mg=ma⇒10+\frac{100}{3}x+Ν\_{2}-10=-\frac{100}{3}x⟹ Ν\_{2}= -\frac{200}{3}x $$

*Η επαφή χάνεται όταν* $Ν\_{2}=0⟹x=0$δηλαδή στη θέση ισορροπίας του συστήματος, που συμπίπτει και με τη θέση ισορροπίας του Σ1 , και σε συσπείρωση του ελατηρίου $Δl\_{1}=0.1m$

Το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος είναι:

 $Α=Δl\_{12}-Δl\_{123}=0,2-0,1=0,1m$ και η περίοδος

 $Τ=\frac{2π}{ω}=\frac{2π}{\frac{10}{\sqrt{3}}}=\frac{2\sqrt{3}π}{10}s$ .

$έτσι η χρονική στιγμή που χάνεται η επαφή είναι t\_{1}=\frac{T}{4}=\frac{\sqrt{3}π}{20}s$

*και η τάση του νήματος τότε , δίνεται από την (4) για x=0, και είναι* $Τ\_{ν}=10N$***.***

1. Τη στιγμή της αποκόλλησης των σωμάτων Σ1 και Σ2 , το Σ1 βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, άρα η ταχύτητα που θα έχει εκείνη τη στιγμή, είναι η μέγιστη της α.α.τ. που θα ακολουθήσει γι’αυτό:

$υ\_{1,max.}=υ\_{123,max.}=ωA=\frac{10\sqrt{3}}{3}∙0.1=\frac{\sqrt{3}}{3} m/s$

$υ\_{1,max.}=ω\_{1}∙A\_{1} όμως ω\_{1}=\sqrt{\frac{k}{m}}=10\frac{rad}{s}⟹A\_{1}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{30}m$

1. Το σύστημα των Σ2, Σ3 θα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, αφού

$ΣF\_{23}=mg-T\_{ν}+T\_{ν}-mg=0 $ *με ταχύτητα* $υ\_{23}=\frac{\sqrt{3}}{3} m/s$

$$Το σώμα Σ1 θα σταματήσει για πρώτη φορά μετά την αποκόλληση, τη χρονική στιγμή$$

$t\_{2}=t\_{1}+\frac{T\_{1}}{4}=\frac{\sqrt{3}π}{20}s+\frac{\frac{2π}{ω\_{1}}}{4}=\frac{\sqrt{3}π}{20}s+\frac{π}{20}s=\frac{π(\sqrt{3}+1)}{20}s=0.429s$

Το Σ2 κάνει Ε.Ο.Κ. , άρα στο χρονικό διάστημα $Δt=\frac{T\_{1}}{4}=\frac{π}{20}s , $κινούμενο με ταχύτητα $\frac{\sqrt{3}}{3} m/s$ θα διανύσει απόσταση προς τα πάνω

 $d\_{2}=υ\_{23}∙Δt=\frac{\sqrt{3}}{3}∙\frac{π}{20}=\frac{π\sqrt{3}}{60}m=0.09m$

Ενώ το Σ1 θα βρίσκεται στο μέγιστο πλάτος του $x\_{1}=+A\_{1}=\frac{\sqrt{3}}{30}m=0.057m$

Άρα θα απέχουν $d=0.09m-0.057m=0.033m=3,3cm$

1. $t\_{3}=t\_{1}+\frac{h-A}{υ\_{23}}=\frac{\sqrt{3}π}{20}s+\frac{0.4-0.057}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=0.272s+0.594s=0.866s$

***Κορκίζογλου Πρόδρομος***