

1. ΤΡΕΧΟΝΤΑ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Μηχανικό κύμα ονομάζεται κάθε διαταραχή που μεταφέρει ενέργεια και ορμή με πεπερασμένη ταχύτητα μέσα σ' ένα ελαστικό μέσο (στερεό, υγρό ή αέριο).

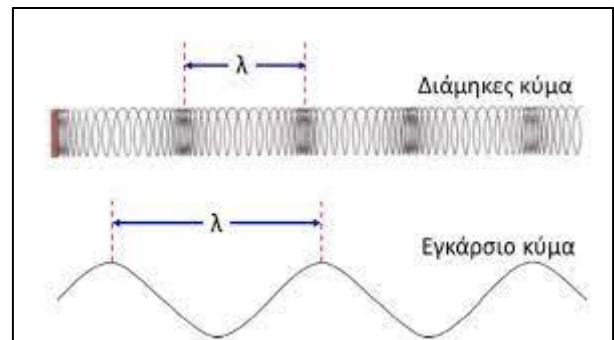
Τα μηχανικά κύματα μεταφέρουν μηχανική ενέργεια από σημείο σε σημείο ενός ελαστικού μέσου, **χωρίς** να μεταφέρουν ύλη. Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται γύρω από μια θέση ισορροπίας μεταφέροντας το ένα στο άλλο, λόγω της συνοχής τους, κινητική και δυναμική ενέργεια και ορμή. Ο κυματισμός στην επιφάνεια της θάλασσας, η διάδοση των δονήσεων κατά μήκος μιας χορδής ή ενός στερεού και ο ήχος είναι μερικά παραδείγματα μηχανικών κυμάτων.

Η διαταραχή μπορεί να είναι, ταλάντωση των μορίων ενός ελαστικού μέσου, γύρω από μια θέση ισορροπίας (πχ. υδατηρό κύμα), μεταβολή πίεσης ή πυκνότητας του αέρα (πχ. ηχητικό κύμα).

Αν η ταλάντωση είναι αρμονική τότε το κύμα είναι **ένα τρέχον αρμονικό κύμα**. Οποιαδήποτε κυματική διαταραχή, όσο περίπλοκη και να είναι, μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από το άθροισμα ενός αριθμού αρμονικών κυμάτων.

► **Τα είδη των κυμάτων:** Τα κύματα διακρίνονται σε **εγκάρσια** και **διαμήκη**.

Στα **εγκάρσια κύματα**, τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται σε διεύθυνση κάθετη στην ευθεία διάδοσης του κύματος. Διαδίδονται με όρη και κοιλάδες, στα στερεά (π.χ. χορδές) και στην ελεύθερη επιφάνεια των υγρών (υδατηρό κύμα).



Στα **διαμήκη κύματα** τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση της διάδοσης του κύματος. Διαδίδονται με πυκνώματα και αραιώματα στα στερεά, υγρά και αέρια. Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη.

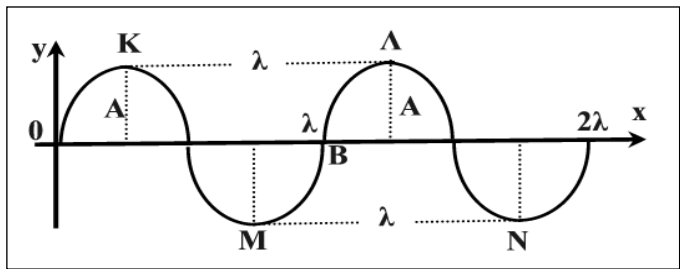
► **Χαρακτηριστικά μεγέθη του αρμονικού κύματος**

Πλάτος A: Είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας των ΑΑΤ που κάνει κάθε υλικό σημείο του ελαστικού μέσου, δηλαδή το πλάτος της ΑΑΤ της πηγής των κυμάτων αλλά και κάθε άλλου σημείου. Εξαρτάται από την ποσότητα ενέργειας που μεταφέρει το κύμα. Θεωρείται ότι παραμένει σταθερό κατά τη διάδοση του κύματος αφού υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές άρα απώλειες ενέργειας. Όταν λέμε ότι η θάλασσα έχει κύματα πχ 3 μέτρα εννοούμε το πλάτος, δηλαδή την μέγιστη απόσταση της κορυφής του κύματος από το επίπεδο της ήρεμης θάλασσας.

Περίοδος T: Είναι το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το κάθε μόριο του ελαστικού μέσου για να κάνει μια πλήρη ταλάντωση γύρω από μια θέση ισορροπίας. Ή με άλλα λόγια, το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο μια κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται.

Συχνότητα f: Είναι η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων αλλά και κάθε μορίου του ελαστικού μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Η συχνότητα του κύματος δείχνει τον αριθμό των κορυφών (αν πρόκειται για εγκάρσιο κύμα) ή των πυκνωμάτων (αν πρόκειται για διαμήκες) που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου κατά τη διάδοση του κύματος. Πχ. Πόσα κύματα σκάνε στην παραλία στη μονάδα του χρόνου.

Μήκος κύματος λ: Είναι η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων του μέσου που απέχουν το ίδιο από τη θέση ισορροπίας τους και κινούνται κατά την ίδια φορά. Η απόσταση που απέχουν δύο σημεία του ελαστικού μέσου που έχουν διαφορά φάσης $2\pi \text{ rad}$, δηλαδή βρίσκονται σε συμφωνία φάσης. Πιο πρακτικά. Στο σχήμα λόφων ή κοιλάδων δηλαδή $(ΚΛ)=(ΜΝ)=\lambda$. Ή



Ταχύτητα διάδοσης υ: Είναι η ταχύτητα με την οποία ταξιδεύει η φάση του κύματος, δηλαδή η διαταραχή, ή με άλλα λόγια, το μέτωπο του κύματος. Δηλαδή $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Να επισημάνουμε τη διάκριση ανάμεσα στην ταχύτητα, u , του κύματος, που είναι σταθερή, και την ταχύτητα, v με την οποία κινούνται τα σημεία του μέσου γύρω από τη θέση ισορροπίας τους, δηλαδή η ταχύτητα ταλάντωσης, που δεν είναι σταθερή.

Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον **εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου** που διαταράσσεται και όχι από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή. Λόγου χάρη ο ήχος, σε θερμοκρασία 20°C, διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα 344 m/s, ανεξάρτητα από το αν είναι ισχυρός ή ασθενής. Στα στερεά ο ήχος διαδίδεται με μεγαλύτερη ταχύτητα, από τα υγρά ή τα αέρια. Η ταχύτητα του ήχου στο σίδηρο είναι πάνω από 5000m/s και στο νερό γύρω στα 1500m/s.

- Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής:

Σύμφωνα με τον ορισμό: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$ και $T=1/f$, Άρα:

$$\mathbf{v} = \lambda \cdot \mathbf{f} \quad (1)$$

♣ Προσοχή σημαντικά:

- Συχνότητα f και περίοδος T χαρακτηρίζουν την πηγή του κύματος και δεν μεταβάλλονται αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο διάδοσης.
- Η ταχύτητα του κύματος εξαρτάται από το είδος του κύματος (εγκάρσιο – διαμήκες) και από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου. Τα διαμήκη έχουν μεγαλύτερη ταχύτητα από τα εγκάρσια στο ίδιο μέσο.
- Όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης τότε : μεταβάλλονται η ταχύτητα v και το μήκος κύματος λ , ενώ παραμένουν σταθερά, η συχνότητα f και η περίοδος T . Σύμφωνα με τη σχέση $\lambda = \frac{v}{f}$ η αύξηση της συχνότητας του κύματος μειώνει το μήκος κύματος και αντιστρόφως. Αρκεί να μιλάμε για το ίδιο ελαστικό μέσο,

► Η μαθηματική περιγραφή του αρμονικού κύματος:

Ας υποθέσουμε ότι η πηγή αρμονικής διαταραχής O αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και ότι η ταλάντωσή της περιγράφεται από τη σχέση $y = A \sin \omega t$. Ένα σημείο M του ελαστικού μέσου θα αρχίσει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1 = x/v$. Επομένως τη χρονική στιγμή t , το σημείο M θα ταλαντώνεται επί χρόνο $t - t_1 = (t - x/v)$ και, με την προϋπόθεση ότι το πλάτος της ταλάντωσης του M είναι ίσο με το πλάτος ταλάντωσης του O , η εξίσωση της κίνησής του, δηλαδή η εξίσωση του κύματος θα είναι:

$$y = A\eta\mu [\omega(t - \frac{x}{v})] \rightarrow y = A\eta\mu \frac{2\pi}{T} (t - \frac{x}{v}) \rightarrow y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{vT}) \rightarrow \mathbf{y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})} \quad (2)$$

Αν το κύμα διαδίδεται κατά την αντίθετη (αρνητική) φορά τότε:

$$y = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right) \quad (3)$$

Η εξίσωση του κύματος (σχέση 2) δίνει κάθε στιγμή, t την απομάκρυνση, y που έχουν τα σημεία του ελαστικού μέσου από τη θέση ισορροπίας τους.

Το A ονομάζεται **πλάτος του κύματος** και είναι η μέγιστη τιμή της απομάκρυνσης ενός σημείου του μέσου κατά την ΑΑΤ που εκτελεί.

Η γωνία $\varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ ονομάζεται **φάση** του κύματος και μετριέται σε rad.

Επειδή η φάση εξαρτάται από την απόσταση x από την πηγή, είναι σαφές ότι τα σημεία του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή έχουν διαφορετικές φάσεις. **Όσο πιο απομακρυσμένο είναι ένα σημείο από την πηγή των κυμάτων ($x=0$) τόσο μικρότερη φάση έχει.**

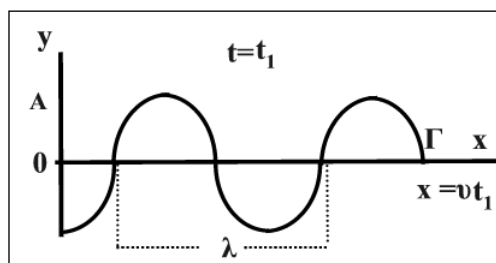
• Η γραφική παράσταση του αρμονικού κύματος

Η απομάκρυνση y κάποιου σημείου του μέσου είναι συνάρτηση δύο μεταβλητών, του χρόνου t και της απόστασης x του σημείου από την πηγή:

$$y = A \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) \quad (2)$$

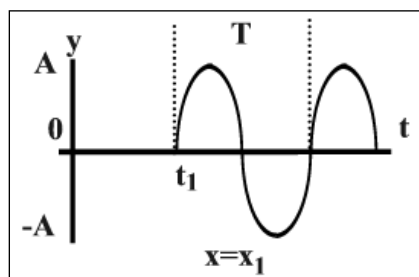
Για το λόγο αυτό δεν είναι δυνατό η σχέση $y(x,t)$ να παρασταθεί γραφικά σε επίπεδο σχήμα. Αν όμως η μια από τις δύο μεταβλητές θεωρηθεί σταθερή, η απομάκρυνση είναι συνάρτηση μόνο της άλλης μεταβλητής και είναι δυνατή η γραφική της παράσταση.

Στιγμιότυπο του κύματος $y=f(x)$: Είναι η γραφική παράσταση $y=f(x)$ για μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή $t=t_1$. Δίνει την απομάκρυνση κάθε σημείου του μέσου συναρτήσει της απόστασής του, x , από την πηγή ($x=0$). Το διάγραμμα αυτής της συνάρτησης δίνει τη θέση των διαφόρων σημείων του μέσου μια ορισμένη χρονική στιγμή και ονομάζεται στιγμιότυπο του κύματος. Στην εικόνα βλέπουμε το στιγμιότυπο κάποια χρονική στιγμή t_1 που το μέτωπο του κύματος έχει φτάσει στο σημείο Γ με $x_1=vt_1$ και τα διάφορα σημεία του ελαστικού μέσου φωτογραφίζονται στις θέσεις, y που βλέπουμε.



Γραφική παράσταση $y=f(t)$ για ένα συγκεκριμένο σημείο του ελαστικού μέσου που ταλαντώνεται.

Για ορισμένη απόσταση από την πηγή ($x=x_1$), η σχέση (2) παίρνει τη μορφή $y = A \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda})$ και δίνει την απομάκρυνση ενός συγκεκριμένου σημείου του μέσου συναρτήσει του χρόνου. Η γραφική παράσταση της σχέσης αυτής είναι η γνωστή μας γραφική παράσταση της απλής αρμονικής ταλάντωσης, $y=f(t)$. Η t_1 είναι η στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο $x=x_1$.



• Εξισώσεις ταχύτητας και επιτάχυνσης:

Αν η εξίσωση απομάκρυνσης είναι της μορφής:

$$y = A \sin(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}), \quad \text{τότε}$$

- η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του κάθε υλικού σημείου του μέσου είναι:

$$v = v_0 \cos(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}), \quad \text{όπου } v_0 = A\omega \text{ (η μέγιστη ταχύτητα)}$$

- η εξίσωση επιτάχυνσης της ταλάντωσης του κάθε υλικού σημείου του μέσου είναι:

$$a = -a_0 \sin(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \frac{x}{\lambda}), \quad \text{όπου } a_0 = A\omega^2 \text{ (η μέγιστη επιτάχυνση)}$$

• **Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων την ίδια χρονική στιγμή t:**

Η γωνία $\varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$ ονομάζεται **φάση** του κύματος και μετριέται σε rad. Σε ένα αρμονικό κύμα με φάση $\varphi = (\omega t - 2\pi x/\lambda)$ το μέτωπο του κύματος (το σημείο E στο επόμενο σχήμα) έχει κάθε χρονική στιγμή μηδενική φάση $\varphi=0$. Διότι είναι το πιο απομακρυσμένο σημείο από την πηγή, $x=0$ και θα έχει τη μικρότερη φάση, $\varphi=0$, διότι αρνητικές φάσεις δεν υπάρχουν*.

Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων x_1, x_2 την ίδια χρονική στιγμή είναι η $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \rightarrow$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{x_2 - x_1}{\lambda} \quad \text{ή} \quad \Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Ερώτηση 1.1 Γιατί δεν μπορεί η φάση ενός αρμονικού κύματος μια δεδομένη χρονική στιγμή και για μια δεδομένη θέση x_1 να έχει αρνητική αλγεβρική τιμή;

Απάντηση

Έστω η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος που οδεύει προς τη θετική φορά $y = A\eta\mu(\omega t - 2\pi x/\lambda)$. Αν υποθέσω ότι το σημείο x_1 έχει τη χρονική στιγμή t_1 φάση $\varphi_1 < 0$ πρέπει

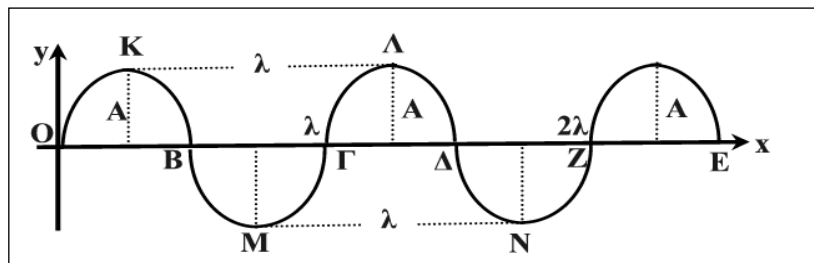
$$\omega t_1 - 2\pi x_1/\lambda < 0 \rightarrow \frac{2\pi t_1}{T} < \frac{2\pi x_1}{\lambda} \rightarrow x_1 > \frac{\lambda t_1}{T} \rightarrow x_1 > v t_1$$

Το γινόμενο $v t_1 = \Delta x$ εκφράζει την απόσταση Δx που έχει διανύσει το κύμα στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1$. Άρα η θέση x_1 είναι μακρύτερα από εκεί που έχει φτάσει το κύμα τη δεδομένη χρονική στιγμή πράγμα που είναι άτοπο. Συνεπώς αρνητική φάση δεν υπάρχει.

Το σημείο στο οποίο φτάνει το κύμα κάποια χρονική στιγμή έχει φάση $\varphi=0$. Όλα τα προηγούμενα σημεία έχουν $\varphi > 0$. Αν κάπου υπολογίσουμε για κάποιο σημείο $\varphi < 0$, αυτό θα σημαίνει ότι τη δεδομένη χρονική στιγμή το κύμα δεν έχει ακόμα φτάσει στο σημείο αυτό.

• Σημεία σε **συμφωνία φάσης**:

Έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια στιγμιαία απομάκρυνση, την ίδια ταχύτητα και κινούνται κατά την ίδια φορά. Τέτοια σημεία έχουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi$ και απέχουν μεταξύ τους Δx , όπου:



$$\Delta\varphi = 2\pi\kappa \quad \text{και} \quad \Delta x = \kappa\lambda \quad \kappa = 1, 2, 3, \dots$$

Δηλαδή τα σημεία αυτά απέχουν μεταξύ τους ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος. Τέτοια ζεύγη σημείων είναι π.χ. τα (K,Λ), (O,Γ), (M,N), (B,E), (O,Z)...

• Σημεία σε **αντίθεση φάσης**: Έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες. Έχουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi$ και απέχουν μεταξύ τους Δx , όπου

$$\Delta\varphi = (2\kappa + 1)\pi \quad \text{και} \quad \Delta x = (2\kappa + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \kappa = 0, 1, 2, \dots$$

Δηλαδή τα σημεία αυτά απέχουν μεταξύ τους περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος. Τέτοια ζεύγη σημείων είναι π.χ. τα (O,B), (B,Γ), (O,Δ), (O,E), (K,N)...

• Ρυθμός μεταβολής φάσης ενός σημείου: $\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

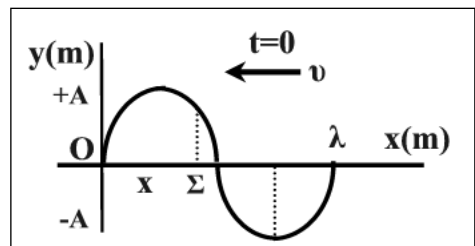
Μας δείχνει πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η φάση, δηλαδή τη γωνιακή συχνότητα.

Ερώτηση 1.2 Γιατί ο ρυθμός μεταβολής της φάσης ενός κύματος είναι η γωνιακή συχνότητα;

Απάντηση: Οι φάσεις του ίδιου σημείου ενός κύματος σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές t_1, t_2 με $t_2 > t_1$ είναι $\phi_1 = \omega t_1 - 2\pi x/\lambda$ και $\phi_2 = \omega t_2 - 2\pi x/\lambda$

Άρα $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \omega(t_2 - t_1) \rightarrow \Delta\phi = \omega \Delta t \rightarrow \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \omega$, δηλαδή η γωνιακή συχνότητα

Ερώτηση 1.3 Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή, $t=0$. Το κύμα οδεύει προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα. Αν A το πλάτος, λ το μήκος κύματος και T η περίοδος, τότε ποια είναι η εξίσωση του κύματος;



Απάντηση

Το κύμα φτάνει στο (O) τη χρονική στιγμή $t=0$. Η εξίσωση απομάκρυνση του σημείου O ($x=0$) είναι $y=A\eta\mu\omega t$. Ένα σημείο Σ που απέχει απόσταση (OΣ)= x από το O, αρχίζει να ταλαντώνεται πριν από χρόνο, $t'=x/v=T\cdot x/\lambda$, όπου t' ο χρόνος που θέλει το μέτωπο του κύματος να διανύσει την απόσταση (ΣO)= x . Η φάση του Σ προηγείται της φάσης του (O) κατά $\omega t'$. Συνεπώς η εξίσωση απομάκρυνσης του τυχαίου σημείου Σ είναι:

$$y=A\eta\mu(\omega t+\omega t')=A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{T x}{\lambda}\right) \rightarrow y=A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Ερώτηση 1.4 Πως υπολογίζουμε τα στοιχεία ενός κύματος από εξίσωση κύματος;

Αν η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι $y=0,1\eta\mu 2\pi(4t-0,25x)$ στο S.I. τότε το πηλίκο τη ταχύτητας διάδοσης του κύματος προς τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου είναι:

- α. $10/\pi$ β. $20/\pi$ γ. $40/\pi$

Απάντηση: (β)

Η εξίσωση του κύματος είναι της γενικής μορφής: $y=A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$. Η εξίσωση που μας δίνεται είναι $y=0,1\eta\mu 2\pi\left(4t-\frac{x}{4}\right)$, (SI). Από την αντιστοίχιση των στοιχείων των δύο εξισώσεων έχουμε ότι:

$$A=0,1\text{m}, T=1/4\text{s} \rightarrow f=4\text{Hz} \text{ και } \lambda=4\text{m}.$$

Άρα η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι: $v_0=A\omega=A\cdot 2\pi f \rightarrow v_0=0,8\pi \text{ m/s}$.

Η ταχύτητα διάδοσης είναι $v=\lambda\cdot f=16\text{m/s}$.

Άρα: $\frac{v}{v_0} = \frac{16\text{m/s}}{0,8\pi\text{m/s}} \rightarrow \frac{v}{v_0} = \frac{20}{\pi}$

♣ Η μέγιστη επιτάχυνση θα είναι $a_0=A\omega^2=A\cdot 4\pi^2 f^2=64\text{m/s}^2$

Ερώτηση 1.5 Πως κατασκευάζουμε στιγμιότυπο κύματος $y=f(x)$, για συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Αν η εξίσωση απομάκρυνσης είναι της μορφής $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$, τότε πρέπει να ξέρουμε για κάθε χρονική στιγμή που ζητείται το στιγμιότυπο ποια είναι η θέση x του μετώπου του κύματος. Αυτή υπολογίζεται αν μηδενίσουμε τη φάση, αφού το μέτωπο έχει πάντοτε τη μικρότερη φάση δηλαδή το $\varphi=0$. Μετά σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο δίνοντας μερικές τιμές στο x , υποπολλαπλάσια του λ , στο ανάλογο διάστημα $0 \leq x \leq x_1$ και υπολογίζοντας την αντίστοιχη τιμή του y .

Να παρασταθούν γραφικά σε διαφορετικά διαγράμματα, στιγμιότυπα ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος του οποίου η εξίσωση απομάκρυνσης είναι της μορφής $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$, τις χρονικές στιγμές: α. $t_0=0$, β. $t_1=T/4$, γ. $t_2=T/2$, δ. $t_3=3T/4$, ε. $t_4=T$, στ. $t_5=5T/4$ και ζ. $t_6=3T/2$.

Απάντηση

Θα κατασκευάσω στιγμιότυπα πολλαπλάσια του $T/4$. Φτιάχνω ένα πίνακα τιμών από $0 \leq t \leq 3T/2$

t	0	T/4	T/2	3T/4	T	5T/4	3T/2
x	0	$\lambda/4$	$\lambda/2$	$3\lambda/4$	λ	$5\lambda/4$	$3\lambda/2$

Ας εξηγήσουμε την κατασκευή του στιγμιότυπου, $y=f(x)$, για παράδειγμα τη χρονική στιγμή $t_1=3T/4$.

Μηδενίζω τη φάση και βρίσκω το μέγιστο x (μέτωπο).

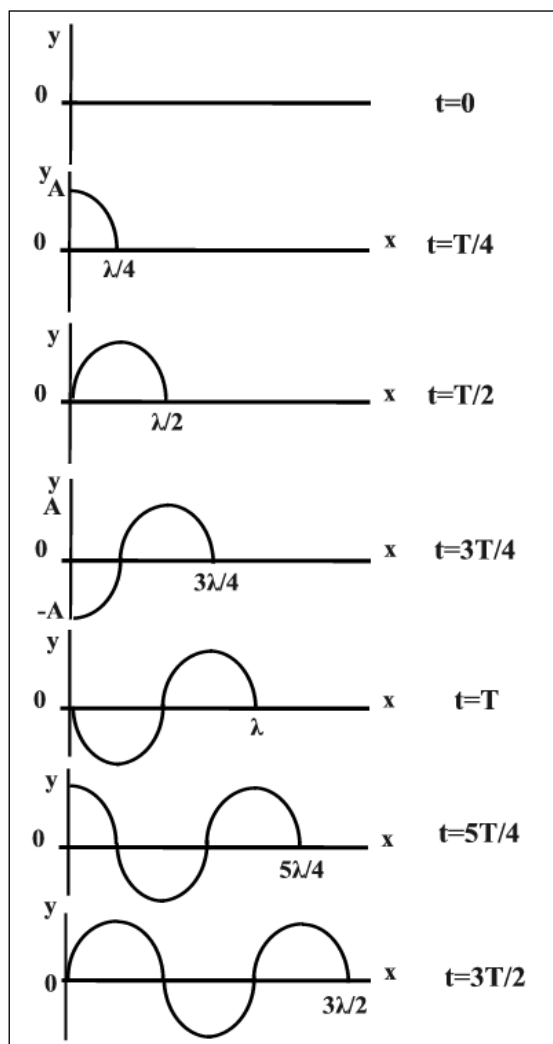
$$\varphi=0 \rightarrow 2\pi(t_1/T - x/\lambda)=0 \rightarrow \frac{3T/4}{T} - \frac{x}{\lambda}=0 \rightarrow x=3\lambda/4$$

για $x=0$ και $t=3T/4$ βρίσκω την τιμή του y .

$$y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)=A\eta\mu 2\pi\frac{3}{4}=A\eta\mu \frac{3\pi}{2}=-A.$$

Άρα το στιγμιότυπο ξεκινάει για $x=0$ με $y=-A$. Το σχεδιάζω μέχρι το $x=3\lambda/4$ με τη λογική ότι είναι αρμονική καμπύλη.

● Αν έχεις δεδομένα με αριθμούς τότε πρέπει να διαιρέσεις το μέγιστο x που θα βρεις με την τιμή του λ για να δεις σε πόσα $\lambda/4$ βρίσκεται το μέτωπο ώστε να μπορέσεις να το σχεδιάσεις σωστά.



Ερώτηση 1.6 Πως σχεδιάζουμε γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης, $y=f(t)$ και φάσης $\varphi=f(t)$, ως προς το χρόνο t , για ένα συγκεκριμένο σημείο του ελαστικού μέσου σε κάποιο συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Το άκρο, O , μιας χορδής αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$ και κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y=0,1\eta\mu(\pi t-2\pi x) \text{ (SI)}.$$

α. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση ($y-t$) του σημείου, Λ με $x=2\text{m}$ από $t_0=0$ έως $t_1=7\text{s}$.

β. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση ($\varphi-t$) του σημείου με $x=2\text{m}$ από $t_0=0$ έως $t_1=7\text{s}$

γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση ($\varphi-x$) τη χρονική στιγμή $t=7\text{s}$.

Απάντηση

α. Από την εξίσωση βρίσκω τα στοιχεία του κύματος:

Το πλάτος είναι $A=0,1\text{m}$.

Η περίοδος του κύματος είναι:

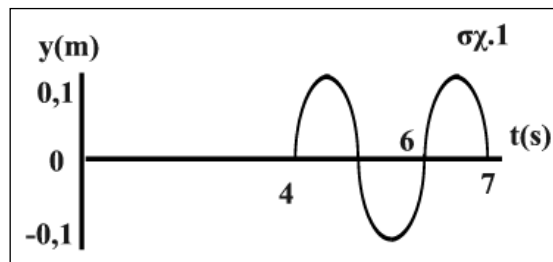
$$\omega=\pi \text{ rad/s} \rightarrow 2\pi/T=\pi \rightarrow T=2\text{s}$$

και το μήκος κύματος: $2\pi x/\lambda=2\pi x \rightarrow \lambda=1\text{m}$

Υπολογίζω τη στιγμή t_1 που αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο, Λ με $x=2\text{m}$, για να ξέρω το σημείο από το οποίο αρχίζει η γραφική παράσταση.

Για να ταλαντώνεται ένα σημείο πρέπει η φάση του να είναι θετική. Άρα $\varphi_{\Lambda} \geq 0 \rightarrow \pi t_1 - 2\pi x_{\Lambda} \geq 0 \rightarrow t_1 \geq 4\text{s}$.

Άρα το Λ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης, y ως προς το χρόνο για το σημείο Λ ($x_{\Lambda}=2\text{m}$) είναι η κλασσική ημιτονοειδής παράσταση της $y=0,1\eta\mu(\pi t-4\pi)$ (SI) για $4\text{s} \leq t \leq 7\text{s}$ και φαίνεται στο σχήμα σχ.1.



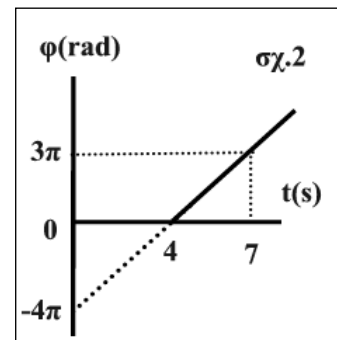
Αν ξέρω τη γραφική $y=f(t)$ για το σημείο εύκολα μπορώ να κατασκευάσω και τις γραφικές της ταχύτητας $v=f(t) \rightarrow v=0,1\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi t-4\pi)$ και της επιτάχυνσης $a=f(t)$, δηλαδή $a=-1\eta\mu(\pi t-4\pi)$ στο SI για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα μου δίνεται.

β. Το σημείο Λ ($x_{\Lambda}=2\text{m}$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=4\text{s}$, όπως είδαμε στην ερώτηση, (α). Η φάση του είναι

$$\varphi_{\Lambda}=\pi t-2\pi x_{\Lambda} \rightarrow \varphi_{\Lambda}=\pi t-4\pi \text{ (SI)}$$

και κάνουμε τη γραφική παράσταση μιας γραμμικής συνάρτησης για

τιμές του t στο διάστημα, $4 \leq t \leq 7\text{s}$. Αυτή φαίνεται στο σχ.2. Η γραφική παράσταση δεν έχει νόημα για τιμές του χρόνου μικρότερες του 4s αφού για αυτές το κύμα δεν έχει ακόμα φτάσει στο σημείο Λ και αυτό δεν ταλαντώνεται. Εξάλλου αυτό φαίνεται και στο διάγραμμα ($\varphi-t$) όπου η φάση θα πάρει αρνητικές τιμές (γραμμή διακεκομμένη) πράγμα άτοπο. Η φάση δεν είναι ποτέ αρνητική.

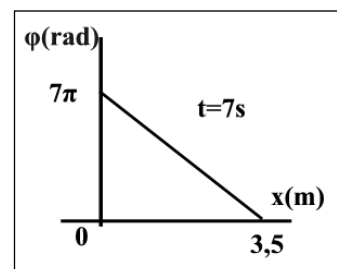


γ. Η εξίσωση της φάσης είναι $\varphi=\pi t-2\pi x$. Για $t=7\text{s}$ γίνεται $\varphi=7\pi-2\pi x$

Για $x=0$ η φάση είναι $\varphi=7\pi \text{ rad}$

Για $\varphi=0$ η θέση είναι $x=3,5\text{m}$

Με τα στοιχεία αυτά κάνουμε τη γραφική παράσταση. Για μεγαλύτερες τιμές του x η φάση είναι αρνητική οπότε δεν έχει νόημα. Και ορθώς διότι το κύμα στα 7s βρίσκεται στη θέση $x=v \cdot t=0,5 \cdot 7=3,5\text{m}$.



Ερώτηση 1.7 Πως βρίσκουμε τα στοιχεία του κύματος, σχεδιάζουμε στιγμιότυπο κύματος, δηλαδή της γραφική παράσταση $y=f(x)$ αλλά και τις γραφικές $v=f(x)$ και $a=f(x)$ σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, t_1 , σε άσκηση με αριθμούς.

Η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x 'Ο x είναι $y=0,2\eta\mu 2\pi(t-0,5x)$ στο S.I.

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις $y=f(x)$, $v=f(x)$ και $a=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t_1=1,25s$. στο διάστημα $-\infty < x \leq 2,5m$

Απάντηση

Από την εξίσωση του κύματος βρίσκουμε τα βασικά του στοιχεία και την κατεύθυνση διάδοσης.

Η γενική εξίσωση του κύματος είναι της μορφής $y=A\eta\mu(\omega t-2\pi x/\lambda)$. (1)

• Συγκρίνουμε αυτήν με τη δεδομένη: $y=0,2\eta\mu 2\pi(t-0,5x)=0,2\eta\mu(2\pi t-\pi x)$ στο S.I. (2)

Από (1)(2) $\rightarrow A=0,2m$ και $\omega=2\pi rad/s$. Άρα: $\omega t=2\pi t \rightarrow 2\pi f t=2\pi t \rightarrow f=1Hz$ και $T=1s$

$2\pi x/\lambda=\pi x \rightarrow \lambda=2m$. Άρα $v=\lambda f \rightarrow v=2m/s$.

• Αφού η φάση, $\phi=2\pi t-\pi x$, μειώνεται καθώς το x αυξάνεται η κατεύθυνση διάδοσης είναι η **θετική**.

• Κατασκευάζουμε τις εξισώσεις $v=f(x)$ και $a=f(x)$

Ταχύτητα: $v=A\omega \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t-2\pi x/\lambda) \rightarrow v=0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t-\pi x)$,

Επιτάχυνση: $a=-A\omega^2 \cdot \eta\mu(\omega t-2\pi x/\lambda) \rightarrow a=-8\eta\mu(2\pi t-\pi x)$, όλα στο (SI)

Τη χρονική στιγμή $t=1,25s$ το μέτωπο του κύματος έχει φτάσει στη θέση x_M :

$\phi_M=0 \rightarrow 2,5\pi t-\pi x=0 \xrightarrow{t=1,25s} x=2,5m$ δηλαδή $x=1,25\lambda$.

Άρα το στιγμιότυπο θα φτάνει μέχρι το $5\lambda/4$.

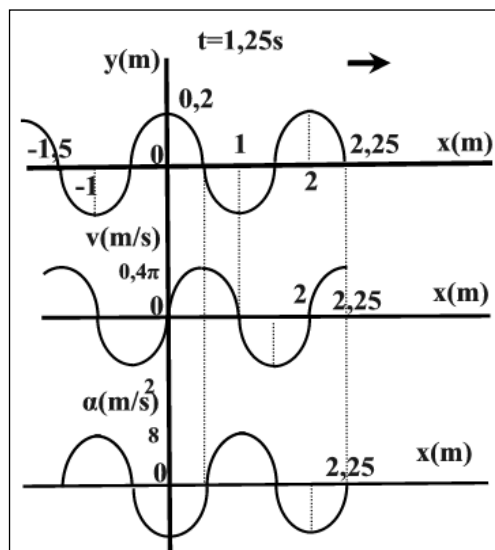
Για $t=1,25s$ οι εξισώσεις έχουν τη μορφή:

$y=0,2\eta\mu(2,5\pi-\pi x)$, $v=0,4\pi \sigma\upsilon\nu(2,5\pi-\pi x)$ και $a=-8\eta\mu(2,5\pi-\pi x)$ με $-\infty < x \leq 2,5m$

Οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται στα σχήματα:

Για $x=0$, $y=0,2m$, $v=0$, $a=-8m/s^2$.

Για $x=0,5m$, $y=0$, $v=0,4\pi m/s$, $a=0$



Ερώτηση 1.8 Πως υπολογίζουμε πόσες φορές επαναλαμβάνεται η κυματική εικόνα μεταξύ δύο σημείων ενός ελαστικού μέσου;

Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο και ταυτίζεται με τον άξονα Ox . Η εξίσωση ταλάντωσης σημείου M με $x_M=+0,2m$, είναι $y_M=0,2\eta\mu\pi(4t-4)$, (SI). Μεταξύ του σημείου M και ενός άλλου σημείου K με $x_K=0,6m$ η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται:

α. 2 φορές

β. 3 φορές.

γ. 4 φορές

Απάντηση (γ)

Από τη σύγκριση της $y_M=A \cdot \eta\mu(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_M}{\lambda})$ και της $y_M=0,2\eta\mu\pi(4t-4)$ έχουμε ότι:

$$\frac{2\pi t}{T}=4\pi t \rightarrow T=0,5s \quad \text{και} \quad \frac{2\pi \cdot 0,2}{\lambda}=4\pi \rightarrow \lambda=0,1m$$

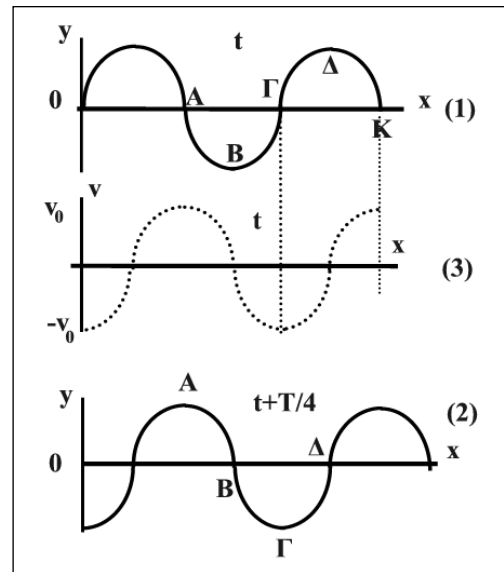
Αλλά $\Delta x=x_K-x_M=0,6m-0,2m=0,4m \rightarrow \Delta x=4\lambda$. Άρα η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται 4 φορές.

Ερώτηση 1.9 Το σχήμα (1) παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος που οδεύει προς τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και φορά προς τα κάτω είναι το:

- α. Α β. Β γ. Γ δ. Δ

Απάντηση: (γ)

1^η απάντηση: Αν το στιγμιότυπο (1) είναι τη χρονική στιγμή t , εμείς σχεδιάζουμε ένα ακόμα στιγμιότυπο (2) τη χρονική στιγμή $t+T/4$. Μέγιστη ταχύτητα τη χρονική στιγμή t έχουν μόνο τα σημεία Α και Γ που περνάνε από τη θέση ισορροπίας ($y=0$). Από το στιγμιότυπο (2) φαίνεται ότι το Γ τη χρονική στιγμή $t+T/4$ έχει φτάσει σε απομάκρυνση $y=-A$, άρα τη χρονική στιγμή t είχε φορά προς τα κάτω. Άρα σωστό είναι το (γ).



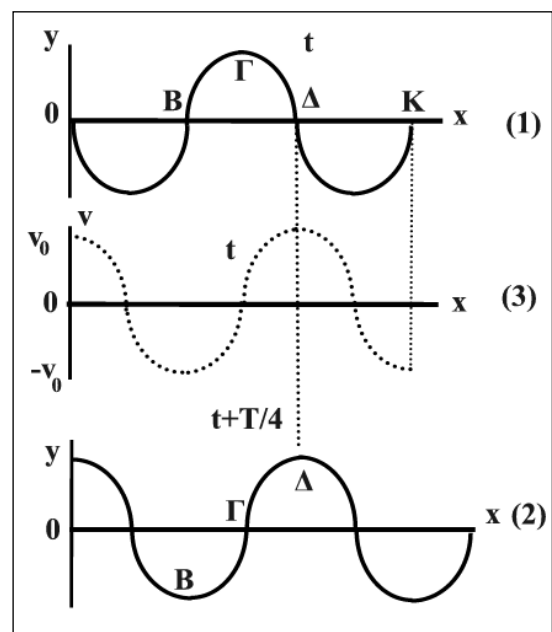
2^η απάντηση. Το σημείο Κ στο μέτωπο του κύματος έχει φάση $\varphi=0$ και συνεπώς ταχύτητα $v=+v_0$. Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητα ως $v=f(x)$ τη χρονική στιγμή t (σχήμα 3). Από τη γραφική φαίνεται ότι το Γ έχει ταχύτητα $-v_0$.

Ερώτηση 1.10 Το σχήμα (1) παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος που οδεύει προς τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και φορά προς τα πάνω είναι το:

- α. Κ β. Β γ. Γ δ. Δ

Απάντηση

1^η απάντηση: Αν το στιγμιότυπο (1) είναι τη χρονική στιγμή t , εμείς σχεδιάζουμε ένα ακόμα στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t+T/4$. Μέγιστη ταχύτητα τη χρονική στιγμή t έχουν τα σημεία Β, Δ και Κ που περνάνε από τη θέση ισορροπίας ($y=0$). Από το στιγμιότυπο (2) φαίνεται ότι το Δ τη χρονική στιγμή $t+T/4$ έχει φτάσει σε απομάκρυνση $y=+A$, άρα τη χρονική στιγμή t είχε φορά προς τα πάνω. Άρα σωστό είναι το (δ).

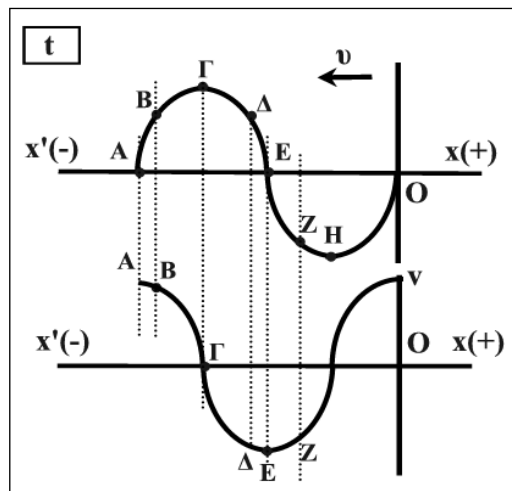


2^η απάντηση. Το σημείο Κ στο μέτωπο του κύματος έχει φάση $\varphi=\pi \text{ rad}$ και συνεπώς ταχύτητα $v=-v_0$. Σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητα ως $v=f(x)$ τη χρονική στιγμή t (σχήμα 3). Από τη γραφική φαίνεται ότι το Δ έχει ταχύτητα $+v_0$.

Ερώτηση 1.11 Τη χρονική στιγμή t βλέπουμε το στιγμιότυπο ενός τρέχοντος κύματος που οδεύει κατά την αρνητική φορά του άξονα $x'Ox$. Το O ($x=0$) ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu(\omega t)$.

I. Ποια από τα σημεία που σημειώνονται στο σχήμα έχουν μέγιστη θετική ταχύτητα, ποια μέγιστη αρνητική και ποια είναι ακίνητα τη χρονική στιγμή t ;

II. Ποια είναι η φορά κίνησης των σημείων Z , B , Δ ;



Απάντηση

I. Το κύμα οδεύει προς την αρνητική φορά. Το μέτωπο του κύματος, A έχει τη χρονική στιγμή t , $y=0$ και $v>0$. Άρα η εξίσωση απομάκρυνσης είναι της μορφής:

$$y=A\eta\mu(\omega t+2\pi x/\lambda) \text{ και η εξίσωση της ταχύτητας της μορφής: } y=A\omega\sigma\upsilon\eta(\omega t+2\pi x/\lambda)$$

Το κύμα τη χρονική στιγμή t έχει διαδοθεί κατά $\Delta x=\lambda$ συνεπώς είναι $t=T$. Κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση $v=f(x)$ για $t=T$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από αυτή φαίνεται ότι:

Τα σημεία A και O έχουν ταχύτητα $+v_0$. Το σημείο, E , έχει ταχύτητα $-v_0$. Τα Γ και H είναι ακίνητα $v=0$.

II. Το σημείο B έχει ταχύτητα $v>0$ άρα κινείται προς τα θετικά (προς τα πάνω), ενώ τα Z και Δ έχουν ταχύτητα $v<0$, άρα κινούνται προς τα αρνητικά (προς τα κάτω).

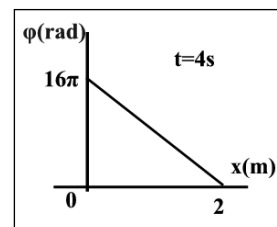
Ερώτηση 1.12 Πως υπολογίζουμε μήκος κύματος από τη γραφική παράσταση $\phi=f(x)$ σε μια δεδομένη χρονική στιγμή.

Η φάση ενός τρέχοντος κύματος δίνεται από το γενικό τύπο:

$$\phi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right). \text{ Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης σε σχέση}$$

με την απόσταση x από την πηγή των κυμάτων, την χρονική στιγμή $t=4s$.

Πόσο είναι το μήκος κύματος ;



Απάντηση

Από το διάγραμμα έχουμε για $t=4s$ τα ζεύγη: $\phi=0$, $x=2m$ και $\phi=16\pi$ rad με $x=0$.

Με αντικατάσταση στην εξίσωση της φάσης υπολογίζουμε:

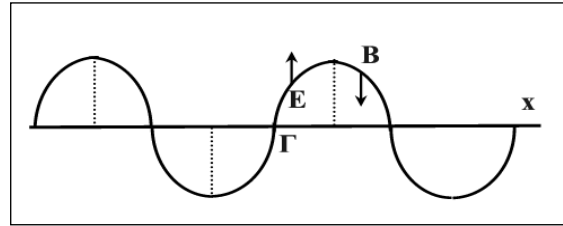
$$\phi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \xrightarrow{x=0, \phi=16\pi rad} 16\pi=2\pi\cdot\left(\frac{4}{T}\right) \rightarrow T=0,5s$$

$$\phi=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \xrightarrow{x=2m, \phi=0} 0=2\pi\left(\frac{4}{0,5}-\frac{2}{\lambda}\right) \rightarrow 4\lambda=1 \rightarrow \lambda=0,25m$$

Ερώτηση 1.13 Πως από ένα στιγμιότυπο ανακαλύπτω τη φορά διάδοσης του κύματος.

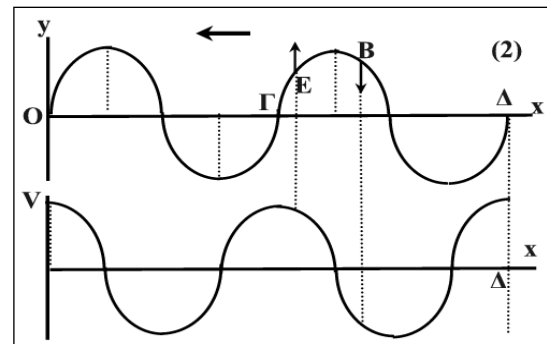
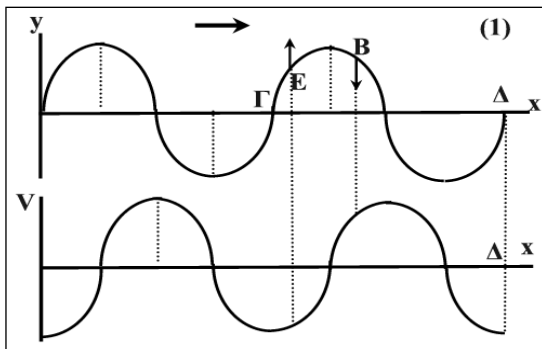
Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο μηχανικού αρμονικού κύματος και παριστάνονται οι ταχύτητες ταλάντωσης δύο σημείων του, Ε και Β. Το κύμα

- διαδίδεται προς τα δεξιά
- διαδίδεται προς τα αριστερά
- μπορεί να διαδίδεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά.



Απάντηση

Υποθέτω ότι το κύμα οδεύει δεξιά (σχήμα 1). Τότε το σημείο Δ έχει αρνητική ταχύτητα, $-v_0$. Σχεδιάζω τη γραφική της ταχύτητας ως προς x και διαπιστώνω ότι στην περίπτωση αυτή το Ε έχει αρνητική ταχύτητα και το Β θετική πράγμα που αντίκειται στα δεδομένα. Άρα η υπόθεση είναι λανθασμένη. Υποθέτω ότι το κύμα οδεύει προς την αρνητική φορά, (σχήμα 2). Το μέτωπο (Ο) έχει ταχύτητα $+v_0$. Επαναλαμβάνω τη γραφική ($v-x$) και διαπιστώνω ότι το Ε έχει θετική και το Β αρνητική ταχύτητα, δηλαδή σύμφωνα με τα δεδομένα. Άρα το κύμα οδεύει προς τα αριστερά. Σωστό είναι το (β).



Ερώτηση: 1.14 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού κατά τη θετική φορά του άξονα x' . Η απόσταση ενός όρους από την επόμενη κοιλάδα είναι 0,4m. Δύο σημεία Κ και Λ με $x_K < x_L$ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $(KL)=1,2m$ έχουν:

- Ίσες απομακρύνσεις και ίσες ταχύτητες.
- Αντίθετες απομακρύνσεις και ίσες ταχύτητες.
- Ίσες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες
- Αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.

Απάντηση: (δ)

Το όρος από την αμέσως επόμενη κοιλάδα απέχει: $\lambda/2=0,4m \rightarrow \lambda=0,8m$

Τα Κ και Λ απέχουν $\Delta x=(KL)=1,2m$. Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων είναι:

$$\Delta\phi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \rightarrow \Delta\phi=3\pi \text{ rad.}$$

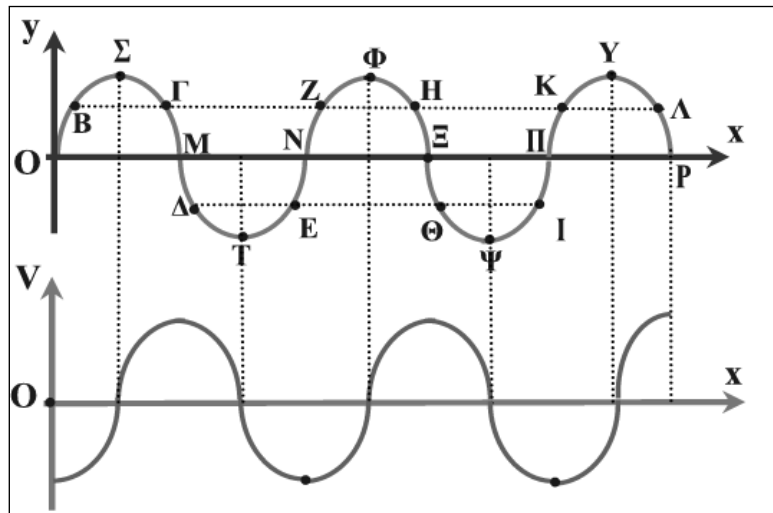
Αφού $x_K < x_L$, αν το Κ έχει φάσης ϕ_1 και το Λ έχει ϕ_2 , τότε $\phi_1 - \phi_2 = 3\pi \text{ rad} \rightarrow \phi_1 = \phi_2 + 3\pi \text{ rad}$:

Για τις απομακρύνσεις: $y_2 = A\sin\phi_2$ και $y_1 = A\sin(\phi_2 + 3\pi) \rightarrow y_1 = A\sin(\phi_2 + \pi) \rightarrow y_1 = -y_2$.

Για τις ταχύτητες: $v_1 = v_0 \sin\phi_2$ και $v_2 = v_0 \sin(\phi_2 + 3\pi) \rightarrow v_1 = -v_2$

Σημ: Δύο σημεία με διαφορά φάσης της μορφής $\Delta\phi=(2k+1)\pi \text{ rad}$, βρίσκονται σε αντίθεση φάσης συνεπώς έχουν κάθε στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.

Ερώτηση: 1.15 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού κατά τη θετική φορά του άξονα x' . Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή, t . Θα κάνουμε μια ακτινογραφία των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου στη δεδομένη χρονική στιγμή, t .



- Ποια σημεία είναι ακίνητα και ποια έχουν μέγιστο μέτρο ταχύτητας;
- Ποια ανεβαίνουν και ποια κατεβαίνουν;
- Ποια έχουν διαφορά φάσης π rad και ποια 2π rad;
- Ποια βρίσκονται σε συμφωνία και ποια σε αντίθεση φάσης;

Απάντηση

Ένα πρόβλημα είναι το πρόσημο της ταχύτητας των διαφόρων σημείων την εν λόγω χρονική στιγμή, δηλαδή ποια ανεβαίνουν άρα έχουν θετική ταχύτητα ταλάντωσης ($v > 0$) και ποια κατεβαίνουν, δηλαδή αρνητική ($v < 0$), αλλά και ποια είναι αυτή τη στιγμή ακίνητα.

Για το πρόσημο της ταχύτητας σχεδιάζω ακριβώς από κάτω τη γραφική ταχύτητα- θέσης ($v-x$) με δεδομένο ότι το μέτωπο δηλαδή το σημείο P έχει ταχύτητα μέγιστη και θετική $+V$. Αν συγκρίνω τις δύο γραφικές παραστάσεις, τα πρόσημα φαίνονται καθαρά,

α. Ακίνητα είναι όλα τα σημεία που βρίσκονται στα πλάτη θετικά και αρνητικά, δηλαδή τα Σ, Τ, Φ, Ψ, Υ.

• Μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα έχουν όσα περνούν από τη θέση ισορροπίας, δηλαδή Ρ, Π, Ξ, Μ, Ν, Ο.

β. Θετική ταχύτητα έχουν: Ρ, Λ, Θ, Ξ, Η, Δ, Μ, Γ.

• Αρνητική ταχύτητα έχουν: Κ, Π, Ζ, Ν, Ε, Β, Ο

γ. Διαφορά φάσης 2π έχουν όσα απέχουν μεταξύ του λ . Π.χ τα (Ο, Ν), (Μ, Ξ), (Ξ, Ρ), (Τ, Ψ), (Φ, Υ), (Β, Ζ), (Δ, Θ)

• Διαφορά φάσης π έχουν όσα απέχουν μεταξύ του $\lambda/2$: Π.χ: (Ο, Μ), (Σ, Τ), (Φ, Ψ), (Ξ, Π), (Ψ, Υ)

δ. Σημεία σε συμφωνία φάσης είναι όσα απέχουν ακέραιο πολλαπλάσιο του λ .

Π.χ (Ο, Ν), (Ο, Π), (Μ, Ρ), (Σ, Υ), (Τ, Ψ), (Γ, Η), (Γ, Λ), (Ε, Ι)

• Σημεία σε αντίθεση φάσης είναι όσα απέχουν μεταξύ τους περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/2$

Π.χ: (Ο, Μ), (Ο, Ξ), (Ο, Ρ), (Τ, Υ), (Ν, Ρ), (Σ, Ψ).

1. Τρέχοντα αρμονικά κύματα

Ερωτήσεις Θεωρίας

Θ1.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Κατά τη διάδοση ενός κύματος, μεταφέρεται ορμή και ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο, αλλά όχι.....
- β. Εγκάρσια ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- γ. Διαμήκη ονομάζονται τα κύματα στα οποία όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται..... στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- δ. Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται ένα κύμα σε ένα μέσον εξαρτάται μόνο από τιςτου ελαστικού μέσου και το είδος του
- ε. Η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου ονομάζεται κύματος.
- στ. Τα κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια των υγρών μπορούν να θεωρηθούν κατά προσέγγιση

Θ1.2 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Αν σε χρόνο t μια διαταραχή διαδίδεται σε απόσταση, x τότε το πηλίκο ονομάζεται ταχύτητα του κύματος.
- β. Η συχνότητα του κύματος δείχνει τον αριθμό των αν πρόκειται για εγκάρσιο κύμα ή τον αριθμό των αν πρόκειται για διαμήκες που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου.
- γ. Περίοδος κύματος είναι το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο η κυματική εικόνα
- δ. Ως μήκος κύματος ορίζεται η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του μέσου που απέχουν το ίδιο από τη θέση και κινούνται κατά την φορά.
- ε. Η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής είναι:

Θ1.3 Να συμπληρωθούν τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

- α. Η φάση ενός τρέχοντος κύματος εξαρτάται από το και την από την πηγή και μετριέται σε
- β. Το διάγραμμα $y=f(x)$ που δίνει τη θέση των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου σε μια χρονική στιγμή λέγεται τρέχοντος κύματος.
- γ. Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου θεωρούνται σε «συμφωνία φάσης» όταν έχουν απομακρύνσεις και φορά κίνησης κάθε χρονική στιγμή.
- δ. Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου θεωρούνται σε «αντίθεση φάσης» όταν έχουν απομακρύνσεις και φορά κίνησης κάθε χρονική στιγμή.

Θ1.4 Να αποδειχθεί η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής, $v=\lambda \cdot f$.

Θ1.5 Μια πηγή αρμονικής διαταραχής, O βρίσκεται στην αρχή, $x=0$ του άξονα x/x και παράγει εγκάρσια γραμμικά κύματα που διαδίδονται κατά τη θετική φορά. Η πηγή αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Να αποδειχθεί η εξίσωση του κύματος: $y=A\eta\mu(2\pi(t/T - x/\lambda))$

Θ1.6 Πηγή αρμονικών διαταραχών αρχίζει να παράγει κύματα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ τα οποία διαδίδονται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με εξίσωση κύματος $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
Να αποδειχθεί ότι η διαφορά φάσης δύο σημείων του μέσου την ίδια χρονική στιγμή t , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση Δx , ισούται με: $\Delta\phi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}$

Θ1.7 Πηγή αρμονικών διαταραχών αρχίζει να παράγει κύματα τη χρονική στιγμή $t_0=0$ τα οποία διαδίδονται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
Να αποδειχθεί ότι η μεταβολή της φάσης ενός σημείου M του ελαστικού μέσου για δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές t_1, t_2 ισούται με: $\Delta\phi=2\pi\frac{t_2 - t_1}{\lambda}$

Θ1.8 Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα μήκους κύματος λ , κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
Αν δύο σημεία δύο σημεία του ελαστικού μέσου έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση, την ίδια ταχύτητα και κινούνται με την ίδια φορά να αποδειχθεί ότι η διαφορά των αποστάσεών τους $\Delta x=x_2-x_1$ από την πηγή των κυμάτων είναι ίση με ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος:
Σημεία σε συμφωνία φάσης : $\Delta x=k\lambda$, με $k=0,1,2,\dots$

Θ1.9 Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα μήκους κύματος λ , κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$.
Αν δύο σημεία δύο σημεία του ελαστικού μέσου έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις, το ίδιο μέτρο ταχύτητας και κινούνται με αντίθετη φορά να αποδειχθεί ότι η διαφορά των αποστάσεών τους $\Delta x=x_2-x_1$ από την πηγή των κυμάτων είναι ίση με περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος:
Σημεία σε αντίθεση φάσης : $\Delta x=(2k+1)\lambda/2$, με $k=0,1,2,\dots$

Θ1.10 Να παρασταθούν γραφικά σε διαφορετικά διαγράμματα, $y=f(x)$, στιγμιότυπα ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος του οποίου η εξίσωση απομάκρυνσης είναι της μορφής $y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$, τις χρονικές στιγμές: α. $t_0=0$, β. $t_1=T/4$, γ. $t_2=T/2$, δ. $t_3=3T/4$, ε. $t_4=T$ στ. $t_5=5T/4$

Θ1.11 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημείο $O(x=0)$, βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση. Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση y σε σχέση με το χρόνο, t στο διάστημα $[0,2T]$ ενός σημείου M του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει απόσταση $x_1=\lambda$ από το O , όπου λ το μήκος κύματος.

ΘΕΜΑΤΑ Α

A1.1 Τα μηχανικά κύματα διαδίδονται

- α. στην ύλη και στο κενό
- β. μόνο στα στερεά υλικά
- γ. μόνο στα υγρά υλικά
- δ. μόνο στην ύλη

A1.2 Κατά τη διάδοση ενός αρμονικού κύματος όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που κινούνται κάνουν

- α. ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.
- β. περιοδική κίνηση.
- γ. απλή αρμονική ταλάντωση.
- δ. ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

A1.3 Όταν διαδίδεται ένα ηχητικό κύμα μεταφέρεται από το ένα σημείο του ελαστικού μέσου στο άλλο

- α. ύλη και ενέργεια.
- β. ύλη.
- γ. ενέργεια και ορμή.
- δ. ύλη, ενέργεια και ορμή.

A1.4 Τα εγκάρσια κύματα

- α. διαδίδονται στον αέρα.
- β. διαδίδονται με μεταβολές πίεσης του ελαστικού μέσου
- γ. προκαλούν ταλάντωση των υλικών σημείων του μέσου σε διεύθυνση παράλληλη στην ευθεία διάδοσης του κύματος.
- δ. προκαλούν ταλάντωση των υλικών σημείων του μέσου σε διεύθυνση κάθετη στην ευθεία διάδοσης του κύματος.

A1.5 Τα διαμήκη κύματα:

- α. διαδίδονται σε στερεά, υγρά αλλά όχι αέρια.
- β. προκαλούν ταλάντωση των υλικών σημείων του μέσου σε διεύθυνση παράλληλη στην ευθεία διάδοσης του κύματος.
- δ. μεταφέρουν ενέργεια, ορμή και ύλη από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.
- ε. μπορούμε να θεωρήσουμε ότι διαδίδονται κατά προσέγγιση στην επιφάνεια των υγρών.

A1.6 Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

- α. εξαρτάται από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται
- β. εξαρτάται από την ενέργεια που μεταφέρει το κύμα
- γ. μεταβάλλεται ανάλογα με τη συχνότητα του κύματος
- δ. εξαρτάται από το πλάτος ταλάντωσης των σωματιδίων του ελαστικού μέσου.

A1.7 Τα μηχανικά κύματα

- α. είναι μόνο εγκάρσια.
- β. είναι μόνο διαμήκη.
- γ. μεταφέρουν ενέργεια και ορμή.
- δ. διαδίδονται στο κενό.

A1.8 Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου εξαρτάται από

- α. τη συχνότητα της ηχητικής πηγής
- β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης.

- γ. την ένταση του ήχου
- δ. την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης.

A1.9 Το μήκος κύματος λ είναι

- α. η απόσταση ενός λόφου από την αμέσως επόμενη κοιλία.
- β. η απόσταση που απέχουν δύο σημεία του ελαστικού μέσου που έχουν διαφορά φάσης 2π , ($\kappa=0,1,2,\dots$)
- γ. η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
- δ. η απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο $1s$.

A1.10 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές; Η περίοδος T , του αρμονικού κύματος

- α. είναι το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται
- β. είναι ίδια με την περίοδο ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων
- γ. ισούται με το χρονικό διάστημα που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του μέσου για να κάνει μια αρμονική ταλάντωση.
- δ. μεταβάλλεται αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο κατά τη διάδοσή του.
- ε. εξαρτάται από το μήκος κύματος.

A1.11 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές; Η συχνότητα ταλάντωσης των μορίων ενός ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα:

- α. ισούται με το αντίστροφο της περιόδου
- β. δείχνει τον αριθμό των κορυφών που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου αν πρόκειται για εγκάρσιο κύμα.
- γ. μεταβάλλεται αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο διάδοσης.
- δ. δείχνει τον αριθμό των πυκνωμάτων που φτάνουν σε κάποιο σημείο του μέσου στη μονάδα του χρόνου, αν πρόκειται για διάμηκες κύμα.
- ε. είναι ίδια με τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων.

A1.12 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές; Μήκος κύματος λ είναι

- α. η απόσταση που διατρέχει το κύμα σε χρονικό διάστημα μιας περιόδου.
- β. η απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε σημείων που βρίσκονται στην ίδια ακτίνα διάδοσης και έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας.
- γ. η μέγιστη απομάκρυνση κάθε σημείου από τη θέση ισορροπίας του.
- δ. η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων που βρίσκονται στην ίδια ακτίνα διάδοσης και έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και κινούνται κατά την ίδια φορά.
- ε. η απόσταση δύο διαδοχικών λόφων ή κοιλάδων.

A1.13 Η ταχύτητα διάδοσης ενός μηχανικού κύματος αυξάνεται

- α. όταν μειωθεί η συχνότητα της πηγής του
- β. αυξηθεί η ενέργεια που μεταφέρει
- γ. αυξάνεται το μήκος κύματος
- δ. μεταβεί από αραιότερο σε πυκνότερο ελαστικό μέσο

A1.14 Αν ένα αρμονικό κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο, τότε μεταβάλλονται:

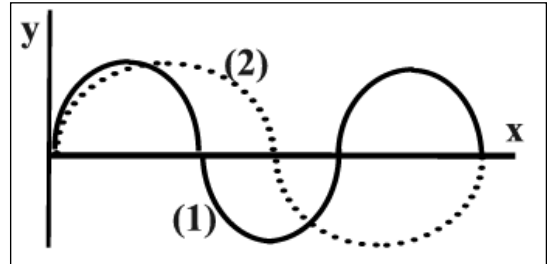
- α. Η συχνότητα και η ταχύτητα διάδοσης.
- β. Η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.
- γ. Η ταχύτητα διάδοσης, η συχνότητα και το μήκος κύματος.
- δ. Η περίοδος και το μήκος κύματος.

A1.22 Μηχανικό κύμα περνάει από το ένα ελαστικό μέσο στο άλλο και η ταχύτητα του κύματος υποδιπλασιάζεται. Τότε

- διπλασιάζεται η συχνότητα αλλά το μήκος κύματος διατηρείται σταθερό
- διπλασιάζεται το μήκος κύματος
- υποδιπλασιάζονται το μήκος κύματος και η περίοδος.
- υποδιπλασιάζεται το μήκος κύματος και η συχνότητα διατηρείται σταθερή

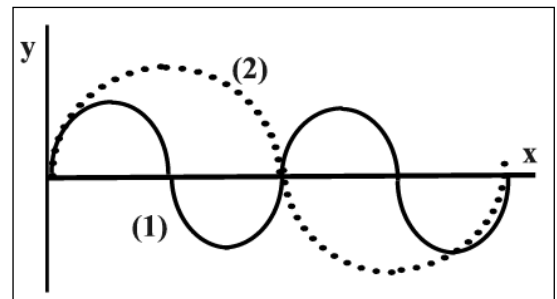
A1.23 Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε στιγμιότυπα δύο κυμάτων (1) και (2) που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Για τα μήκη κύματος των δύο κυμάτων ισχύει η σχέση $\lambda_2 = 1,5\lambda_1$
- Για τις ταχύτητες ισχύει η σχέση $v_2 = 1,5v_1$
- Για τις περιόδους ισχύει η σχέση $T_2 = 1,5T_1$
- Για τις συχνότητες ισχύει η σχέση $f_2 = 1,5f_1$
- Για τα πλάτη ισχύει η σχέση $A_1 = A_2$.



A1.24 Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε στιγμιότυπα δύο κυμάτων (1) και (2) που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Για τα μήκη κύματος των δύο κυμάτων ισχύει η σχέση $\lambda_2 = 2\lambda_1$
- Για τις ταχύτητες ισχύει η σχέση $v_2 = v_1$
- Για τις περιόδους ισχύει η σχέση $T_2 = T_1$
- Για τις συχνότητες ισχύει η σχέση $f_2 = 0,5f_1$
- Για τα πλάτη ισχύει η σχέση $A_1 < A_2$.



A1.25 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Αν ένα ηχητικό κύμα μεταβεί από τον αέρα στο νερό τότε

- η ταχύτητα αυξάνεται
- το μήκος κύματος διατηρείται σταθερό
- η συχνότητα διατηρείται σταθερή
- η ταχύτητα μειώνεται
- το μήκος κύματος αυξάνεται

A1.26 Το πλάτος ενός κύματος εξαρτάται από

- τη συχνότητα
- την ταχύτητα διάδοσης
- το ελαστικό μέσο διάδοσης
- την ενέργεια που μεταφέρει το κύμα

A1.27 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται με λόφους και κοιλάδες
- Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται στα αέρια
- Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια
- Τα διαμήκη διαδίδονται στα υγρά με μεγαλύτερη ταχύτητα από ότι στα αέρια
- Τα εγκάρσια έχουν την ίδια ταχύτητα με τα διαμήκη στο ίδιο ελαστικό μέσο

A1.28 Η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι της μορφής $y=0,2\eta\mu(2\pi t-\pi x)$ (SI).

I. Το μήκος κύματος είναι

α. $\lambda=2\text{m}$

β. $\lambda=1\text{m}$

γ. $\lambda=0,5\text{m}$

δ. $\lambda=4\text{m}$

II. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης είναι

α. $v_0=0,2\pi \text{ m/s}$

β. $v_0=0,4\pi \text{ m/s}$

γ. $v_0=0,6\pi \text{ m/s}$

δ. $v_0=0,8\pi \text{ m/s}$

A1.29 Η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι της μορφής $y=0,1\eta\mu(2\pi t-4\pi x)$ (SI). Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

α. $v=2\text{m/s}$

β. $\lambda=0,4\text{m/s}$

γ. $\lambda=1\text{m/s}$

δ. $v=0,5\text{m/s}$

A1.30 Δύο σημεία ενός ελαστικού μέσου έχουν κάποια χρονική στιγμή t_1 , διαφορά φάσης $\Delta\phi$. Σε μια επόμενη χρονική στιγμή, t_2 , η διαφορά φάσης των ίδιων σημείων θα έχει

α. αυξηθεί.

β. ελαττωθεί.

γ. παραμένει ίδια.

δ. αυξηθεί ή ελαττωθεί ανάλογα με τις χρονικές στιγμές.

A1.31 Η φάση διαφόρων σημείων ενός ελαστικού μέσου στο οποίο τρέχει αρμονικό κύμα

α. είναι μεγαλύτερη όσο το σημείο είναι μακρύτερα από την πηγή

β. μειώνεται με την πάροδο του χρόνου

γ. δεν εξαρτάται από τη χρονική στιγμή.

δ. είναι μικρότερη όσο το σημείο είναι πιο απομακρυσμένο από την πηγή

A1.32 Η διαφορά δύο σημείων ενός κύματος που απέχουν μεταξύ τους $\lambda/2$ όπου λ το μήκος κύματος ισούται με

α. $\Delta\phi=\pi/2 \text{ rad}$

β. $\Delta\phi=\pi \text{ rad}$

γ. α. $\Delta\phi=\pi/4 \text{ rad}$

α. $\Delta\phi=2\pi \text{ rad}$

A1.33 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

Η διαφορά φάσης δύο σημείων ενός κύματος την ίδια χρονική στιγμή είναι

α. ανάλογη της ταχύτητας διάδοσης

β. ανεξάρτητη του μήκους κύματος

γ. ανάλογη της απόστασης των δύο σημείων

δ. ανάλογη της συχνότητας του κύματος, για το ίδιο ελαστικό μέσο

ε. ανεξάρτητη από το χρόνο.

A1.34 Κατά μήκος δύο όμοιων ομογενών και ελαστικών χορδών (1) και (2) διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα με την ίδια ταχύτητα. Το κύμα στην χορδή (1) έχει διπλάσια συχνότητα και το μισό πλάτος από αυτό στη χορδή (2). Τότε

α. το μήκος κύματος στη χορδή (1) είναι ίσο με το μήκος κύματος στη χορδή (2)

β. το μήκος κύματος στη χορδή (1) είναι διπλάσιο από το μήκος κύματος στη χορδή (2)

γ. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (1) είναι ίση με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (2)

δ. η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (1) είναι μικρότερη από τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σωματιδίων της χορδής (2).

A1.35 Σε ευθύγραμμο ελαστικό μέσο, που εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα $x'x$, έχουμε διάδοση αρμονικού κύματος. Η διαφορά φάσης δύο διαδοχικών λόφων είναι

- α. $\pi/2$ rad β. π rad γ. 2π rad δ. 0 rad

A1.36 Δύο υλικά σημεία Κ και Λ ενός ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με μήκος κύματος λ , εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με διαφορά φάσης $\Delta\phi = \pi$ rad. Οι θέσεις ισορροπίας τους απέχουν:

- α. $\lambda/4$ β. $\lambda/2$ γ. $3\lambda/4$ δ. λ

A1.37 Σε δύο χορδές (1) και (2) τρέχουν εγκάρσια κύματα με συχνότητες f_1, f_2 και ταχύτητες v_1, v_2 για τα οποία ισχύει $f_1=2f_2$ και $v_2=4v_1$. Οι διαφορές φάσεις μεταξύ δύο σημείων που απέχουν μεταξύ τους ίσες αποστάσεις και στις δύο χορδές είναι $\Delta\phi_1$ και $\Delta\phi_2$ αντιστοίχως. Για τις διαφορές φάσεις ισχύει

- α. $\Delta\phi_1=\Delta\phi_2$ β. $\Delta\phi_1=4\Delta\phi_2$ γ. $\Delta\phi_2=2\Delta\phi_1$ δ. $\Delta\phi_1=8\Delta\phi_2$

A1.38 Ο ρυθμός μεταβολής της φάσης $\Delta\phi/\Delta t$ ενός σημείου του ελαστικού μέσου που διαδίδεται γραμμικό αρμονικό κύμα συχνότητας f και πλάτους A ισούται με

- α. $2\pi f$ β. f γ. $A \cdot 2\pi f$ δ. $4\pi f$

A1.39 Οι θέσεις ισορροπίας δύο σημείων ενός ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x=4\lambda$ έχουν διαφορά φάσης:

- α. $\Delta\phi=0$ β. $\Delta\phi=2\pi$ γ. $\Delta\phi=4\pi$ δ. $\Delta\phi=8\pi$

A1.40 Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με μήκος κύματος λ . Δύο σημεία της χορδής Κ και Λ είναι σε συμφωνία φάσης και μεταξύ τους παρεμβάλλονται άλλα δύο σημεία που είναι σε συμφωνία φάσης με το Λ. Η απόσταση ΚΛ ισούται με

- α. 4λ β. 3λ γ. 2λ δ. $3\lambda/2$

A1.41 Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος μιας χορδής κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με μήκος κύματος λ . Δύο σημεία της χορδής Κ και Λ είναι σε αντίθεση φάσης και μεταξύ τους παρεμβάλλονται άλλα δύο σημεία που είναι σε συμφωνία φάσης με το Λ. Η απόσταση ΚΛ ισούται με

- α. $3\lambda/2$ β. $\lambda/2$ γ. $5\lambda/2$ δ. 2λ

A1.42 Σε μια τεντωμένη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με μήκος κύματος λ . Η φάση ενός σημείου του μέσου είναι $\phi_M=7,5\pi$ rad, ενώ άλλου σημείο Ν είναι $\phi_N=2,5\pi$ rad. Συνεπώς:

- α. Το κύμα διαδίδεται από το Μ προς το Ν και αυτά απέχουν $MN=2,5\lambda$.
 β. Το κύμα διαδίδεται από το Μ προς το Ν και αυτά απέχουν $MN=5\lambda$.
 γ. Το κύμα διαδίδεται από το Ν προς το Μ και αυτά απέχουν $MN=2,5\lambda$.
 δ. Το κύμα διαδίδεται από το Ν προς το Μ και αυτά απέχουν $MN=5\lambda$.

A1.43 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές. Δύο σημεία του κύματος βρίσκονται σε συμφωνία φάσης όταν

- α. έχουν κάθε χρονική στιγμή ίδιες απομακρύνσεις και ίδιες ταχύτητες ταλάντωσης
- β. όταν η διαφορά φάσης τους είναι $\Delta\phi = k\pi$ rad ($k=1,2,3,\dots$)
- γ. όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- δ. όταν ανεβαίνουν και κατεβαίνουν ταυτόχρονα
- ε. όταν η διαφορά φάσης τους είναι $\Delta\phi = 2k\pi$ rad ($k=1,2,3,\dots$)

A1.44 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές. Δύο σημεία του κύματος βρίσκονται σε αντίθεση φάσης όταν

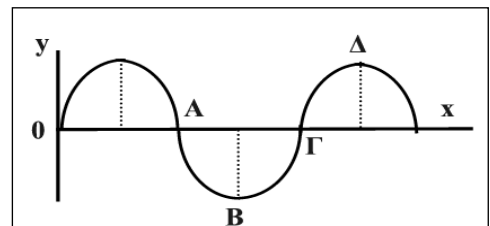
- α. έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες ταλάντωσης
- β. όταν η διαφορά φάσης τους είναι $\Delta\phi = (2k+1)\pi$ rad ($k=1,2,3,\dots$).
- γ. όταν απέχουν μεταξύ τους απόσταση που είναι περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος.
- δ. όταν το ένα ανεβαίνει και το άλλο κατεβαίνει
- ε. όταν η διαφορά φάσης τους είναι μόνο $\Delta\phi = \pi$ rad.

A1.45 Το στιγμιότυπο του κύματος είναι η γραφική παράσταση που δίνει:

- α. τη φάση ενός σημείου του μέσου σε συνάρτηση με το χρόνο.
- β. την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με το χρόνο.
- γ. τη φάση των διαφόρων σημείων του μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή των κυμάτων ($x=0$) σε μια δεδομένη χρονική στιγμή.
- δ. την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή των κυμάτων ($x=0$) σε μια δεδομένη χρονική στιγμή.

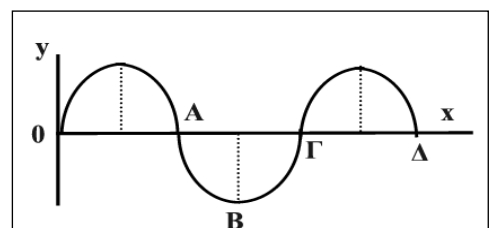
A1.46 Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο εγκάρσιου κύματος. Το σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και με φορά προς τα πάνω είναι το:

- α. A
- β. B.
- γ. Γ
- δ. Δ.



A1.47 Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο εγκάρσιου κύματος. Το σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα και με φορά προς τα κάτω είναι το:

- α. A
- β. B.
- γ. Γ
- δ. Δ.



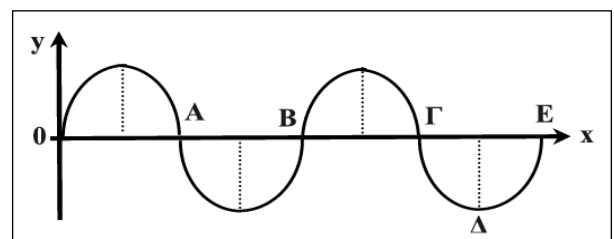
A1.48 Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο εγκάρσιου κύματος που τρέχει σε χορδή.

I. Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων A και Δ είναι

- α. $\pi/2$
- β. $3\pi/2$
- γ. $5\pi/2$
- δ. 3π

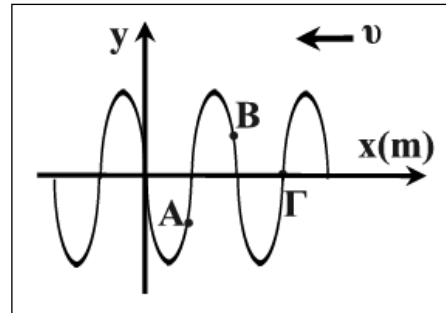
II. Ένα σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με μέγιστη ταχύτητα και με φορά προς τα πάνω είναι το:

- α. E
- β. B.
- γ. Γ
- δ. Δ



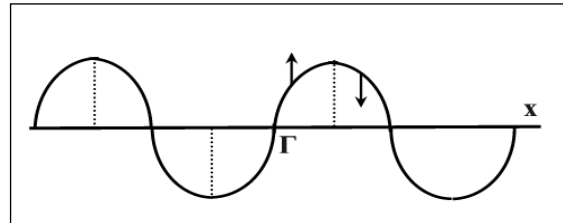
A1.49 Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα x' Ο x τη χρονική στιγμή t_1 . Για τις ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Α, Β και Γ ισχύει:

- α. $V_A > 0, V_B > 0, V_\Gamma > 0$
- β. $V_A < 0, V_B > 0, V_\Gamma > 0$
- γ. $V_A > 0, V_B < 0, V_\Gamma > 0$
- δ. $V_A < 0, V_B > 0, V_\Gamma < 0$



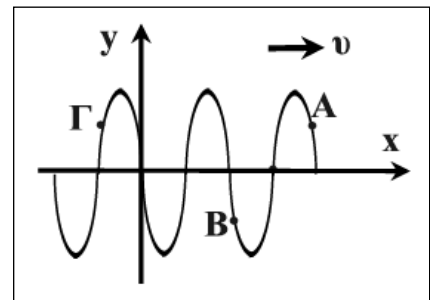
A1.50 Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο μηχανικού αρμονικού κύματος και παριστάνονται οι ταχύτητες ταλάντωσης δύο σημείων του. Το κύμα

- α. διαδίδεται προς τα δεξιά
- β. διαδίδεται προς τα αριστερά
- γ. είναι στάσιμο
- δ. μπορεί να διαδίδεται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά.



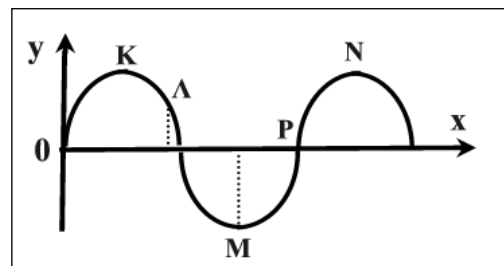
A1.51 Στο σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα x' Ο x τη χρονική στιγμή t_1 . Για τις ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Α, Β και Γ ισχύει:

- α. $V_A > 0, V_B > 0, V_\Gamma > 0$
- β. $V_A < 0, V_B > 0, V_\Gamma > 0$
- γ. $V_A > 0, V_B < 0, V_\Gamma > 0$
- δ. $V_A > 0, V_B > 0, V_\Gamma < 0$



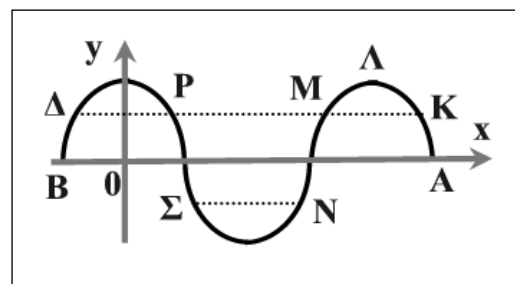
A1.52 Δίνεται το στιγμιότυπο τρέχοντος αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά. Να βρείτε ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές.

- α. Τα σημεία Κ και Μ έχουν διαφορά φάσης $\pi/2$.
- β. Τα σημεία Κ και Ν έχουν κάθε χρονική στιγμή τις ίδιες απομακρύνσεις και τις ίδιες ταχύτητες.
- γ. Τη στιγμή αυτή το σημείο Λ κινείται προς τη μέγιστη θετική απομάκρυνση.
- δ. Το πρόσημο της ταχύτητας του σημείου Ρ είναι θετικό.
- ε. Τα σημεία Μ και Ν είναι σε αντίθεση φάσης.

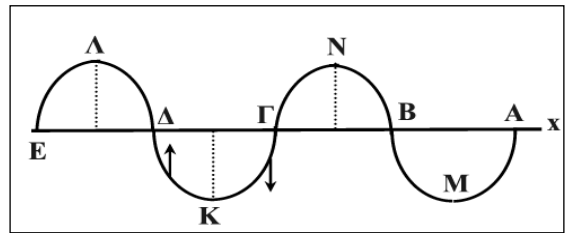


A1.53 Δίνεται το στιγμιότυπο τρέχοντος αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά. Να βρείτε ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές.

- α. Τα σημεία Κ και Μ έχουν διαφορά φάσης π rad.
- β. Τα Σ και Ν έχουν αντίθετες ταχύτητες.
- γ. Το σημείο Λ είναι ακίνητο
- δ. Τα Δ και Μ έχουν ίσες αρνητικές ταχύτητες
- ε. Η διαφορά φάσης των Α και Β είναι 3π rad.



A1.54 Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο μηχανικού αρμονικού κύματος και παριστάνονται οι ταχύτητες ταλάντωσης δύο σημείων του. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές.



- Το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά
- Το σημείο Γ έχει μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα θετικής αλγεβρικής τιμής,
- Τα σημεία του μέσου από το Μ μέχρι το Ν έχουν ταχύτητες θετικές.
- Τα σημεία Β και Δ βρίσκονται σε συμφωνία φάσης
- Η διαφορά φάσης των Α και Λ είναι $3,5\pi$ rad.

A1.55 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

- Κάθε περιοδικό κύμα είναι και αρμονικό.
- Το πλάτος ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από το μήκος κύματος.
- Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων ενός ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται αρμονικό κύμα είναι ανάλογη της συχνότητας ταλάντωσης αυτών.
- Αν το κύμα αλλάξει ελαστικό μέσο μεταβάλλονται η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.

A1.56 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες;

- Το μήκος κύματος λ ισούται με την απόσταση που διατρέχει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
- Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται ένα τρέχον αρμονικό κύμα διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- Δύο σημεία του κύματος σε συμφωνία φάσης απέχουν μεταξύ τους ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος.
- Η φάση ταλάντωσης ενός σημείου είναι ίδια κάθε χρονική στιγμή.
- Είναι αδύνατο σε μια δεδομένη χρονική στιγμή να υπάρχει σημείο του μέσου που να έχει φάση μηδέν

A1.57 Η φάση γραμμικού αρμονικού εγκάρσιου κύματος είναι $\phi=2\pi(t/T-x/\lambda)$. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές ή λανθασμένες;

- Το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$.
- Όσο πιο απομακρυσμένο είναι ένα σημείο από την πηγή των κυμάτων, Ο, τόσο μικρότερη φάση έχει.
- Δύο σημεία που απέχουν μεταξύ τους απόσταση, περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες
- Ο ρυθμός μεταβολής της φάσης κάθε σημείου είναι ίσος με $(2\pi/T)$.
- Το μήκος κύματος ενός τρέχοντος μηχανικού κύματος είναι ανάλογο της συχνότητας όταν η ταχύτητα διάδοσης είναι σταθερή.

A1.58 Γραμμικό αρμονικό κύμα οδεύει προς τη θετική φορά. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

- Η φάση μειώνεται με την πάροδο του χρόνου.
- Όσο πλησιέστερα προς το σημείο ($x=0$) είναι ένα σημείο τόσο μεγαλύτερη φάση έχει.
- Η αρνητική φάση σημαίνει ότι και αρνητική απομάκρυνση.
- Δύο σημεία που έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=3\pi$ rad έχουν κάθε στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.
- Η διαφορά φάσης δύο σημείων αυξάνεται με το χρόνο.

A1.59 Οι εξισώσεις που ακολουθούν περιγράφουν τρία εγκάρσια αρμονικά κύματα που διαδίδονται σε διαφορετικά μέσα.

i) $y = 10^{-2} \eta \mu 2\pi(2t - 4x)$

ii) $y = 5 \cdot 10^{-3} \eta \mu 2\pi(4t - 2x)$

iii) $y = 2 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi(2t - 3x)$

Τα μεγέθη είναι μετρούμενα στο SI.

I. Το που διαδίδεται με τη μεγαλύτερη ταχύτητα είναι αυτό με την εξίσωση

α. (i)

β. (ii)

γ. (iii)

δ. κανένα

II. Τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται με τη μεγαλύτερη μέγιστη ταχύτητα στην περίπτωση

α. (i)

β. (ii)

γ. (iii)

δ. κανένα

A1.60 Κατά μήκος δύο χορδών 1 και 2, διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα. Το κύμα στη χορδή 1 έχει μισή συχνότητα, τετραπλάσιο μήκος κύματος και το ίδιο πλάτος από το κύμα στη χορδή 2. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α. Η ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων στις δύο χορδές είναι ίδια.

β. Η ταχύτητα διάδοσης στην πρώτη χορδή είναι διπλάσια από αυτή της δεύτερης.

γ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη στα σωματίδια της χορδής 1.

δ. Η μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σωματιδίων στη 2^η χορδή είναι τετραπλάσια από αυτή της χορδής (2).

ε. Αν δύο σημεία και στις δύο χορδές απέχουν μεταξύ τους την ίδια απόσταση τότε θα είναι ίδια και η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων αυτών

A1.61 Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t

I. Ποιο από τα σημεία που ακολουθούν έχει αυτή τη στιγμή την μεγαλύτερη κατά μέτρο ταχύτητα ταλάντωσης

α. K

β. Λ

γ. Z

δ. M

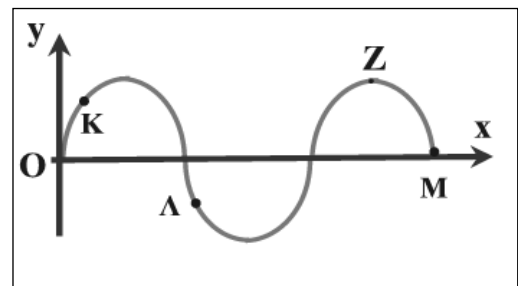
II. Ποιο από τα σημεία που ακολουθούν έχει αυτή τη στιγμή την μεγαλύτερη κατά μέτρο επιτάχυνση ταλάντωσης

α. K

β. Λ

γ. Z

δ. M



A1.62 Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t .

I. Ποιο από τα σημεία που ακολουθούν είναι αυτή τη στιγμή ακίνητο;

α. K

β. O

γ. E

δ. M

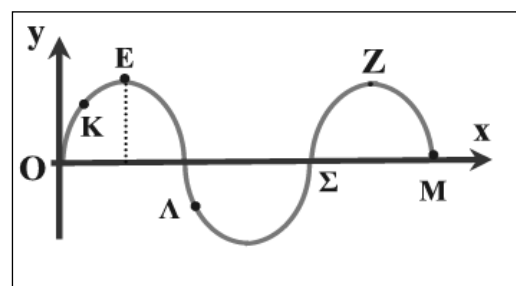
II. Ποιο από τα σημεία που ακολουθούν έχουν αυτή τη στιγμή επιτάχυνση θετικής αλγεβρικής τιμής

α. Z

β. Λ

γ. K

δ. Σ



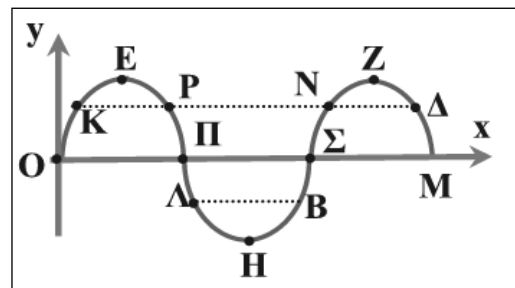
A1.63 Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t .

I. Ποια από τα ζευγάρια σημείων που ακολουθούν είναι συμφασικά;

- α. (O,Σ), β. (Π,Μ), γ. (P,N), δ. (H,Z), ε. (P,Δ)

II. Ποια από τα ζευγάρια σημείων που ακολουθούν είναι σε αντίθεση φάσης;

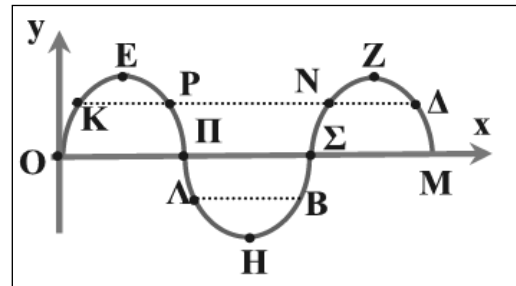
- α. (O,Π), β. (E,Μ), γ. (P,N), δ. (H,Z), ε. (O,Μ)



A1.64 Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t

I. Ποια από τα ζευγάρια σημείων που ακολουθούν έχουν διαφορά φάσης 2π rad;

- α. (O,Σ), β. (Π,Μ), γ. (Σ,Μ), δ. (E,H), ε. (E,Z)



II. Ποια από τα ζευγάρια σημείων που ακολουθούν έχουν διαφορά φάσης π rad;

- α. (O,Σ), β. (Π,Μ), γ. (Σ,Μ), δ. (E,H), ε. (H,Z)

III. Ποια από τα ζευγάρια σημείων που ακολουθούν έχουν διαφορά φάσης 3π rad;

- α. (O,Z), β. (E,Μ), γ. (P,N), δ. (H,Μ), ε. (O,Μ)

A1.65 Το σχήμα παριστάνει το στιγμιότυπο ενός αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή t .

Επιλέξτε από όλα τα σημεία που σημειώνονται, δύο τουλάχιστον σημεία

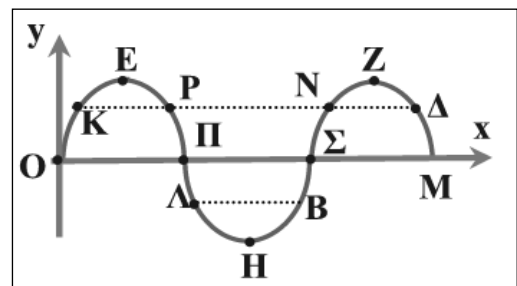
I. που οι φάσεις τους διαφέρουν κατά π .

II. που οι φάσεις τους διαφέρουν κατά 2π .

III. που απέχουν απόσταση λ .

IV. που έχουν κάθε χρονική στιγμή ίδιες απομακρύνσεις και ίδιες ταχύτητες

V. που έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.



ΘΕΜΑΤΑ Β

Να βρείτε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

B1.1 Δύο ηχητικά κύματα διαδίδονται στον ίδιο αέρα με συχνότητες f_1 και f_2 οι οποίες συνδέονται με τη σχέση $f_1=2,5f_2$. Για τα μήκη κύματος λ_1, λ_2 ισχύει η σχέση

α. $\lambda_1=2,5\lambda_2$

β. $\lambda_2=2,5\lambda_1$

γ. $\lambda_2=0,4\lambda_1$

B1.2 Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε χορδή και σε χρονικό διάστημα Δt έχει διανύσει απόσταση 5m από την πηγή και έχει εκτελέσει 20 πλήρεις ταλαντώσεις. Το μήκος κύματος είναι

α. $\lambda=2,5m$

β. $\lambda=0,25m$

γ. $\lambda=1,25m$

B1.3 Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε χορδή και ο λόγος της ταχύτητα διάδοσης, v , προς τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης, $v/v_0=2/\pi$. Αν το μήκος κύματος είναι $\lambda=1,2m$, τότε το πλάτος του κύματος είναι

α. $A=0,6m$

β. $A=0,2m$

γ. $A=0,3m$

B1.4 Η εξίσωση αρμονικού κύματος είναι $y=0,1\eta\mu(20\pi t-2\pi x)$, (S.I) Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

α. 10m/s

β. 1m/s

γ. 0,1m/s

B1.5 Η εξίσωση αρμονικού κύματος είναι $y=2\eta\mu 2\pi(0,5t-0,25x)$ στο S.I. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι:

α. 2π m/s

β. 4π m/s

γ. 1m/s

B1.6 Η εξίσωση απομάκρυνσης τρέχοντος κύματος είναι $y=0,2\eta\mu(400\pi t-2\pi x)$, (S.I) Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

α. Το κύμα οδεύει προς τη θετική φορά.

β. Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων είναι $v=80\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi(200t-x)$, (SI).

γ. Η ταχύτητα διάδοσης είναι 20m/s.

δ. Η εξίσωση της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης ενός υλικού σημείου μάζας $m=10^{-6}kg$ είναι $K=32\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu^2(400\pi t-2\pi x)$. (Δίνεται $\pi^2=10$).

B1.7 Αρμονικό κύμα έχει εξίσωση της γενικής μορφής :

$y=A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda)$. Τη χρονική στιγμή $t=4s$ η γραφική παράσταση της φάσης ως προς την απόσταση x είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

I. Η συχνότητα του κύματος είναι:

α. 0,8Hz

β. 1,25Hz

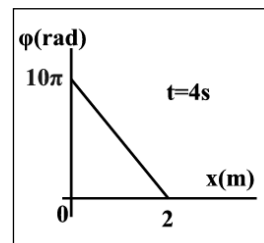
γ. 1Hz

II. Η ταχύτητα διάδοσης είναι:

α. 5m/s

β. 50m/s

γ. 0,5m/s



•**B1.8** Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος, λ . Δύο σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $7\lambda/2$ έχουν την ίδια στιγμή απομακρύνσεις y_1, y_2 για τις οποίες ισχύει:

α. $y_1=y_2$

β. $y_1=-y_2$

γ. $|y_1|\neq |y_2|$

B1.9 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος, λ . Δύο σημεία του ελαστικού μέσου τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση 5λ έχουν την ίδια στιγμή απομακρύνσεις y_1, y_2 για τις οποίες ισχύει:

α. $y_1 = y_2$

β. $y_1 = -y_2$

γ. $|y_1| \neq |y_2|$

B1.10 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο διαδίδεται αρμονικό κύμα κατά τη θετική φορά του άξονα x/Ox με μήκος κύματος λ . Κάποια χρονική στιγμή η φάση ενός σημείου M , με $x_M = 10\lambda$, του ελαστικού μέσου είναι $\phi_M = 15\pi/2$, ενώ άλλου σημείου N την ίδια χρονική στιγμή είναι, $\phi_N = 5\pi/2$. Βρείτε τη σωστή απάντηση στις ερωτήσεις που ακολουθούν και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

I. Το κύμα διαδίδεται:

α. από το M προς το N .

β. από το N προς το M .

II. Η απόσταση x_N του σημείου N από την πηγή των κυμάτων είναι: α. $12,5\lambda$, β. $7,5\lambda$, γ. 15λ

B1.11 Κατά μήκος ενός γραμμικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος λ .

I. Η μικρότερη απόσταση δύο σημείων που έχουν κάθε στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες είναι:

α. λ

β. $\lambda/4$

γ. $\lambda/2$

II. Η διαφορά φάσης των παραπάνω σημείων τους ελαστικού μέσου είναι:

α. $\pi \text{ rad}$

β. $\pi/2 \text{ rad}$

γ. $2\pi \text{ rad}$

B1.12 Κατά μήκος ενός γραμμικού μέσου διαδίδεται αρμονικό κύμα με μήκος κύματος λ .

I. Η μικρότερη απόσταση δύο σημείων που έχουν κάθε στιγμή ίδιες απομακρύνσεις και ίδιες ταχύτητες είναι:

α. λ

β. $\lambda/4$

γ. $\lambda/2$

II. Η διαφορά φάσης των παραπάνω σημείων τους ελαστικού μέσου είναι:

α. $\pi \text{ rad}$

β. $\pi/2 \text{ rad}$

γ. $2\pi \text{ rad}$

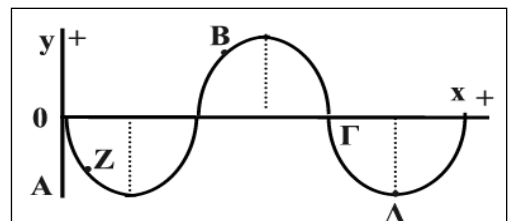
♣ **B1.13** Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο εγκάρσιου κύματος που οδεύει κατά τη θετική φορά του άξονα Ox . Το σημείο $x=0$ βρίσκεται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t=0$ στη θέση $y=0$.

I. Η εξίσωση του κύματος είναι:

α. $y = A\eta\mu(\omega t - 2\pi x/\lambda)$

β. $y = -A\eta\mu(\omega t - 2\pi x/\lambda)$

γ. $y = A\eta\mu(\omega t + 2\pi x/\lambda)$



II. Το σημείο του ελαστικού μέσου που κινείται με ταχύτητα και με φορά προς τα κάτω είναι το:

α. Z

β. B .

γ. Γ

.

B1.14 Η πηγή του κύματος ($x=0$) ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $y = A\eta\mu(\omega t)$. Το κύμα είναι γραμμικό και οδεύει προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$. Η εξίσωση του κύματος είναι

α. $y = A\eta\mu(\omega t - 2\pi x/\lambda)$

β. $y = -A\eta\mu(\omega t - 2\pi x/\lambda)$

γ. $y = A\eta\mu(\omega t + 2\pi x/\lambda)$

B1.15 Η εξίσωση εγκάρσιου αρμονικού κύματος είναι: $y=0,4\eta\mu[\pi(t/3 - 2x/3)]$, (στο S.I).

I. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

- α. 0,5m/s β. 1,5m/s γ. 2m/s

II. Το κύμα θα φτάσει σε σημείο, Σ, με $x_{\Sigma}=12\text{m}$, (η αρχή του άξονα έχει $x=0$) τη χρονική στιγμή:

- α. 45s β. 24s γ. 22,5s

B1.16 Σε τεντωμένη χορδή διαδίδεται κύμα, πλάτους A , με μήκος κύματος λ . Τα σωματίδια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται με μέγιστη επιτάχυνση μέτρου, 16m/s^2 . Σε μια ίδια ακριβώς χορδή διαδίδεται κύμα πλάτους $A/2$ με μήκος κύματος 2λ . Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης ταλάντωσης των σωματιδίων θα είναι:

- α. 2m/s^2 β. 16m/s^2 γ. 32m/s^2

B1.17 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Το σημείο O με $x=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ προς τη θετική φορά και μετά από 8 διελεύσεις από τη θέση ισορροπίας του παρατηρούμε ότι αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M του άξονα Ox . Η διαφορά φάσης των δύο σημείων O και M είναι:

- α. $2\pi \text{ rad}$ β. $4\pi \text{ rad}$ γ. $8\pi \text{ rad}$

B1.18 Κατά μήκος μιας τεντωμένης χορδής διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$ με μήκος κύματος $\lambda=0,8\text{m}$. Σημείο M της χορδής έχει κάποια χρονική στιγμή t απομάκρυνση $y=+3\text{cm}$ και ταχύτητα $v=+5\text{m/s}$. Σημείο K της χορδής που βρίσκεται αριστερά από το M και απέχει απόσταση $0,4\text{m}$ από αυτό, την ίδια χρονική στιγμή θα έχει απομάκρυνση και ταχύτητα:

- α. $+3\text{cm}$, $+5\text{m/s}$ β. $+3\text{cm}$, -5m/s γ. -3cm , -5m/s

B1.19 Μια πηγή αρμονικής διαταραχής O βρίσκεται στην αρχή του άξονα διάδοσης Ox του κύματος και έχει $x_0=0$. Το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα. Το σημείο O ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης, $y=A\eta\mu(\omega t)$. Κάποια χρονική στιγμή t σημείο M του άξονα Ox βρίσκεται στη θέση $y=+A$. Την ίδια στιγμή άλλο σημείο Λ του ίδιου άξονα του οποίου η φάση προηγείται της φάσης του M κατά $5\pi/3 \text{ rad}$,

I. θα βρίσκεται σε θέση:

- α. $y=0$ β. $y=+A$ γ. $y=+A/2$

II. και θα έχει ταχύτητα ταλάντωσης

- α. $v=0$ β. $v=1/2 A\omega$ γ. $v=A\omega\sqrt{3}/2$

B1.20 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Το σημείο O ($x_0=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με $v>0$. Το τρίτο κατά σειρά σημείο σε αντίθεση φάσης με το O , απέχει από το O απόσταση 10m , ενώ ο ρυθμός μεταβολής της φάσης του σημείου O είναι $\pi \text{ rad/s}$. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα είναι:

- α. 2m/s β. 4m/s γ. $0,5 \text{ m/s}$

B1.21 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu(\omega t-2\pi x/\lambda)$. Σημείο M με $x_M=0,2m$ ταλαντώνεται με εξίσωση $y_M=0,2\eta\mu 2\pi(2t-2)$ (SI).

I. Μεταξύ των σημείων M και Λ όπου $x_\Lambda=0,6m$ η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται:

- α. 1 φορά β. 2 φορές γ. 4 φορές

II. Το κύμα για να φτάσει από το M στο Λ χρειάζεται χρόνο:

- α. 2s β. 4s γ. 0,5s

B1.22 Σε οριζόντιο ελαστικό νήμα διαδίδεται αρμονικό κύμα με $f_1=30Hz$. Μεταξύ δύο θέσεων ισορροπίας K και Λ χωρούν 20 μήκη κύματος. Αν η συχνότητα του κύματος γίνει f_2 , τότε μεταξύ των ίδιων σημείων χωρούν ακόμη άλλα 30 μήκη κύματος. Η μεταβολή της συχνότητας του κύματος είναι:

- α. $\Delta f=60Hz$ β. $\Delta f=45Hz$ γ. $\Delta f=75Hz$

B1.23 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-2,5x)$ (SI). Δύο σημεία K και Λ στον άξονα $x'Ox$ έχουν θέσεις $x_K=0,2m$ και $x_\Lambda=0,9m$.

I. Για τις διαφορές φάσεις των δύο σημείων ισχύει

- α. $\varphi_K-\varphi_\Lambda=-3,5\pi$ rad β. $\varphi_K-\varphi_\Lambda=3,5\pi$ rad γ. $\varphi_K-\varphi_\Lambda=2,5\pi$ rad

II. Τη στιγμή που το σημείο K περνά από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα, το Λ βρίσκεται σε απομάκρυνση

- α. $y=+A$ β. $y=0$ γ. $y=-A/2$

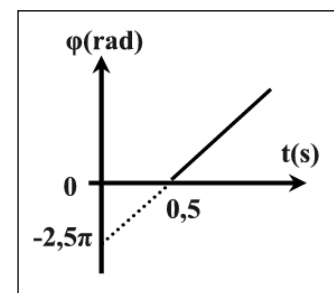
III. Μεταξύ των K και Λ υπάρχουν

- α. ένας λόφος β. 2 λόφοι γ. 3 λόφοι

B1.24 Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox και η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O ($x=0$) είναι $y=A\eta\mu\omega t$. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης σε σχέση με το χρόνο για ένα σημείο M με $x_M=1m$.

I. Ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι:

- α. 0,4s β. 0,8s γ. 0,5s



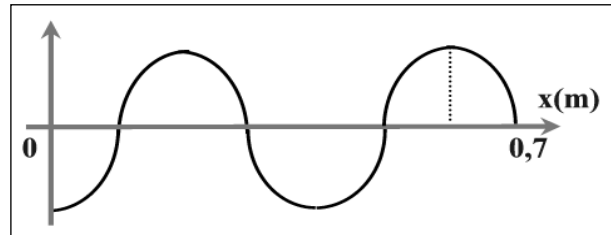
II. Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο σημείων που έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες είναι:

- α. 0,8m β. 0,4m γ. 0,2m

III. Τη χρονική στιγμή $t=0,4s$ ο αριθμός των λόφων που σχηματίζονται πάνω στη χορδή είναι:

- α. 1 β. 2 γ. 4

! B1.25 Σε γραμμικό ομογενές μέσο διαδίδεται κύμα στη θετική κατεύθυνση του άξονα Ox με ταχύτητα διάδοσης $v=2\text{m/s}$ και εξίσωση κύματος της μορφής $y=A\eta\mu(\omega t-2\pi x/\lambda)$. Το στιγμιότυπο του σχήματος είναι τη χρονική στιγμή t_1



- α. 0,35s β. 0,7s γ. 1,4s

B1.26 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται σε άξονα $x'Ox$ με εξίσωση $y=0,2\eta\mu[\pi(2t-4x)]$ (SI). Δίνεται $\pi^2=10$.

I. Τη χρονική στιγμή $t=0,25\text{s}$ η επιτάχυνση ταλάντωσης του σημείου O ($x=0$) είναι:

- α. μηδέν β. -8 m/s^2 γ. 8m/s^2

II. Τη χρονική στιγμή $t_1=2,25\text{s}$ το κύμα έχει φτάσει σε απόσταση, x :

- α. 1m β. 1,125m γ. 1,15m

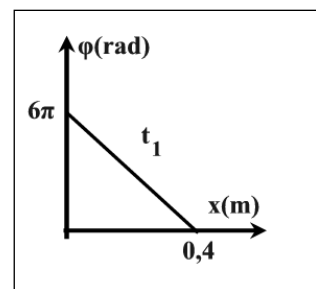
III. Σε απόσταση $x=1,25\text{m}$ από το O ($x=0$) χωράνε:

- α. 1μήκος κύματος β. 2,5 μήκη κύματος γ. 2 μήκη κύματος

•B1.27 Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της μορφής, $\phi=2\pi t/T-2\pi x/\lambda$ ενός αρμονικού κύματος σε σχέση με την απόσταση x τη χρονική στιγμή t_1 . Το κύμα οδεύει κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$.

I. Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο K με $x_K=0,2\text{m}$:

- α. Περνά από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα.
β. Περνά από τη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα.
γ. Είναι στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνση.



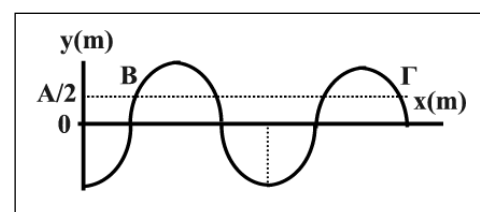
II. Τη χρονική στιγμή t_1+T το σημείο Λ με $x_\Lambda=0,1\text{m}$ έχει φάση:

- α. $13\pi\text{ rad}$ β. $13\pi/4\text{ rad}$ γ. $13\pi/2\text{ rad}$

•B1.28 Μια πηγή αρμονικής διαταραχής O αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και η ταλάντωση έχει εξίσωση, απομάκρυνσης, $y=A\eta\mu\omega t$. Η πηγή O βρίσκεται στην αρχή του άξονα διάδοσης Ox του κύματος και έχει $x=0$. Το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά. Τη χρονική στιγμή t_1 που το υλικό σημείο K με $x_K=+2\lambda$ φτάνει για τρίτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσής του, ο αριθμός των σημείων του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στη θέση απομάκρυνσης $y=+A/2$ είναι:

- α. 4 β. 5 γ. 7

•B1.29 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$ προς τη θετική κατεύθυνση και η αρχή του άξονα O , ($x=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$, με εξίσωση ταλάντωσης $y=A\eta\mu\omega t$. Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η διαφορά φάσης των σημείων B και Γ την ίδια χρονική στιγμή είναι



- α. $8\pi/3\text{ rad}$ β. $2\pi\text{ rad}$ γ. $4\pi/3\text{ rad}$

B1.30 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-2,5x)$ (SI). Δύο σημεία στον άξονα $x'Ox$ έχουν θέσεις $x_K=0,2m$ και $x_\Lambda=0,75m$. Τη στιγμή που το σημείο K περνά από τη θέση ισορροπίας με αρνητική ταχύτητα, το Λ βρίσκεται

α. $y=+A\sqrt{2}/2$

β. $y=0$

γ. $y=-A/2$

•**B1.31** Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ελαστικού μέσου με θετική φορά. Το σημείο $x=0$ ταλαντώνεται με εξίσωση $y=A\eta\mu(\omega t)$. Σημείο K του μέσου βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα και τη χρονική στιγμή $t_1=15T/4$ βρίσκεται σε ακραία θέση ταλάντωσης. Από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο K έχει φθάσει σε ακραία θέση άλλες δυο φορές. Αν λ είναι το μήκος κύματος, η θέση του σημείου K πάνω στον άξονα είναι

α. $x=2,5\lambda$

β. $x=3,75\lambda$

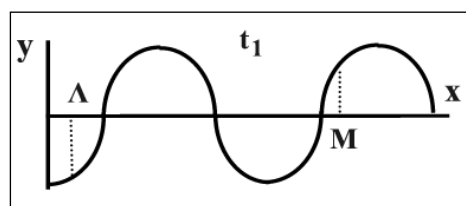
γ. $x=3,5\lambda$

•**B1.32** Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/\lambda)$ και στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t_1 .

α. Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές, $t_2=t_1-T/4$ και $t_3=t_1+T/4$.

β. Να βρείτε στο στιγμιότυπο του σχήματος το πρόσημο της ταχύτητας των σημείων Λ και Μ.

γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας ταλάντωσης, $v=f(x)$ και επιτάχυνσης, $a=f(x)$, κινητικής ενέργειας $K=f(x)$ και δυναμικής ενέργειας $U=f(x)$ για όλα τα σημεία του μέσου και για τις τρεις χρονικές στιγμές t_1 , t_2 , t_3 .

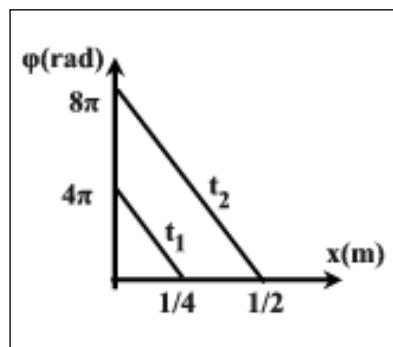


•**B1.33** Αρμονικό κύμα με συχνότητα $f=10Hz$ διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Ox και η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο ($x=0$) είναι $y=A\eta\mu(2\pi ft)$. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται γραφικές παραστάσεις της φάσης του κύματος σε σχέση με την απόσταση x δύο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

α. Να βρείτε τις χρονικές στιγμές t_1 , t_2 .

β. Να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 .

γ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε σχέση με το χρόνο για ένα σημείο Η με $x_H=1/8m$ στο χρονικό διάστημα από $0,1s$ έως $0,4s$.

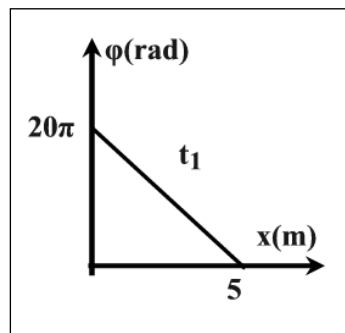


•**B1.34** Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης της μορφής, $\phi=2\pi t/T-2\pi x/\lambda$ ενός αρμονικού κύματος σε σχέση με την απόσταση x τη χρονική στιγμή $t_1=10s$. Το κύμα οδεύει κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$, έχει πλάτος $A=0,2m$. Η εξίσωση που περιγράφει την εξίσωση του κύματος στο (SI) είναι η

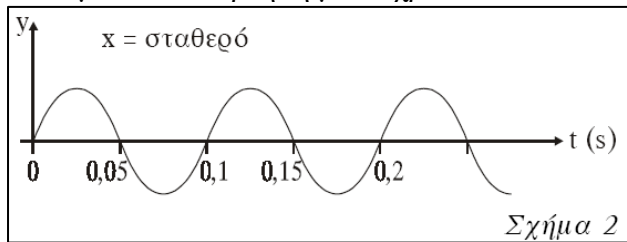
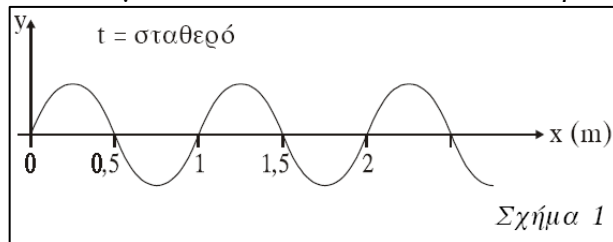
α. $y=0,2\eta\mu[2\pi(t-2x)]$

β. $y=0,2\eta\mu(\pi t-0,25\pi x)$

γ. $y=0,2\eta\mu(4\pi t-\pi x)$



B1.35 Το σχήμα 1 παριστάνει στιγμιότυπο εγκάρσιου αρμονικού κύματος, ενώ το σχήμα 2 παριστάνει την κατακόρυφη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας ενός δεδομένου σημείου του ελαστικού μέσου, στο οποίο διαδίδεται το παραπάνω κύμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.



Από τη μελέτη των δύο σχημάτων προκύπτει ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

- α. 0,1 m/s . β. 1 m/s. γ. 10 m/s

B1.36 Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται μέσα σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο με μήκος κύματος λ . Την χρονική στιγμή t δύο σημεία Α και Β που βρίσκονται στις θέσεις $x_A = 3\lambda/8$ και $x_B = 5\lambda/8$ αντίστοιχα, έχουν διαφορά φάσης

- α. $\Delta\phi = 0$. β. $\Delta\phi = \pi/2$ rad γ. $\Delta\phi = \pi$ rad

B1.37 Κατά μήκος δύο χορδών (1) και (2), που είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό, διαδίδονται δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα πλάτους A_1 και A_2 και μήκους κύματος λ_1 και λ_2 , αντίστοιχα. Αν ισχύει ότι $A_2 = 2A_1$ και $\lambda_2 = \lambda_1/2$, τότε για τις αντίστοιχες μέγιστες επιταχύνσεις των ταλαντώσεων $a_{\max 1}$ και $a_{\max 2}$ ισχύει:

- α. $a_{01}/a_{02} = 1/4$ β. $a_{01}/a_{02} = 1/8$ γ. $a_{01}/a_{02} = 1/2$

B1.38 Το άκρο Ο ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του ημιάξονα Οx, αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση: $y = 5\eta\mu 2\pi t$ (το y σε cm και το t σε s). Η ταλάντωση του σημείου Ο διαδίδεται στο μέσο με ταχύτητα $v = 1$ m/s. Σημείο Β του μέσου απέχει από το Ο κατά $x = 1$ m. Η ταχύτητα του σημείου Β του μέσου τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0,5$ s και $t_2 = 2$ s έχει τιμές, αντίστοιχα:

- α. $v_1 = -0,1\pi$ m/s και $v_2 = -0,1\pi$ m/s.
β. $v_1 = 0$ m/s και $v_2 = 0,1\pi$ m/s.
γ. $v_1 = -0,1\pi$ m/s και $v_2 = 0,1\pi$ m/s.

B1.39 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο κατά τη θετική φορά του άξονα x' Οx και περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,2\eta\mu 2\pi(2t - 4x)$, (SI). Να σχεδιάσετε δύο στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές: α. $t_1 = 3/4$ s και β. $t_2 = 9/8$ s.

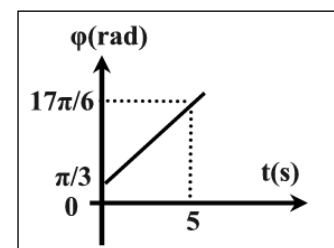
B1.40 Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα Οx και η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο ($x=0$) είναι $y = A\eta\mu\omega t$. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης σε σχέση με το χρόνο για το σημείο Ο. Η ταχύτητα διάδοσης είναι $v = 1$ m/s.

I. Η γωνιακή συχνότητα είναι

- α. $\omega = \pi/2$ rad/s β. $\omega = \pi$ rad/s γ. $\omega = 2\pi$ rad/s

II. Το μήκος κύματος είναι

- α. $\lambda = 2$ m β. $\lambda = 4$ m γ. $\lambda = 1$ m



ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ1.1 Η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'Ox$ είναι $y=0,2\eta\mu 2\pi(t-0,5x)$ στο S.I.

- Να υπολογιστεί το μήκος, λ και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, v .
- Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.
- Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου $x_1=0$ και του σημείου $x_2=1m$.
- Να βρεθεί η θέση x ενός σημείου που αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=2s$.
- Να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση x ενός σημείου που τη στιγμή $t=1s$ έχει απομάκρυνση $y=0,1m$.

$$\alpha. \lambda=2m, v=2m/s, \beta. v=0,4\pi\text{ συν } 2\pi(t-0,5x) \text{ στο S.I. } \gamma. \Delta\phi=\pi \text{ rad, } \delta. x=4m, x=7/6m$$

Γ1.2 Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=0,05\eta\mu 8\pi t$ (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ κατά μήκος της χορδής που διέρχεται από το σημείο Ο και έχει ταχύτητα διάδοσης 20m/s.

- Να βρεθεί το μήκος κύματος, λ .
- Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
- Να βρεθεί η χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο Μ, με $x_M=10m$.
- Να βρεθεί τη χρονική στιγμή $t_1=1s$, η απομάκρυνση y , από τη θέση ισορροπίας του σημείου Μ.

$$\alpha. 5m, \beta. y=0,05\eta\mu 2\pi(4t-0,2x) \text{ στο SI, } \gamma. 0,5s, \delta. y=0$$

Γ1.3 Στην ήρεμη επιφάνεια μιας λίμνης πέφτουν σταγόνες νερού με ρυθμό 60 σταγόνες ανά λεπτό. Η απόσταση ενός λόφου από τη μεθεπόμενη από αυτόν κοιλάδα είναι 30cm. Να υπολογιστούν:

- Το μήκος κύματος.
- Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- Η απόσταση που θα έχει διαδοθεί το κύμα σε χρόνο σε χρονικό διάστημα $\Delta t=5s$;
- Το πλήθος των λόφων και το πλήθος των κοιλάδων που περιέχονται σε μήκος 100cm.

$$\alpha. 20cm, \beta. 20cm/s, \gamma. 100cm, \delta. 5\text{λόφοι και } 5\text{ κοιλάδες}$$

Γ1.4 Τρέχον κύμα περιγράφεται από την εξίσωση: $y=1\eta\mu(200\pi t-2\pi x)$ με y και x σε cm και t σε s.

- Να βρεθεί η χρονική στιγμή που ένα σημείο με $x=100cm$ περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας.
- Να βρεθεί η απόλυτη τιμή της διαφορά φάσης δύο σημείων που απέχουν μεταξύ τους, $\Delta x=5cm$.
- Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου τη στιγμή που έχει απομάκρυνση $y=0,5\sqrt{2}cm$.
- Να βρεθεί η επιτάχυνση ταλάντωσης του σημείου $x=1cm$, τη χρονική στιγμή $t=0,5s$.

$$\alpha. 1,005s, \beta. 10\pi \text{ rad, } \gamma. 100\sqrt{2}\pi cm/s, \delta. a=0$$

Γ1.5 Αρμονικό γραμμικό κύμα έχει διαδίδεται κατά τη θετική φορά άξονα $x'Ox$ με εξίσωση κύματος $y=0,1\eta\mu 2\pi(t-0,5x)$, στο S.I. Θεωρούμε ότι το σημείο Ο, με $x_O=0$, αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$. Να κατασκευαστούν:

- Στιγμιότυπο κύματος, $y=f(x)$, τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.
- Η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων του μέσου σε σχέση με την απόσταση x , $\phi=f(x)$, τη χρονική στιγμή $t_2=4s$.
- Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y σε σχέση με το χρόνο t , $y=f(t)$ για σημείο με $x=2m$.

δ. Η γραφική παράσταση φάσης σε σχέση με το χρόνο, $\varphi=f(t)$, για το σημείο που βρίσκεται σε θέση $x=2m$.

! Γ1.6 Κατά μήκος μιας χορδής που εκτείνεται κατά μήκος άξονα $x'Ox$ παράγονται εγκάρσια αρμονικά κύματα που κινούνται προς τη θετική κατεύθυνση και έχουν μήκος κύματος $\lambda=0,1m$. Θεωρούμε ένα σημείο O της χορδής ως αρχή του άξονα το οποίο τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,2\eta\mu 2\pi t$ (S.I). Δύο σημεία του ελαστικού μέσου B και Γ που βρίσκονται στον θετικό ημιάξονα απέχουν μεταξύ του $B\Gamma=1,5m$. Κάποια χρονική στιγμή t_1 το σημείο B έχει φάση $\varphi_B=40\pi$ rad και το Γ , $\varphi_\Gamma<\varphi_B$.

- Να βρείτε τη μεταβολή φάσης ενός σημείου της χορδής σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2s$;
- Να εξετάσετε αν το κύμα διαδίδεται από το B προς το Γ και να βρείτε τη φάση του Γ τη χρονική στιγμή t_1 .
- Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις $y=f(x)$ και $v=f(x)$ των σημείων της χορδής τη χρονική στιγμή, $t_1=1,5s$.
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $y=f(t)$ για σημείο $x=0,2m$ στο χρονικό διάστημα $[0,4s]$.

α. $4\pi rad$, β. Από $B \rightarrow \Gamma$, $\varphi_\Gamma=10\pi rad$,

Γ1.7 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα $v=40m/s$ προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$. Κάποια χρονική στιγμή t οι φάσεις των ταλαντώσεων δύο σημείων A και B του μέσου είναι $\varphi_A=15\pi$ rad και $\varphi_B=45\pi$ rad αντίστοιχα. Το σημείο B έχει θέση $x_B=+4m$ και είναι το δεύτερο κατά σειρά σε συμφωνία φάσης με την πηγή O .

- Να εξετάσετε αν το κύμα οδεύει από το A προς το B ή αντίθετα.
- Να υπολογίσετε τη συχνότητα του κύματος.
- Να βρείτε την απόσταση των θέσεων ισορροπίας των δύο σημείων A και B .
- Τη στιγμή που το σημείο A περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική φορά ποια είναι η θέση και η κατεύθυνση κίνησης του B ;

α. $B \rightarrow A$, β. $20Hz$, $\Delta x=30m$, δ. $y=0$, $v>0$

Γ1.8 Μια πηγή κυμάτων O που βρίσκεται στην αρχή, $x=0$, ενός άξονα $x'Ox$ αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις τη χρονική στιγμή $t=0$ με εξίσωση $y=0,2\eta\mu\omega t$, (S.I) και το κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα $v=4m/s$. Η φάση κάθε σημείου μεταβάλλεται κατά $4\pi rad$ κάθε $1s$.

- Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης και το μήκος κύματος.
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- Να βρείτε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, y , του σημείου O εκείνη τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο M με $x_M=8m$.
- Να βρείτε τη πρώτη χρονική στιγμή που το σημείο M βρίσκεται στη θέση $y=+0,2m$.
- Να βρείτε τη θέση x όλων των σημείων που τη χρονική στιγμή $t=0,25s$ έχουν $y=+0,1m$.

α. $f=2Hz$, $\lambda=2m$, β. $y=0,2\eta\mu 2\pi(2t-0,5x)$, (SI) , γ. $y=0$, δ. $t=2,125s$ ε. $1/6m$, $5/6m$

Γ1.9 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Το σημείο O με $x=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με $v>0$ και η εξίσωση του κύματος είναι $y=10\eta\mu\pi(40t-0,4x)$ τα x και y σε cm , το t σε s .

- Ποια χρονική στιγμή t αρχίζει να ταλαντώνεται το υλικό σημείο Σ με $x_\Sigma=0,2m$;
- Πόση είναι η διαφορά φάσης δύο σημείων που απέχουν μεταξύ τους $10cm$;

γ. Πόσα εκατοστά έχει διανύσει το σημείο Ο καθώς ταλαντώνεται, από τη στιγμή $t=0$ έως τη στιγμή t_1 που ένα άλλο σημείο Ρ με $x_P=10\text{cm}$ μόλις αρχίζει να ταλαντώνεται.

δ. Πόσοι λόφου και πόσες κοιλάδες έχουν σχηματιστεί στο ελαστικό μέσο τη χρονική στιγμή $t_2=9/80\text{s}$.

α. $t=0,2\text{s}$, β. $\Delta\varphi=4\pi\text{ rad}$, γ. $d=80\text{cm}$, δ. 3 λοφοί, 2 κοιλ.

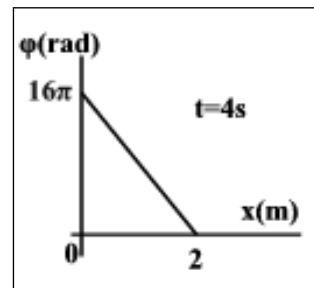
Γ1.10 Η φάση ενός αρμονικού κύματος δίνεται από το γενικό τύπο $\varphi=2\pi(t/T-x/\lambda)$ και στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης αυτής σε σχέση με την συντεταγμένη x τη χρονική στιγμή $t=4\text{s}$. Να υπολογιστούν :

α. Η συχνότητα ταλάντωσης της πηγής των κυμάτων.

β. Το μήκος του κύματος.

γ. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

δ. Να σχεδιαστούν οι γραφικές παραστάσεις $y=f(x)$, $v=f(x)$ και $a=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t=1,25\text{s}$.



α. $f=2\text{Hz}$, β. $\lambda=0,25\text{m}$, γ. $0,5\text{m/s}$

Γ1.11 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο είναι της μορφής $y=0,2\eta\mu\omega t$ (S.I) στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης ταλάντωσης ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση $x=0,1\text{m}$, σε σχέση με το χρόνο, t .

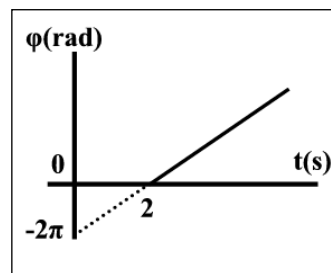
α. Να υπολογιστούν το μήκος κύματος και η περίοδος ταλάντωσης.

β. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση τη χρονική στιγμή $t=10\text{s}$ ενός σημείου με θέση $x=0,2\text{m}$.

δ. Να σχεδιαστεί στιγμιότυπο του κύματος και η γραφική $v=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t=3,5\text{s}$.

Δίνεται $\pi^2=10$.



α. $\lambda=0,1\text{m}$ και $T=2\text{s}$, β. $y=0,2\eta\mu(\pi t-20\pi x)$, στο S.I, γ. $a=0$

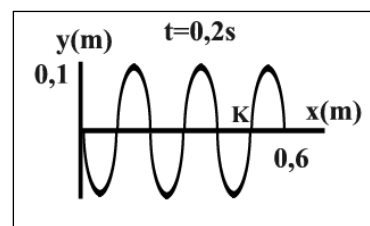
Γ1.12 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο είναι της μορφής $y=A\eta\mu\omega t$.

α. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

β. Να βρείτε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Κ που φαίνεται στο στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$.

γ. Προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σημείο Κ την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή;

δ. Σημείο Ν παρουσιάζει διαφορά φάσης με το Ο κατά 4π . Να γίνει η γραφική παράσταση $y=f(t)$ για το σημείο Ν σε σχέση με το χρόνο και για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.



α. $y=0,1\eta\mu 2\pi(15t-5x)$, (SI), β. $v=-3\pi\text{m/s}$, γ. Προς τα κάτω.

Γ1.13 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$ προς τη θετική κατεύθυνση και η αρχή του άξονα Ο, ($x_0=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,1\eta\mu\omega t$, στο S.I. Κάθε σημείο του ελαστικού μέσου που ταλαντώνεται διέρχεται 4 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε χρονικό διάστημα $\Delta t=8\text{s}$. Στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται

ένα σημείο του άξονα για να μεταβεί από την ανώτερη στην κατώτερη θέση της τροχιάς του, η διαταραχή διανύει μήκος 1,5m του ελαστικού μέσου.

α. Να βρεθούν, η ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος.

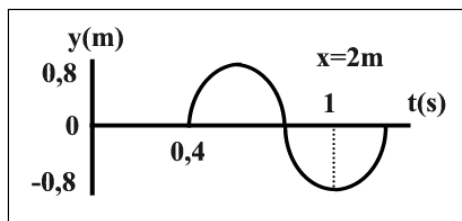
β. Να κατασκευαστεί η εξίσωση του κύματος.

γ. Να σχεδιαστεί ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

δ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης σε σχέση με το χρόνο, $v=f(t)$, για ένα σημείο, Μ με $x_M=6m$, από τη στιγμή $t_0=0$, μέχρι τη στιγμή που μπήκε σε ταλάντωση ένα άλλο σημείο Λ με $x_\Lambda=9m$.

$$\alpha. v=3/4m/s, \lambda=3m \quad \beta. y=0,1\eta\mu 2\pi(t/4-x/3), (SI)$$

Γ1.14 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$ προς τη θετική κατεύθυνση και η αρχή του άξονα Ο, ($x=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$. Σημείο Μ με $x_M=2m$ ταλαντώνεται και το διπλανό σχήμα δίνει τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y αυτού του σημείου από τη θέση ισορροπίας του σε σχέση με το χρόνο, t .



α. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης $y=f(x,t)$ του κύματος.

β. Να κατασκευάσετε τις γραφικές παραστάσεις $y=f(x)$ και $v=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t=2s$.

γ. Αν το κύμα χρειάζεται χρόνο $\Delta t=1,2s$ για να πάει από το Μ στο Λ να βρείτε τη διαφορά φάσης $\Delta\phi=\phi_M-\phi_\Lambda$ μια χρονική στιγμή που ταλαντώνονται και τα δύο σημεία.

δ. Να βρείτε πόσα σημεία μεταξύ των Μ και Λ είναι σε συμφωνία φάσης με το Μ και να προσδιορίσετε τη θέση τους.

$$\alpha. y=0,8\eta\mu\frac{\pi}{2}(5t-x) (SI), \quad \gamma. \Delta\phi=3\pi \text{ rad}, \quad \delta. x_1=6m$$

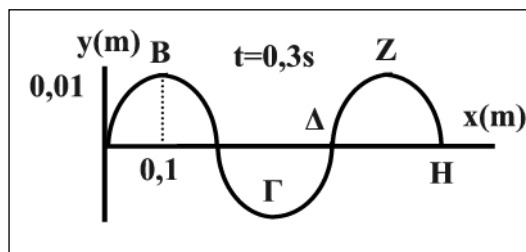
Γ1.15 Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο αρμονικού κύματος που οδεύει κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με το σημείο $x=0$ να έχει $y=0$ τη χρονική στιγμή $t=0$ και $v>0$. Το στιγμιότυπο είναι τη χρονική στιγμή $t_1=0,3s$.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

β. Πόση ταχύτητα θα έχει το σημείο Β, τη χρονική στιγμή $t=0,35s$.

γ. Πόση είναι η διαφορά φάσης των σημείων Β και Η;

δ. Σχεδιάστε τα στιγμιότυπα ταχύτητας, επιτάχυνσης και κινητικής ενέργειας μιας στοιχειώδους μάζας του ελαστικού μέσου, $m=1g$ την ίδια χρονική στιγμή $t=0,3s$.



$$\alpha. v=2m/s. \quad \beta. v=-0,1\pi m/s, \quad \gamma. \Delta\phi=2,5\pi \text{ rad}.$$

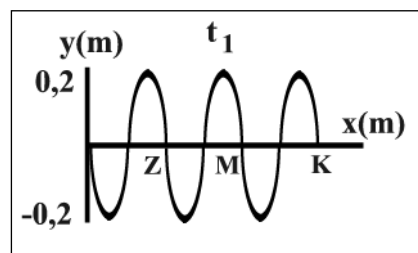
Γ1.16 Αρμονικό κύμα με εξίσωση $y=A\eta\mu(4\pi t-20\pi x)$, (SI) διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'Ox$ που ταυτίζεται με μια ελαστική χορδή. Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 . Δίνεται $\pi^2=10$.

α. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 .

β. Να βρεθεί η φορά κίνησης του σημείου Ζ τη χρονική στιγμή t_1 .

γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις, $v=f(x)$, $a=f(x)$ και $U=f(x)$ για $t=t_1$.

δ. Να γραφεί η εξίσωση επιτάχυνσης της ταλάντωσης για το σημείο Κ.



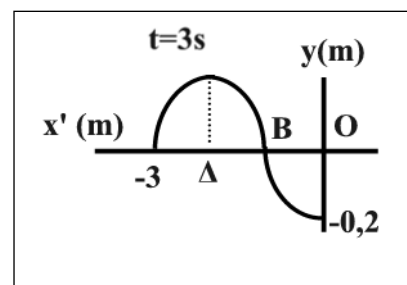
$$\alpha. t=1,5s, \quad \beta. \text{Προς τα πάνω}, \quad \delta. a=-32\eta\mu 2\pi(2t-3), (SI)$$

!Γ1.17 Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$ διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με πλάτος $A=0,04\text{m}$ και περίοδο $T=0,01\text{s}$. Το κύμα διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα και θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ φτάνει στην αρχή του άξονα O ($x_O=0$). Το σημείο O αρχίζει να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$. Δύο σημεία K και Λ με $x_K=-0,4\text{m}$ και $x_\Lambda=-0,95\text{m}$ παρουσιάζουν απόλυτη διαφορά φάσης $\Delta\varphi=5,5\pi$ rad.

- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- Να βρείτε την κατεύθυνση της κίνησης των σημείων K και Λ τη χρονική στιγμή $t_1=0,5\text{s}$.
- Να βρείτε τη διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\varphi_A-\varphi_B$ δύο σημείων A και B με $x_A=45\text{cm}$ και $x_B=-45\text{cm}$.
- Όταν το σημείο A είναι στη μέγιστη θετική απομάκρυνση που βρίσκεται το σημείο B ;
- Να κάνετε το στιγμιότυπο κύματος στον αρνητικό ημιάξονα τη χρονική στιγμή $t=0,01\text{s}$.

$$\alpha. y=0,04\eta\mu(200\pi t+10\pi x), (SI) \quad \beta. v_K>0, v_\Lambda=0, \Delta\varphi=9\pi \quad \delta. y=-0,04\text{m}$$

!Γ1.18 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'Ox$ και κατά την αρνητική κατεύθυνση. Το σημείο O , με $x=0$ αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$.



- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος στο (SI).
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου B τη χρονική στιγμή $t_1+T/2$.
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης v σε σχέση με την απόσταση x τη χρονική στιγμή t_1 . Να προσδιορίσετε το πρόσημο της ταχύτητας των σημείων που βρίσκονται μεταξύ των σημείων O και Δ τη χρονική στιγμή t_1 .
- Να σχεδιάσετε στιγμιότυπα του εν λόγω κύματος τις χρονικές στιγμές $t_2=4\text{s}$ και $t_3=5\text{s}$.

$$\alpha. y=0,2\eta\mu\frac{\pi}{2}(t+x) \quad \beta. v=0,1\pi \text{ m/s}, \gamma. v<0 \quad \delta. y=0,2\eta\mu\pi\left(\frac{t}{3}+\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right) (SI)$$

!Γ1.19 Γραμμικό ελαστικό μέσο εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'Ox$ και το σημείο O για το οποίο είναι $x_O=0$, αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\eta\mu\omega t$, παράγοντας κύματα που διαδίδονται κατά τη θετική φορά. Κατά κάποια χρονική στιγμή t , δύο σημεία K και Λ του μέσου έχουν φάσεις $\varphi_K=15\pi/2$ rad και $\varphi_\Lambda=45\pi/2$ rad, αντιστοίχως.

- Εξετάστε αν το κύμα διαδίδεται από το K προς το Λ ή αντιστρόφως.
- Αν το σημείο Λ απέχει από το O απόσταση $x_\Lambda=0,4\text{m}$ και έχει καθυστέρηση φάσης 5π , ως προς το O , να υπολογιστεί η απόσταση $K\Lambda$.
- Πόση είναι η απομάκρυνση και η φορά της κίνησης του σημείου K , τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο Λ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας κινούμενο κατά τη θετική φορά.
- Πόσοι λόφοι σχηματίζονται στο τμήμα που ενώνει τις θέσεις ισορροπίας των Λ και K , τη χρονική στιγμή που το Λ περνάει από τη θέση ισορροπίας με θετική φορά κίνησης.

$$\alpha. \text{ Από } \Lambda \text{ στο } K, \beta. (K\Lambda)=1,2\text{m}, \gamma. y_K=0, v_K<0, \delta. 8 \text{ λόφοι}$$

!Γ1.20 Γραμμικό αρμονικό πλάτους κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Κάθε σημείο του ελαστικού μέσου ταλαντώνεται με μέγιστη ταχύτητα μέτρου $2\pi \text{ cm/s}$ και μέγιστη επιτάχυνση μέτρου $2\pi^2 \text{ cm/s}^2$. Το μέτωπο το κύματος μετατοπίζεται κατά $\Delta x=8\text{cm}$ στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται ένα υλικό σημείο να κάνει μια πλήρη ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η απομάκρυνση

του σημείου Ο ($x=0$) από τη θέση ισορροπίας είναι $y=0$. Το σημείο Ο έχει αρχίσει να ταλαντώνεται με φορά προς τα πάνω (θετικά).

α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

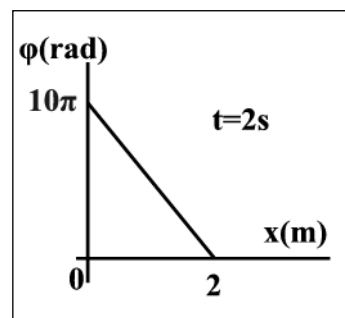
β. Να βρεθεί η χρονική στιγμή, t_1 , που αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο Ζ, με $x_Z=6\text{cm}$.

γ. Σημείο Η αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή t_2 που η πηγή Ο φτάνει για δεύτερη φορά στη μέγιστη αρνητική της απομάκρυνση μετά από τη στιγμή $t_0=0$. Να υπολογιστεί η θέση x_H του σημείου Η.

δ. Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος και η γραφική $v=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t=3,5\text{s}$, για $x\geq 0$.

$$\alpha. y=2\eta\mu(\pi t-0,25x), (\text{σε cm}), \beta. t_1=1,5\text{s}, \gamma. 14\text{cm}$$

Γ1.21 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής Ο ($x_0=0$) είναι της μορφής $y=0,1\eta\mu\omega t$ (S.I) και στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή, x τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$.



α. Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

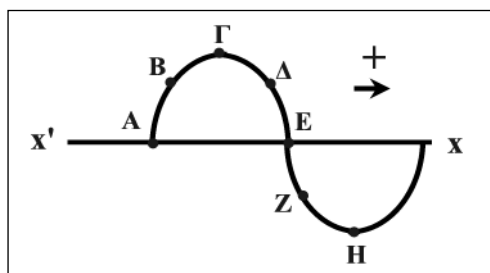
β. Να βρεθεί τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$, η ταχύτητα ταλάντωσης σημείου Μ που βρίσκεται στη θέση $x_M=1\text{m}$.

γ. Να γίνει στο ίδιο διάγραμμα η γραφική παράστασης της φάσης ταλάντωσης σε σχέση με την απόσταση x , τη χρονική στιγμή $t_3=3\text{s}$.

δ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων σε σχέση με την απόσταση x , $v=f(x)$, τη χρονική στιγμή $t_4=0,4\text{s}$.

$$\alpha. y=0,1\eta\mu 2\pi(2,5t-2,5x), \beta. -0,5\pi\text{m/s}$$

Γ1.22 Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικής χορδής και κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$. Η εγκάρσια απομάκρυνση σημείου Κ της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση $y_1=A\eta\mu 30\pi t$ (SI) ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός άλλου σημείο Λ που βρίσκεται δεξιά του Κ, σε απόσταση $x=6\text{cm}$ από αυτό, περιγράφεται από την εξίσωση: $y_2=A\eta\mu(30\pi t + \pi/6)$ (SI). Στο σχήμα φαίνεται ένα τυχαίο στιγμιότυπο του κύματος. Δίνεται $\pi=3,14$.



α. Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;

β. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;

γ. Αν η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση κατά μέτρο με τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.

δ. Ποια είναι η φορά της ταχύτητας των σημείων Β, Ζ, Δ.

ε. Πόση είναι η ταχύτητα των σημείων Η, Γ, Ε και Α.

(ΘΕΜΑ ΠΑΝ/ΚΩΝ 2005)

$$\alpha. \text{αρνητική}, \beta. v=10,8\text{m/s}, \gamma. A=0,36/\pi \text{ m/s}, \delta. v_B>0, v_A<0, v_Z<0. \epsilon. v_H=v_\Gamma=0, v_A=10,8\text{m/s}, v_E=-v_A$$

Γ1.23 Δύο ομογενείς και τεντωμένες χορδές από διαφορετικά υλικά είναι ενωμένες στο ένα άκρο τους Ο που ταυτίζεται με την αρχή άξονα $x'Ox$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σημείο Ο μπαίνει σε γραμμικές αρμονικές ταλαντώσεις με εξίσωση $y=0,2\eta\mu 10\pi t$ (SI), οπότε αρχίζουν να διαδίδονται κύματα και στις δύο χορδές. Στη χορδή (1), που εκτείνεται στο θετικό ημιάξονα Ox , τρέχει κύμα με ταχύτητα v_1 ενώ στη χορδή (2) που εκτείνεται στον αρνητικό ημιάξονα Ox' το ίδιο κύμα τρέχει με ταχύτητα $v_2=4\text{m/s}$. Μεταξύ

των σημείων K του θετικού ημιάξονα ($x_K > 0$) και του συμμετρικού του, Λ στον αρνητικό ημιάξονα ($x_\Lambda = -x_K$), σχηματίζονται συνολικά 10 κύματα, 4 στη χορδή (1) και 6 στη χορδή (2), αότου και τα δύο σημεία έχουν αρχίσει να ταλαντώνονται.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, v_1 , στη χορδή (1);

β. Να γράψετε τις εξισώσεις των αρμονικών κυμάτων που διαδίδονται κατά μήκος των δύο αξόνων.

γ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K τη χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M με $x_M = -4,5\text{m}$.

δ. Να κάνετε σε κοινό διάγραμμα στιγμιότυπα και των δύο κυμάτων τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,5\text{s}$

$$\alpha. v_1 = 6\text{m/s}, \beta. y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi(5t - 5x/6), x > 0, y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi(5t + 5x/4), x < 0, \gamma. v = -\pi\sqrt{2}\text{ m/s}$$

●Γ1.24 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται στη διεύθυνση του άξονα x'Οx προς τη θετική κατεύθυνση. Στοιχειώδης μάζα $m = 2 \cdot 10^{-6}\text{kg}$ του ελαστικού μέσου βρίσκεται στην αρχή του άξονα O, ($x=0$), έχει αρχίσει να ταλαντώνεται προς τη θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται για πρώτη φορά στη μέγιστη θετική απομάκρυνση και έχει ενέργεια ταλάντωσης $E = 4 \cdot 10^{-5}\text{J}$. Ο χρόνος μετάβασης της στοιχειώδους μάζας από την πάνω ακραία θέση στην κάτω ακραία είναι $\Delta t = 0,2\text{s}$ και μέσα στο διάστημα αυτό το κύμα έχει ταξιδέψει κατά $\Delta x = 0,4\text{m}$. Δίνεται $\pi^2 = 10$.

α. Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και πόσο το μήκος κύματος;

β. Πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας;

γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος και να κάνετε ένα στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5T/4$, όπου T η περίοδος ταλάντωσης των στοιχειωδών μαζών του ελαστικού μέσου.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου M τη στιγμή που η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $y = 0,2\text{m}$.

ε. Αν το M έχει κάποια στιγμή θετική ταχύτητα και απομάκρυνση $y = 0,2\text{m}$, πόση ταχύτητα ταλάντωσης έχει σημείο Λ του οποίου η φάση προηγείται της φάσης του M κατά $3\pi\text{rad}$.

$$\alpha. v = 2\text{m/s}, \lambda = 0,8\text{m} \beta. 2\pi\text{m/s}, \gamma. y = 0,4\eta\mu(5\pi t - 2,5\pi x) \delta. v = \pi\sqrt{3}\text{m/s}, \epsilon. v = -\pi\sqrt{3}\text{m/s}$$

!Γ1.25 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται με ταχύτητα $v = 1,6\text{m/s}$ στη διεύθυνση του άξονα x'Οx προς τη θετική κατεύθυνση. Το σημείο $x=0$, ταλαντώνεται με εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t)$. Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

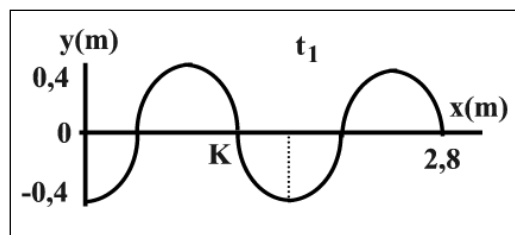
α. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .

β. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

γ. Να βρείτε πόσα σημεία του ελαστικού μέσου έχουν απομάκρυνση $y = 0,2\text{m}$ και θετική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή t_1 .

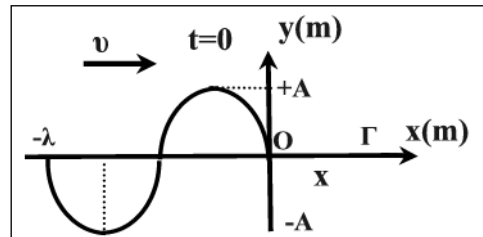
δ. Να βρείτε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου K τη χρονική στιγμή t_1 και τον αριθμό των ταλαντώσεων που έχει κάνει μέχρι τη στιγμή $t = 1,75\text{s}$.

ε. Να σχεδιάσετε τη μεταβολή φάσης του σημείου K σε σχέση με το χρόνο, $\phi = f(t)$ στο χρονικό διάστημα $[0, 1,75\text{s}]$.



$$\alpha. t_1 = 1,75\text{s}, \beta. y = 0,4\eta\mu(2\pi t - 1,25\pi x) \text{ (SI)}, \gamma. \text{ δύο}, \delta. v_K = 0,8\pi\text{m/s}, \mu\acute{\iota}\alpha$$

●**Γ1.26** Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά, διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα. Θεωρώντας έναν άξονα x , με θετική κατεύθυνση προς τα δεξιά, το κύμα φτάνει τη στιγμή $t_0=0$ σε σημείο O στη θέση $x_0=0\text{m}$, το οποίο αρχίζει να κάνει ΑΑΤ με φορά προς τα πάνω. Στο σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t_0=0$.



Το σημείο O ταλαντώνεται μεταξύ δύο ακραίων θέσεων που απέχουν μεταξύ τους 1m και περνάει 20 φορές από τη θέση ισορροπίας του σε 10s . Τη χρονική στιγμή $t_1=0,5\text{s}$ το κύμα φτάνει σε ένα άλλο σημείο Γ στη θέση $x_1=2\text{m}$.

- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος και την εξίσωση της ταχύτητας για κάθε σημείο.
- Να σχεδιάσετε ένα στιγμιότυπο του κύματος και τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης ως προς την απόσταση x , τη χρονική στιγμή $t_2=1,5\text{s}$ στην περιοχή $x \geq -2\text{m}$.
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα και την επιτάχυνση ενός υλικού σημείου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x_3=2\text{m}$, τη χρονική στιγμή, $t_2=1,5\text{s}$.
- Να κάνετε τη γραφική παράσταση $\varphi=f(t)$ της φάσης του σημείου Γ σε συνάρτηση με το χρόνο στο χρονικό διάστημα $[0, 3\text{s}]$.

$\alpha. y=0,5\eta\mu(2\pi t-0,5\pi x)$ (SI). $v=\pi\cdot\sigma\upsilon\nu(2\pi t-0,5\pi x)$ (SI), $\gamma. v=\pi\text{ m/s}$, $\alpha=0$,

!Γ1.27 Πηγή O παραγωγής εγκάρσιων γραμμικών αρμονικών κυμάτων βρίσκεται στη θέση $x=0$, άξονα $x'Ox$ και ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας $y=A\eta\mu(2\pi t)$ (SI). Το κύμα διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα $x'Ox$. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου έχει μέτρο $v_0=0,04\pi\text{ m/s}$, και τη χρονική στιγμή $t=1\text{s}$ αρχίζει να ταλαντώνεται σημείο M με $x_M=-0,4\text{m}$.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος,
- Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου $x=-1\text{m}$ σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=1,5\text{s}$ για $x \leq 0$.
- Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης, $\varphi=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t=5\text{s}$ για $x \leq 0$.

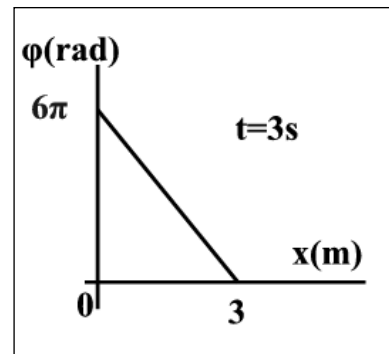
$\alpha. 0,4\text{m/s}$, $\beta. y=0,02\eta\mu(2\pi t+5\pi x)$, SI

!Γ1.28 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος άξονα $x'Ox$ και κατά τη θετική φορά με ταχύτητα $v=10\text{cm/s}$. Κάθε λόφος του κύματος απέχει από την μεθεπόμενη από αυτόν κοιλία 60cm . Κάθε σημείο του ελαστικού μέσου ταλαντώνεται με μέγιστη επιτάχυνση μέτρου $a_0=5\text{cm/s}^2$. Το σημείο O , ($x_O=0$) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με εξίσωση $y=A\eta\mu(\omega t)$. Δίνεται $\pi^2=10$.

- Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου.
- Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
- Να υπολογιστεί η φάση ενός σημείου M με $x_M=10\text{cm}$, τη χρονική στιγμή, t_1 , που το σημείο O περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση ισορροπίας, μετά τη χρονική στιγμή $t_0=0$.
- Να βρεθεί απόσταση από το O ενός άλλου σημείου Λ το οποίο καθυστερεί ως προς το M κατά $\pi/4\text{ rad}$.
- Αν κάποια χρονική στιγμή το σημείο M βρίσκεται στη θέση $y=2\text{cm}$, που θα βρίσκεται την ίδια χρονική στιγμή το σημείο Λ ;

$\alpha. A=2\text{cm}$, $\beta. y=2\eta\mu(0,5\pi t-0,05\pi x)$ τα x, y σε cm , το t σε s , $\gamma. 3\pi/2\text{ rad}$, $\delta. x_\Lambda=15\text{cm}$, $\epsilon. y=\sqrt{2}\text{cm}$

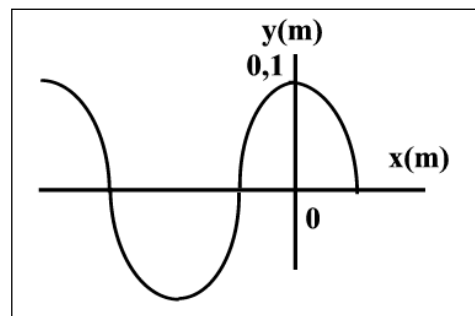
Γ1.29 Πηγή Ο παραγωγής εγκάρσιων γραμμικών αρμονικών κυμάτων βρίσκεται στη θέση $x=0$, άξονα $x'Ox$ και ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας $y=A\eta\mu(\omega t)$ (SI). Το κύμα διαδίδεται κατά την θετική φορά του άξονα $x'Ox$ με πλάτος $A=0,05\text{m}$. Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης διαφόρων σημείων σε σχέση με την απόστασή τους από την πηγή τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$.



- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
- Να παραστήσετε γραφικά τις φάσεις των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόστασή τους από τη πηγή ($x=0$), τις χρονικές στιγμές $t_1=1,75\text{s}$ και $t_2=2,25\text{s}$
- Να κατασκευάσετε τα στιγμιότυπα κύματος, για τις ίδιες χρονικές στιγμές t_1, t_2 .
- Ένα σημείο Κ απέχει από την πηγή $x_1=1\text{m}$ και ένα άλλο Λ που είναι στην ίδια ευθεία διάδοσης απέχει απόσταση $x_2=2\text{m}$. Να παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα τις φάσεις των δυο σημείων σε σχέση με το χρόνο σε κοινό διάγραμμα από 0 έως 3s.
- Πόσο απέχει από την πηγή το πλησιέστερο σημείο το οποίο τη χρονική στιγμή $t=3\text{s}$ βρίσκεται σε απομάκρυνση $y=-A$.

α. $y=0,05\eta\mu(2\pi t=2\pi x)$, (SI), ε. $0,25\text{m}$

♣Γ1.30 Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα x , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα κατά τη θετική κατεύθυνση. Στο σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=0$. Το πλάτος της ταλάντωσης είναι $0,1\text{m}$, ενώ η μέγιστη επιτάχυνση των μορίων του μέσου είναι $0,25\text{m/s}^2$. Ένα σημείο Β του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 0,4\text{m}$ και τη χρονική στιγμή $t = 8\text{s}$ βρίσκεται για 2η φορά στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Να βρεθούν:



- Το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- Η εξίσωση του κύματος.
- Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Β τη χρονική στιγμή $t_1 = 11/3\text{s}$.
- Να σχεδιαστεί στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=8\text{s}$.
- Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου Δ για το χρονικό διάστημα 0 έως 12 s, αν γνωρίζουμε ότι το σημείο Δ έχει μικρότερη φάση από το σημείο Β κατά $\pi/2\text{ rad}$ τη χρονική στιγμή t . Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

Απ: α. $\lambda=0,4\text{m/s}$, $v=0,1\text{m/s}$, β. $y=0,1\eta\mu(\pi t/2-5\pi x+\pi/2)$, γ. $v=\pi/40\text{m/s}$

♣Γ1.31 Γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος άξονα $x'Ox$ και κατά τη θετική φορά με πλάτος $A=0,2\text{m}$ και μήκος κύματος $\lambda=0,1\text{m}$. Η εξίσωση απομάκρυνσης της πηγής Ο ($x=0$) είναι της μορφής $y=A\eta\mu(\omega t+\phi_0)$. Τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$ το κύμα φτάνει στο σημείο Μ με $x_M=0,125\text{m}$ με ταχύτητα διάδοσης $v=0,1\text{m/s}$.

- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- Να σχεδιάσετε στιγμιότυπο του κύματος και γραφικές παραστάσεις $v=f(x)$ και $a=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t_3=1,5\text{s}$.

α. $y=0,2\eta\mu(2\pi t-20\pi x+\pi/2)$ (S.I),

Γ1.32 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται χωρίς απώλειες ενέργειας σε γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) που ταυτίζεται με τον ημιάξονα Ox , προς τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο O ($x=0$) του ημιάξονα Ox του ελαστικού μέσου. Η πηγή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\cdot\eta\mu\omega t$. Στοιχειώδους μάζας $\Delta m=10^{-6}$ kg του ελαστικού μέσου έχει ενέργεια ταλάντωσης $E=5\pi^2 \cdot 10^{-7}$ J.

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα για την απευθείας μετάβαση της στοιχειώδους μάζας Δm του ελαστικού μέσου από την κάτω ακραία θέση ταλάντωσής της μέχρι την επάνω ακραία θέση ταλάντωσής της είναι $\Delta t=0,4$ s. Στο ίδιο χρονικό διάστημα το κύμα έχει διαδοθεί σε απόσταση $\Delta x=4$ cm.

Γ1. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος, το μήκος κύματος του κύματος και το πλάτος ταλάντωσης της στοιχειώδους μάζας Δm

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος και να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=1,4$ s

Γ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας Δm , όταν η απομάκρυνσή της από τη θέση ισορροπίας της είναι $y=0,2$ m.

Δύο σημεία P και Σ της χορδής έχουν διαφορά φάσης $\varphi_P-\varphi_\Sigma=3\pi/2$ rad

Γ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του Σ , όταν η απομάκρυνση του σημείου P από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_P=0,4$ m.

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

(Ημερ.2017)

Γ1. $T=0,8$ s, $\lambda=0,08$ m, $A=0,4$ m, Γ2. $Y=0,4\eta\mu 2\pi(5t/4-25x/2)$ SI, Γ3. $K=3,75\pi^2 \cdot 10^{-7}$ J, Γ4 $v=-\pi$ m/s