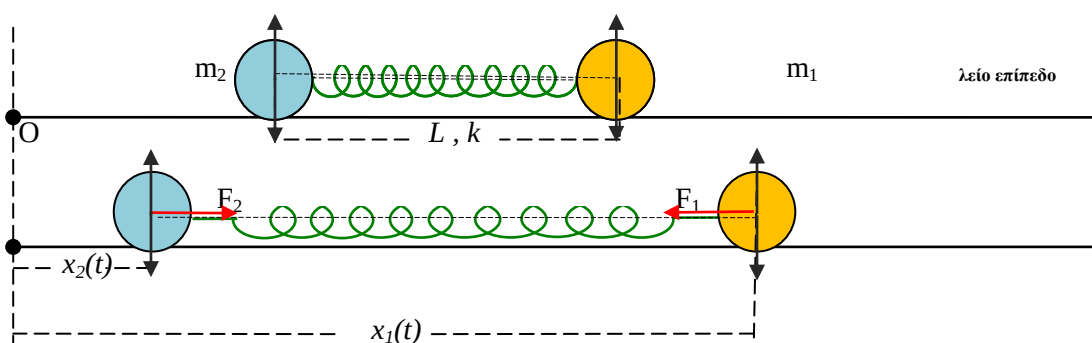


ΟΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΟ

ΑΠΟ ΤΟ ΕΛΑΤΗΡΙΟ ΜΕ ΤΙΣ ΔΥΟ ΜΑΖΕΣ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΟΥ...

ΣΤΗΝ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ... ΤΩΝ ΟΜΟΙΟΠΟΛΙΚΩΝ ΔΕΣΜΩΝ

1.Πρόταση: Να δείξετε ότι το παρακάτω σύστημα των μαζών m_1 και m_2 που είναι σταθερά συνδεμένες στα άκρα αβαρούς ελατηρίου (k), αν επιμηκυνθεί ή αν συσπειρωθεί κατά (x) και αφεθεί ελεύθερο θα εκτελέσει Γ.Α.Τ.



α. Κάθε στιγμή η μεταβολή μήκους του ελατηρίου θα είναι: $x = (x_1 - x_2) - L$ που είναι ίση με **την σχετική απομάκρυνση** των δυο μαζών. (Θεωρούμε ότι στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου (L) η σχετική απομάκρυνση είναι μηδέν).

Αν $(x_1 - x_2) - L > 0$ τότε έχω επιμήκυνση

αν $(x_1 - x_2) - L < 0$ τότε έχω συσπείρωση.

β. Σε κάθε σώμα ασκείται δύναμη με μέτρο: $|F_1| = |F_2| = kx$.

γ. **Σώμα m_1 :** η θέση του θα είναι κάθε στιγμή $x_1(t)$, η ταχύτητα του $u_1 = \frac{dx_1}{dt}$,

η επιτάχυνση του $a_1 = \frac{du_1}{dt}$ και δύναμη που του ασκείται $F_1 = -kx \Rightarrow m_1 a_1 = -kx$

$$\Rightarrow a_1 = -\frac{kx}{m_1}$$

δ. **Σώμα m_2 :** η θέση του θα είναι κάθε στιγμή $x_2(t)$, η ταχύτητα του $u_2 = \frac{dx_2}{dt}$

η επιτάχυνση του $a_2 = \frac{du_2}{dt}$ και η δύναμη που του ασκείται $F_2 = kx$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{kx}{m_2}$$

ε. **Η επιτάχυνση του συστήματος:** θα είναι $a = a_1 - a_2$ (σχετική επιτάχυνση των δυο

σωμάτων) άρα $a = -\frac{kx}{m_1} - \frac{kx}{m_2}$

$$\Rightarrow a = -k \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) x \Rightarrow a = -k \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2} \right) x \quad \text{θέτω } \mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{έχει διαστάσεις μάζας})$$

άρα $\mu a = -kx \Rightarrow \Sigma F = -kx$ άρα Γ.Α.Τ. με $D = k$ και $m = \mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ (ανοιγμένη

μάζα). Η περίοδος της ταλάντωσης θα είναι: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{k}}$.

Σχόλιο

α. Η ανοιγμένη μάζα μ είναι μικρότερη και από την μικρότερη μάζα $\mu < m_1 < m_2$

αν $m_1 < m_2$.

β. Η περίοδος ταλάντωσης του συστήματος είναι ίση με την περίοδο ταλάντωσης του κάθε σώματος.

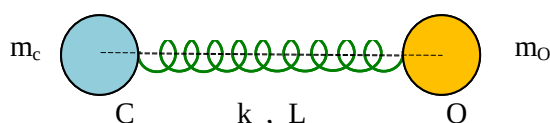
γ. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του **συστήματος** θα είναι $U = \frac{1}{2} k x^2$.

δ. Αν $m_1 \gg m_2$ τότε η ανοιγμένη μάζα : $\frac{1}{\mu} = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) \Rightarrow \mu \cong m_2$ δηλαδή έχω την περίπτωση του οριζοντίου ελατήριου με ακλόνητο συνδεδεμένο το ένα άκρο και στο άλλο να ταλαντώνεται το σώμα μάζας m_2 .

Ερώτημα 1: Μπορούμε να παραστήσουμε με το παραπάνω σύστημα ένα διατομικό μόριο (π.χ. HCl, CO, O₂, HF...) ?

Απάντηση

Ένα διατομικό μόριο (π.χ. CO) μπορεί να παρασταθεί με το παραπάνω μοντέλο .



Δηλαδή δυο άτομα (C, m_C) και (O, m_O) συνδεδεμένα με “ελατήριο” σταθεράς k εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση στην διεύθυνση της διακέντρου.

Η σταθερά (k) του “ελατήριου” εκφράζει πόσο ισχυρός είναι ένας δεσμός .

Η συχνότητα ταλάντωσης του μορίου θα είναι : $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$

όπου $\mu = \frac{m_C \cdot m_O}{m_C + m_O}$ (ανοιγμένη μάζα του μορίου).

Οι ασκούμενες δυνάμεις είναι ηλεκτρομαγνητικής φύσης όπως και του ελατήριου.

Ερώτημα 2: Ενώ η κλασική μηχανική δέχεται ότι η ενέργεια ταλάντωσης (E_T) μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή για το παραπάνω μοντέλο του διατομικού μορίου ποια είναι η άποψη της κβαντικής μηχανικής ?

Απάντηση

Σύμφωνα με την κλασική μηχανική η ενέργεια της ταλάντωσης (E_T) μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή $E_T = \frac{1}{2} D A^2$. Ας θυμηθούμε ότι σύμφωνα με την κλασική στατιστική

μηχανική η ενέργεια ενός μορίου δίνεται από την σχέση : $E = \frac{f}{2} K T$

f = οι βαθμοί ελευθερίας, K = σταθερά Boltzmann, T = απόλυτη θερμοκρασία.

Αν $T = 0$ (απόλυτο μηδέν) τότε $E = 0$ δηλαδή το μόριο είναι απόλυτα ακινητοποιημένο.

Στην κβαντομηχανική η E_T παίρνει μόνο διακριτές τιμές που δίνονται από τον τύπο :

$E_T = \left(\frac{1}{2} + v\right) h f$ όπου $v = 0, 1, 2, 3 \dots$ και λέγεται κβαντικός αριθμός ταλάντωσης.

Για $v = 0$ το σύστημα ταλαντώνεται με την μικρότερη ενέργεια ταλάντωσης : $E_{T0} = \frac{1}{2} h f$.

Η ενέργεια αυτή λέγεται ενέργεια μηδενικού σημείου η ενέργεια απολύτου μηδενός.

Η ενέργεια του απολύτου μηδενός είναι πάντα παρούσα στην ενέργεια ταλάντωσης ακόμα και αν το μόριο δεν είναι διεγερμένο.

Γενικά η ενέργεια ταλάντωσης ενός διατομικού μορίου είναι σύμφωνα με την

κβαντομηχανική : $E_T = \left(\frac{1}{2} + v\right) \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$ όπου $v = 0, 1, 2, 3 \dots$

Ερώτημα 3: Πόση είναι η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών τιμών της ενέργειας ταλάντωσης ενός διατομικού μορίου. Να σχεδιαστούν οι επιτρεπτές ενεργειακές στάθμες του μορίου λόγω της ενέργειας ταλάντωσης του.

Απάντηση

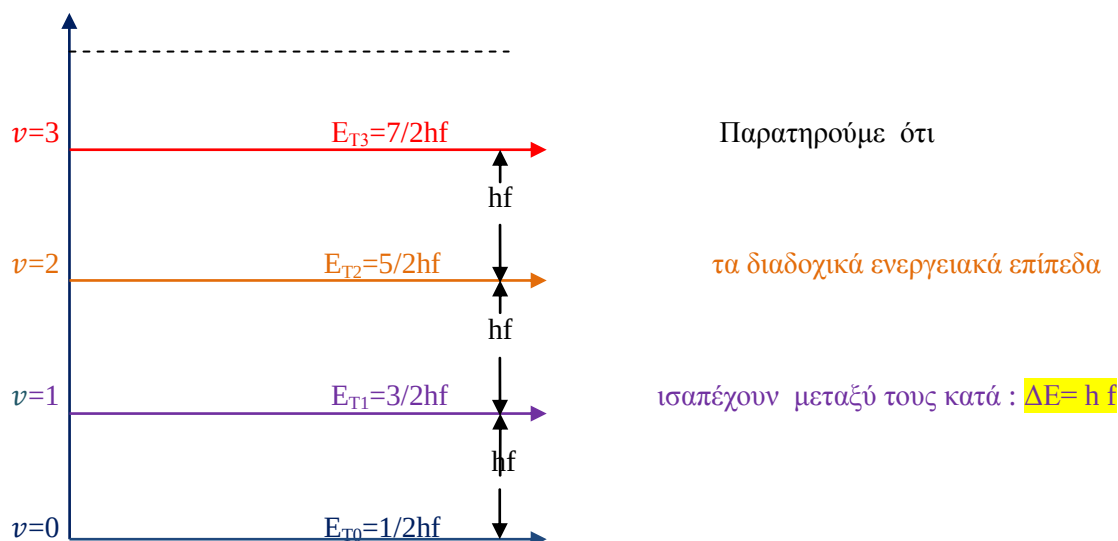
Έστω ότι ένα μόριο βρίσκεται στην ενεργειακή κατάσταση ν και μεταβαίνει στην αμέσως επόμενη $\nu' = \nu + 1$ (και αντίστροφα)

Για την ν : $E_{T\nu} = \left(\frac{1}{2} + \nu\right)hf$

Για την $\nu' = \nu + 1$: $E_{T(\nu+1)} = \left(\frac{1}{2} + \nu + 1\right)hf \Rightarrow \Delta E_T = hf$.

Δηλαδή οι ενεργειακές στάθμες **ισαπέχουν**

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται οι διακριτές τιμές της ενέργειας ταλάντωσης.



Ερώτημα 4: Σε ποιά περιοχή του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας αντιστοιχούν οι παραπάνω ενεργειακές μεταβάσεις στην ταλάντωση ενός μορίου ?

Απάντηση

Οι συχνότητες των φωτονίων που εκπέμπονται στις παραπάνω μεταβάσεις αντιστοιχούν στην περιοχή των υπέρυθρων ακτινοβολιών . Άρα στις φθίνουσες ταλαντώσεις των μορίων -που πραγματοποιούνται με άλματα - οφείλονται τα θερμικά φαινόμενα. Στις συνηθισμένες θερμοκρασίες τα περισσότερα μόρια βρίσκονται στην κατάσταση ($\nu = 0$)..

Άσκηση

Η μετάβαση ενός μορίου- CO- από μια ενεργειακή κατάσταση (ν) στην προηγούμενη της ($\nu - 1$) δίνει φωτόνιο που η συχνότητα του μετρήθηκε και βρέθηκε $f = 6.42 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$.

A) Υπολογίσετε την σταθερά επαναφοράς - k - του μορίου του - CO.

B) Ποια είναι η φυσική της σημασία.

Γ) Αν η σταθερά επαναφοράς του μορίου του HF υπολογίστηκε $k_{\text{HF}} = 970 \text{ N/m}$ να συγκρίνετε την ισχύ των δεσμών - CO- και - HF.

Δ) Να υπολογιστεί το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης του μορίου του-CO-στην κατάσταση ($\nu = 0$). Δίνονται : A_{O} , A_{C} , N_{A}

Λύση

A) Δείξαμε ότι: $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}} \rightarrow k_{co} = 4\pi^2 f^2 \mu$

αλλά το $\mu_{co} = \frac{\frac{Ar_C}{N_A} \frac{Ar_O}{N_A}}{\frac{Ar_C}{N_A} + \frac{Ar_O}{N_A}} \rightarrow \mu_{co} = 1.14 \cdot 10^{-26} kg$

και η τιμή του $k_{co} = 1.85 \cdot 10^3 N/m$.

B) Η τιμή που υπολογίσαμε για την $k_{co} = 1.85 \cdot 10^3 N/m$ αντιστοιχεί στην σταθερά επαναφοράς ενός πολύ σκληρού ελατήριου. Αυτό σημαίνει ότι ο ομοιοπολικός δεσμός στα άτομα C και O είναι πολύ ισχυρός (λόγω του μεγάλου αριθμού ηλεκτρονίων που συμμετέχουν).

Γ) Η σταθερά επαναφοράς για $k_{HF} = 970 N/m < k_{co} = 1850 N/m$ δηλαδή $k_{co} = 1.9 k_{HF}$ άρα ο δεσμός στο μόριο του CO είναι 1.9 φορές ισχυρότερος του δεσμού του μορίου του HF.

Δ) Είναι γνωστό ότι η ενέργεια ταλάντωσης του μορίου είναι :

$E_T = \frac{1}{2} k A^2$ όπου A= το πλάτος ταλάντωσης του μορίου.

Όμως για $v = 0$ η σχέση $E_{T,v} = \left(\frac{1}{2} + v\right) hf \rightarrow E_{T0} = \frac{1}{2} hf \rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} hf \rightarrow$

$A = \sqrt{\frac{hf}{k}} \rightarrow A = 4.79 \cdot 10^{-3} nm$.

Σε παλαιότερη ανάρτηση είχα υπολογίσει την απόσταση των ατόμων C και O ότι είναι $L = 112.8 \cdot 10^{-3} nm$ δηλαδή το πλάτος της ταλάντωσης είναι το 4 % της απόστασης των δυο ατόμων (C και O).

Σχόλιο :

Θα ήθελα να βάλω σαν τίτλο αυτής της εργασίας

< Μια... ρομαντική πρόταση ... διδασκαλίας της Φυσικής στο Λύκειο... >

Πες τε το ...όνειρο Πες τε το ...ελπίδα Πες τε το ...ανάγκη...

Εχω πια πειστεί ότι ...

ΟΙ ΙΝΔΙΑΝΟΙ ΠΡΕΠΕΙ... ΝΑ ΧΟΡΕΥΟΥΝ ΜΕΧΡΙ ΝΑ ΒΡΕΞΕΙ

Μέχρι ...η ξηρασία...στην διδασκαλία της φυσικής στη Μεση Εκπαίδευση

...να γίνει βροχή – ζωή.

Δογματζάκης Γιάννης