

2. Επαλληλία ή υπέρθεση κυμάτων - Συμβολή κυμάτων

► **Η Αρχή της επαλληλίας:** Όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο ή περισσότερα κύματα η απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ίση με τη συνισταμένη των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επί μέρους κύματα. Τα κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο, δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Κάθε κύμα διαδίδεται σαν να μην υπήρχε το άλλο. Η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη του άλλου κύματος. Τα κυματικά φαινόμενα που απαντούν στη φύση είναι συνήθως αρκετά σύνθετα. Ένα σύνθετο κύμα μπορούμε να το θεωρήσουμε ως αποτέλεσμα της επαλληλίας ενός αριθμού αρμονικών κυμάτων, με επιλεγμένα πλάτη και μήκη κύματος.

● **Πότε παραβιάζεται η αρχή της επαλληλίας;** Η αρχή της επαλληλίας παραβιάζεται μόνο όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά ώστε να μεταβάλλουν τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο διαδίδονται (όταν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου δεν είναι ανάλογες της απομάκρυνσης). Τέτοιες περιπτώσεις όπου δεν ισχύει η αρχή της επαλληλίας, έχουμε στα κύματα που δημιουργούνται από μια έκρηξη.

► **Συμβολή κυμάτων:** Είναι η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου.

● **Σύγχρονες πηγές:** Είναι οι πηγές που έχουν την ίδια φάση (βρίσκονται σε φάση) σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους. Δηλαδή δίνουν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα.

► **Συμπεράσματα από την μελέτη της επαλληλίας:**

- (i) Τα κύματα διέρχονται το ένα μέσα από το άλλο χωρίς να μεταβάλλονται.
- (ii) Τα κύματα δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους
- (iii) Κάθε κύμα διαδίδεται στο ελαστικό μέσο σαν να μην υπήρχε το άλλο.
- (iv) Η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη του άλλου κύματος.

► **Συμβολή 2 κυμάτων στην επιφάνεια υγρού**

● **Ενισχυτική συμβολή:** Συμβαίνει σε όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου στα οποία η διαφορά των αποστάσεων από τις δύο πηγές είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος

Αν $r_1 - r_2 = k\lambda$ με $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Τότε: $A' = 2A$ δηλαδή μέγιστο.

Αν $\phi_1 = 2\pi(t/T - r_1/\lambda)$ και $\phi_2 = 2\pi(t/T - r_2/\lambda)$ είναι η φάσεις των δύο κυμάτων στο σημείο της συμβολής τότε η διαφορά φάσης τους θα είναι

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) \rightarrow \Delta\phi = 2k\pi \quad \text{με } k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Αν κάποια χρονική στιγμή φτάσει από την πηγή Π_1 ένα όρος πλάτους A σε ένα σημείο K τότε φτάνει ταυτόχρονα όρος ίδιου πλάτους και από την άλλη πηγή Π_2 και δημιουργείται όρος με διπλάσιο ύψος δηλ. πλάτος $2A$. Μετά από χρόνο $T/2$ φτάνουν ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο δύο κοιλίες βάθους A και δημιουργείται κοιλία βάθους $2A$. Όταν συμβαίνει αυτό μιλάμε για **ενισχυτική συμβολή**.

● **Για $k=0 \rightarrow r_1=r_2$.** Συνεπώς όλα τα σημεία της μεσοκαθέτου της απόστασης των δύο πηγών είναι σημεία ενισχυτικής συμβολής.

• **Ακυρωτική συμβολή:** Συμβαίνει σε όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου στα οποία η διαφορά των αποστάσεων από τις δύο πηγές είναι περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος.

$$\text{Αν } r_1 - r_2 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \text{ με } k=0, \pm 1, \pm 2.. \text{ Τότε: Ακίνησία } A'=0$$

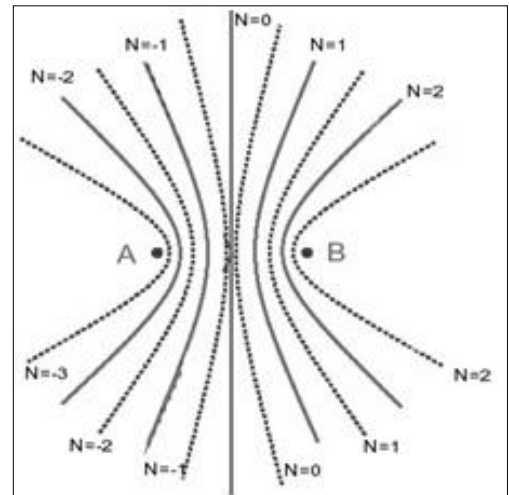
Αν $\phi_1 = 2\pi(t/T - r_1/\lambda)$ και $\phi_2 = 2\pi(t/T - r_2/\lambda)$ είναι η φάσεις των δύο κυμάτων στο σημείο της συμβολής τότε η διαφορά φάσης τους θα είναι

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) \rightarrow \Delta\phi = (2k+1)\pi \quad \text{με } k=0, \pm 1, \pm 2....$$

Αν κάποια χρονική στιγμή φτάσει σε σημείο K από τη πηγή Π₂ ένα όρος πλάτους A τότε στο ίδιο σημείο φτάνει ταυτόχρονα από την άλλη πηγή Π₁ μια κοιλάδα ίδιου βάθους A, με αποτέλεσμα το σημείο να παραμένει ακίνητο. Μετά από χρόνο T/2 φτάνει από την πηγή Π₂ μια κοιλάδα ενώ από την πηγή Π₁ φτάνει ένα όρος ίδιου πλάτους και έτσι το K παραμένει συνεχώς ακίνητο. Όταν συμβαίνει αυτό μιλάμε για **ακυρωτική συμβολή (απόσβεση)**.

► Υπερβολές ενισχυτικής και ακυρωτικής συμβολής

Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων για τα οποία ισχύει $|r_1 - r_2| = \text{σταθερό}$ είναι υπερβολή. Έτσι εκτός από τα σημεία της μεσοκαθέτου του AB όλα τα άλλα σημεία που συμβαίνει ενισχυτική συμβολή βρίσκονται πάνω σε υπερβολές ενισχυτικής συμβολής και όλα τους τα σημεία ταλαντώνονται με πλάτος μέγιστο δηλαδή 2A. Αντιστοίχως όλα τα σημεία που συμβαίνει ακυρωτική συμβολή, βρίσκονται πάνω σε άλλες υπερβολές ακυρωτικής συμβολής και όλα τους τα σημεία μένουν ακίνητα. Όλα τα υπόλοιπα σημεία που δεν ανήκουν σε αυτές τις υπερβολές ταλαντώνονται με πλάτη $0 < A' < 2A$. Στο σχήμα βλέπουμε τις δύο πηγές A και B και τις υπερβολές ενισχυτικής με πλήρη γραμμή και τις υπερβολές ακυρωτικής με γραμμή διακεκομμένη.



♣ (εκτός ύλης): Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης για κάθε σημείο είναι: $A' = 2A \sin 2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda}$

Ερώτηση 1^η : Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα f και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους A.

A. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος 2A. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα 2f και με το ίδιο πλάτος A, τότε πως θα μεταβληθεί το πλάτος της ΑΑΤ του ίδιου σημείου Σ;

B. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού μένει ακίνητο. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα 2f και με το ίδιο πλάτος A, τότε πως θα μεταβληθεί το πλάτος της ΑΑΤ του ίδιου σημείου Σ;

Απάντηση:

A. Για το Σ ισχύει $r_1 - r_2 = k\lambda$ (1). Αν η συχνότητα διπλασιαστεί στο ίδιο ελαστικό μέσο, τότε από τη σχέση $\lambda = v/f$ φαίνεται ότι το μήκος κύματος θα γίνει $\lambda' = \lambda/2 \rightarrow \lambda = 2\lambda'$, αφού η $v = \text{σταθερή}$.

Από την (1) έχουμε ότι $r_1 - r_2 = k\lambda = k \cdot 2\lambda' = 2k \cdot \lambda' \rightarrow r_1 - r_2 = k' \cdot \lambda'$.

Επειδή το k είναι ακέραιος άρα και το $k' = 2k$ θα είναι ακέραιος, άρα η διαφορά των αποστάσεων από τις πηγές παραμένει ακέραιο πολλαπλάσιο του νέου μήκους κύματος λ' οπότε έχουμε και πάλι ενισχυτική συμβολή στο σημείο Σ. Συνεπώς το πλάτος θα παραμείνει 2Α.

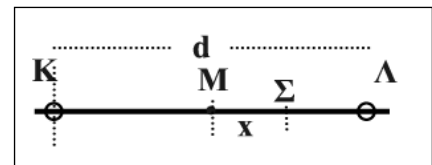
B. Το Σ είναι τώρα αρχικά ακίνητο άρα ισχύει $x_1 - x_2 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$

Αν η συχνότητα διπλασιαστεί το $\mu.k$ θα υποδιπλασιαστεί άρα $\lambda' = \lambda/2 \rightarrow \lambda = 2\lambda'$

$(x_1 - x_2) = (2k+1) \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \cdot \lambda'$, άρα τώρα είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος οπότε γίνεται ενισχυτικής.

Ερώτηση 2^η: Δύο σημειακές σύγχρονες πηγές βρίσκονται πάνω στα άκρα Κ και Λ ευθυγράμμου τμήματος μήκους d.

Τα κύματα που παράγονται έχουν ίδιο πλάτος Α και ίδιο μήκος κύματος λ με $\lambda < d$. Σημείο Σ που βρίσκεται πάνω στο



ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ είναι το δεύτερο πλησιέστερο προς το μέσο Μ στο οποίο το πλάτος μηδενίζεται. Μπορούμε και πως, να προσδιορίσουμε τη θέση του Σ υπολογίζοντας την απόσταση $x = M\Sigma$ συναρτήσει του μήκους κύματος λ;

Απάντηση:

Αφού το Σ είναι ακίνητο και μάλιστα το δεύτερο μετά τη μεσοκάθετο έχει $k=1$ και ισχύει η σχέση:

$$r_1 - r_2 = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \rightarrow K\Sigma - \Lambda\Sigma = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \rightarrow K\Sigma - (d - K\Sigma) = (2k+1) \frac{\lambda}{2} \rightarrow 2(K\Sigma) - d = \frac{3\lambda}{2} \rightarrow 2(\frac{d}{2} + x) - d = \frac{3\lambda}{2} \rightarrow x = \frac{3\lambda}{4}$$

Ερώτηση 3^η Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda = 2m$. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $d = 8m$. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y = A \sin \omega t$. Μπορώ να υπολογίσω και πως το πλήθος των σημείων μεταξύ των άκρων Κ και Λ του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ, που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος ή μένουν ακίνητα;

Απάντηση:

α. Για τα σημεία μεγίστου πλάτους:

Ισχύουν: $x_1 - x_2 = k\lambda$ (1) και $x_1 + x_2 = d$ (2)

$$\text{Από (1)+(2)} \rightarrow 2x_1 = k\lambda + d \rightarrow x_1 = \frac{k\lambda + d}{2} \rightarrow x_1 = k + 4 \quad (3)$$

$0 < x_1 < d \rightarrow 0 < k + 4 < 8 \rightarrow -4 < k < 4 \rightarrow$ άρα οι τιμές του k είναι -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 Άρα **7 σημεία**.

Τα άκρα Κ και Λ δεν μπορούν να συμπεριληφθούν διότι είναι πηγές.

β. Για τα ακίνητα σημεία:

Ισχύουν: $x_1 - x_2 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ (3) και $x_1 + x_2 = d$ (2)

$$\text{Από (3)+(2)} \rightarrow 2x_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2} + d \rightarrow 2x_1 = 2k + 9 \rightarrow x_1 = k + 4,5$$

$0 < x_1 < d \rightarrow 0 < k + 4,5 < 8 \rightarrow -4,5 < k < 3,5 \rightarrow k = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ Άρα **8 ακίνητα σημεία**

Ερώτηση 4^η. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων με εξισώσεις απομάκρυνσης $y=A\sin(\omega t)$ παράγουν εγκάρσια επιφανειακά κύματα με μήκος κύματος $\lambda=0,1\text{m}$. Αν ξέρω ότι τα κύματα φτάνουν σε ένα σημείο Σ με διαφορά φάσης $\Delta\phi=7\pi$ rad μπορώ να καταλάβω αν στο σημείο εκείνο συμβαίνει ενισχυτική ή ακυρωτική συμβολή;

Απάντηση:

Υπολογίζω τη διαφορά φάσης $\Delta\phi$. Από τις φάσεις: $\phi_1=2\pi(t/T-x_1/\lambda)$ και $\phi_2=2\pi(t/T-x_2/\lambda)$ έχουμε:

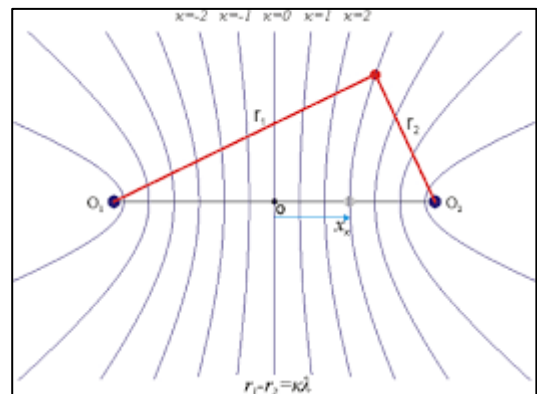
$$\Delta\phi=7\pi \rightarrow \phi_1-\phi_2=\frac{2\pi}{\lambda}(x_1-x_2)=7\pi \text{ rad} \rightarrow x_1-x_2=0,35\text{m}.$$

Δηλαδή $x_1-x_2=3,5\lambda=\frac{7\lambda}{2}$, περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/2$, άρα στο Σ έχουμε **ακυρωτική** συμβολή.

Ερώτηση 5^η Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος λ . Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\sin\omega t$. Θα αποδείξουμε ότι:

A. Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο σημείων ενισχυτικής συμβολής που δημιουργούνται πάνω στο ΚΛ ισούται με $\lambda/2$.

B. Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ ενός σημείου ενισχυτικής και ενός σημείου ακυρωτικής συμβολής είναι $\lambda/4$.



Απάντηση

A. Ισχύουν: $x_1-x_2=k\lambda$ (1) και $x_1+x_2=d$ (2). Από (1)+(2) $\rightarrow 2x_1=k\lambda+d \rightarrow x_1=\frac{k\lambda+d}{2}$ (3)

Δύο διαδοχικά σημεία θα έχουν $x_1=\frac{k\lambda+d}{2}$ και $x_1'=\frac{(k+1)\lambda+d}{2}$ Από $\Delta x=x_1'-x_1=\lambda/2$

B. Ισχύουν: $r_1-r_2=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ (4) και $r_1+r_2=d$ (2)

Από (4)+(2) $\rightarrow 2r_1=(2k+1)\frac{\lambda}{2}+d \rightarrow r_1=(2k+1)\frac{\lambda}{4}+\frac{d}{2}$ (5)

Η διαφορά μεταξύ σημείου ενισχυτικής και ακυρωτικής θα είναι $d=r_1-x_1 \rightarrow d=\lambda/4$

2. Συμβολή κυμάτων στην επιφάνεια υγρού

Ερωτήσεις Θεωρίας

Θ2.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις ακόλουθες προτάσεις:

- α. Όταν δύο ή περισσότερα..... διαδίδονται ταυτόχρονα στηνπεριοχή του ελαστικού μέσου, καθένα τους διαδίδεται από το άλλο, και η ολική απομάκρυνση, σε κάθε σημείο του μέσου και σε κάθε χρονική στιγμή, είναι ίση με το αλγεβρικότων απομακρύνσεων που οφείλονται στο κάθε κύμα χωριστά. Αυτή είναι η αρχή της
- β. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται
- γ. Οι πηγές κυμάτων που έχουν την ίδια φάση σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους και δίνουν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα ονομάζονται.....

Θ2.2 Να συμπληρωθούν τα κενά στις ακόλουθες προτάσεις:

- α. Τα κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο δεν καθόλου μεταξύ τους.
- β. Η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
- γ. Η αρχή της επαλληλίας παραβιάζεται μόνο όταν τα κύματα είναι τόσο ώστε να μεταβάλλουν τις του μέσου στο οποίο διαδίδονται.
- δ. Ένα σύνθετο κύμα μπορεί να θεωρηθεί ως αποτέλεσμα ενός αριθμού κυμάτων με επιλεγμένα πλάτη και κύματος

Θ2.3 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων που βρίσκονται στην επιφάνεια ενός ομογενούς και ισότροπου υγρού, αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξισώσεις απομάκρυνσης

$y_1=y_2=A\eta\mu 2\pi \frac{t}{T}$. Τα αρμονικά κύματα που παράγονται οδεύουν προς όλες τις κατευθύνσεις με μήκος κύματος λ και κάποια χρονική στιγμή συμβάλλουν και στο σημείο Σ του υγρού που απέχει από τις πηγές των κυμάτων αποστάσεις r_1, r_2 . Να γραφούν οι σχέσεις που δίνουν τη διαφορά των αποστάσεων $|r_1-r_2|$ σε σχέση με το μήκος κύματος, λ , ώστε το σημείο Σ:

- (i) Να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.
- (ii) Να μένει ακίνητο.

Θ2.4 Δύο σύγχρονες πηγές Κ και Λ παράγουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους Α, ίδιου μήκους κύματος λ που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο.

- (i). Δείξτε ότι αν σε κάποιο σημείο Σ που απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ισχύει, $|r_1-r_2|=k\lambda$ με $k=0,1,2,\dots$ τότε τα δύο κύματα που φτάνουν εκεί κάθε χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $2k\pi$ rad.
- (ii). Δείξτε ότι αν σε κάποιο σημείο Ρ που απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές ισχύει $|r_1-r_2|=(2k+1)\lambda/2$ με $k=0,1,2,\dots$ τότε τα δύο κύματα που φτάνουν εκεί κάθε χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $(2k+1)\pi$ rad.

ΘΕΜΑΤΑ Α

A2.1 Δύο πηγές κυμάτων λέγονται σύγχρονες όταν:

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
- β. έχουν την ίδια φάση σε όλη τη διάρκεια της εκπομπής τους.
- γ. παράγουν κύματα στο ίδιο ελαστικό μέσο.
- δ. ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και το ίδιο πλάτος.

A2.2 Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας:

- α. Η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
- β. Η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με το άθροισμα των απόλυτων τιμών των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.
- γ. Η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα.
- δ. Η απομάκρυνση ενός σημείου του ελαστικού μέσου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που οφείλονται στα επιμέρους κύματα, μόνο αν οι πηγές είναι σύγχρονες.

A2.3 Η αρχή της επαλληλίας (ή υπέρθεσης) των κυμάτων

- α. παραβιάζεται μόνο αν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά, ώστε οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου, δεν είναι ανάλογες των απομακρύνσεων.
- β. δεν παραβιάζεται ποτέ.
- γ. ισχύει μόνο όταν τα κύματα που συμβάλλουν, προέρχονται από σύγχρονες πηγές.
- δ. δεν ισχύει όταν συμβάλλουν περισσότερα από δύο κύματα.

A2.4 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων

- α. αρχίζουν να ταλαντώνονται ταυτόχρονα.
- β. παράγουν κύματα με σταθερή διαφορά φάσης.
- γ. δημιουργούν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα σε όλη τη διάρκεια εκπομπής τους.
- δ. έχουν την ίδια συχνότητα, αλλά όχι την ίδια αρχική φάση.

A2.5 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Σύμφωνα με την μελέτη της επαλληλίας

- α. τα κύματα διέρχονται το ένα μέσα από το άλλο χωρίς να μεταβάλλονται.
- β. τα κύματα δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους
- γ. κάθε κύμα διαδίδεται στο ελαστικό μέσο σαν να μην υπήρχε το άλλο.
- δ. η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση ενός σημείου του μέσου είναι ανεξάρτητη από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
- ε. μόνο όταν οι πηγές είναι σύγχρονες προκύπτουν αποτελέσματα συμβολής.

A2.6 Δύο σύγχρονες πηγές K και Λ παράγουν αρμονικά κύματα και οι απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu(\omega t)$. Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού, στα οποία τα κύματα συμβάλλουν, ταλαντώνονται με πλάτος, A' που είναι:

α. $A'=2A$

β. $0\leq A'\leq A$

γ. $0<A'<2A$

δ. $0\leq A'\leq 2A$

A2.7 Δύο σύγχρονες πηγές K και Λ παράγουν αρμονικά κύματα και οι απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού, στα οποία τα κύματα συμβάλλουν, ταλαντώνονται με συχνότητα f' , που είναι:

α. $f'=1/T$

β. $f'=2/T$

γ. $f'=1/2T$

δ. $f'=4/T$

A2.8 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και για ένα σημείο του μέσου που κάνει σύνθετη ταλάντωση με μέγιστο πλάτος οι αποστάσεις του x_1, x_2 από τις πηγές, ικανοποιούν τη σχέση:

α. $|x_1-x_2|=2k\lambda$, β. $|x_1-x_2|=k\lambda$, γ. $|x_1-x_2|=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ δ. $|x_1-x_2|=\frac{k\lambda}{2}$

όπου $k=0,1,2,3,\dots$

A2.9 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι και οι δύο, $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και ένα σημείο του μέσου που απέχει ίσες αποστάσεις από τις πηγές των κυμάτων, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης A' είναι:

α. $A'=2A$ β. $A'=0$ γ. $A'=A/2$ δ. $0\leq A'\leq 2A$

A2.10 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και για ένα σημείο του μέσου που μένει ακίνητο, οι αποστάσεις του x_1, x_2 από τις πηγές, ικανοποιούν τη σχέση:

α. $|x_1-x_2|=k\frac{\lambda}{2}$, β. $|x_1-x_2|=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$, γ. $|x_1-x_2|=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ δ. $|x_1-x_2|=k\lambda$

όπου $k=0,1,2,3,\dots$

A2.11 Δυο σύγχρονες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα πλάτους A και μήκους κύματος λ . Ένα σημείο Σ βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές αντίστοιχα. Αν ξέρουμε ότι ισχύει $|r_1-r_2|=9\lambda$, τότε το Σ ταλαντώνεται με πλάτος

α. A . β. $2A$ γ. 0 δ. $A/2$

A2.12 Δυο σύγχρονες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα πλάτους A και μήκους κύματος λ . Ένα σημείο Σ βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού σε αποστάσεις r_1 και r_2 από τις πηγές αντίστοιχα. Αν ξέρουμε ότι ισχύει $|r_1-r_2|=4,5\lambda$, τότε το Σ ταλαντώνεται με πλάτος

α. A . β. $2A$ γ. 0 δ. $A/2$

A2.13 Δύο όμοιες πηγές κυμάτων που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού ταλαντώνονται σε φάση παράγοντας αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων της επιφάνειας του νερού τα οποία παραμένουν διαρκώς ακίνητα, είναι

α. κύκλοι β. ελλείψεις γ. παραβολές δ. υπερβολές

A2.14 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος, λ . Σε σημείο Δ της επιφάνειας του υγρού, τα κύματα φτάνουν με διαφορά φάσης $\Delta\phi=4\pi$ rad. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Δ θα είναι:

α. $A'=A$ β. $A'=2A$ γ. $A'=0$ δ. $A'=\frac{1}{2}A$

A2.15 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος, λ . Σε σημείο Δ της επιφάνειας του υγρού, τα κύματα φτάνουν με διαφορά φάσης $\Delta\phi=7\pi$ rad. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Δ θα είναι:

- α. $A'=A$ β. $A'=2A$ γ. $A'=0$ δ. $A'=\frac{1}{2}A$

A2.16 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στις θέσεις K και Λ μιας ευθείας xx' στην επιφάνεια υγρού. Η εξίσωση που περιγράφει τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(2\pi t/T)$. Το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγονται είναι $\lambda=2m$. Να αντιστοιχίσετε τις αποστάσεις r_1, r_2 του κάθε σημείου από τις πηγές, της στήλης I, με τα πλάτη σύνθετης ταλάντωσης της στήλης II.

- | (I) | (II) |
|-------------------------|------------------|
| 1. $r_1=15m, r_2=10m$ | α. $A'=0$ |
| 2. $r_1=10m, r_2=10m$ | β. $A'=2A$ |
| 3. $r_1=14m, r_2=10m$ | γ. $0 < A' < 2A$ |
| 4. $r_1=15,5m, r_2=14m$ | |

A2.17 Δύο όμοιες πηγές κυμάτων A και B στην επιφάνεια μιας ήρεμης λίμνης βρίσκονται σε φάση και παράγουν υδάτινα αρμονικά κύματα. Η καθεμιά παράγει κύμα (πρακτικά) αμείωτου πλάτους $10cm$ και μήκους κύματος $2m$. Ένα σημείο Γ στην επιφάνεια της λίμνης απέχει από την πηγή A απόσταση $6m$ και από την πηγή B απόσταση $3m$. Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Γ είναι :

- α. $0cm$ β. $10cm$ γ. $20cm$ δ. $40cm$

A2.18 Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A και ίδιας συχνότητας f , τα οποία συμβάλλουν. Τα σημεία της επιφάνειας του υγρού στα οποία έχουν φτάσει και τα δύο κύματα ταλαντώνονται

- α. με την ίδια συχνότητα και διαφορετικά πλάτη με τιμές που κυμαίνονται από 0 έως A .
 β. με την ίδια συχνότητα και διαφορετικά πλάτη με τιμές που κυμαίνονται από 0 έως $2A$.
 γ. ταλαντώνονται με διαφορετικές συχνότητες και διαφορετικά πλάτη
 δ. ταλαντώνονται με διαφορετικές συχνότητες και ίδιο πλάτος.

A2.19 Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A και ίδιας συχνότητας f , τα οποία συμβάλλουν. Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου Σ που ισαπέχει από τις πηγές είναι

- α. 0 β. A γ. $2A$ δ. $A\sqrt{2}$

A2.20 Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A , ίδιας συχνότητας f , και μήκους κύματος, λ τα οποία συμβάλλουν. Σημείο Σ του ελαστικού μέσου απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1=5\lambda$ και $r_2=2,5\lambda$. Η ταχύτητα με την οποία διέρχεται το σημείο Σ από τη θέση ισορροπίας του έχει μέτρο

- α. 0 β. $4\pi A \cdot f$ γ. $8\pi A \cdot f$ δ. $2\pi A \cdot f$

A2.21 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος.

Για τα σημεία που προκύπτει ενισχυτική συμβολή η διαφορά των αποστάσεων τους από τις πηγές είναι

- α. περιττό πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- β. άρτιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- γ. ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- δ. περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος

A2.22 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος.

Για τα σημεία που προκύπτει ακυρωτική συμβολή η διαφορά των αποστάσεων τους από τις πηγές είναι

- α. περιττό πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- β. άρτιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- γ. ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος
- δ. περιττό πολλαπλάσιο του μισού του μήκους κύματος

A2.23 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους, A και ίδιου μήκους κύματος, $\lambda=0.5\text{m}$. Αν η διαφορά των αποστάσεων ενός σημείου από τις πηγές είναι $r_1-r_2=2,5\text{m}$ τότε το σημείο ταλαντώνεται με πλάτος

- α. 0
- β. A
- γ. $2A$
- δ. $A\sqrt{3}$

A2.24 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους, A και ίδιου μήκους κύματος, $\lambda=0.5\text{m}$. Αν η διαφορά των αποστάσεων ενός σημείου από τις πηγές είναι $r_1-r_2=2,25\text{m}$ τότε το σημείο ταλαντώνεται με πλάτος

- α. 0
- β. A
- γ. $2A$
- δ. $A\sqrt{3}$

A2.25 Σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο αρμονικά κύματα από σύγχρονες πηγές. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, τα μόρια του ελαστικού μέσου έχουν

- α. απομάκρυνση που είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των απομακρύνσεων που θα είχαν αν τα δύο κύματα διαδίδονταν χωριστά.
- β. πλάτος ταλάντωσης που είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των πλάτων που θα είχαν αν τα δύο κύματα διαδίδονταν χωριστά.
- γ. συχνότητα ταλάντωσης που είναι ίδια με τις συχνότητες που έχουν τα δύο κύματα.
- δ. μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης που είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των αντιστοίχων μέγιστων ταχυτήτων που θα είχαν, αν τα δύο κύματα διαδίδονταν χωριστά.
- ε. τα σημεία της μεσοκαθέτου που συνδέει τις δύο πηγές ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

A2.26 Σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται ταυτόχρονα δύο επιφανειακά αρμονικά κύματα που παράγονται από πηγές με πλάτος A και ίδια συχνότητα. Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές

- α. Για να παρατηρηθούν φαινόμενα συμβολής πρέπει οι πηγές να είναι σύγχρονες.
- β. Αν οι πηγές ταλαντώνονται με εξισώσεις $y=A\sin(\omega t)$, τότε το πλάτος ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου είναι ή $2A$ ή 0 .
- γ. Τα σημεία της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος που συνδέει τις δύο πηγές ταλαντώνονται με πλάτος $2A$.
- δ. Αν οι πηγές είναι σύγχρονες τα σημεία του μέσου έχουν πλάτη στην περιοχή $0 \leq A' \leq 2A$
- ε. Αν οι πηγές ταλαντώνονται με εξισώσεις $y=A\sin(\omega t)$, τότε η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου είναι ίση με ω .

A2.27 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(\omega t)$. Τα κύματα που παράγονται συμβάλλουν και για ένα σημείο Σ του μέσου που κάνει σύνθετη ταλάντωση, οι αποστάσεις από τις πηγές είναι του x_1, x_2 . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Το πλάτος Α' του σημείου Σ εξαρτάται από τη διαφορά $|x_1-x_2|$
- Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του Σ έχει μέτρο $2A\omega$.
- Η φάση της ταλάντωσης του Σ εξαρτάται από το άθροισμα x_1+x_2 και το μήκος κύματος, λ.
- Η φάση της ταλάντωσης του Σ είναι ανεξάρτητη από το χρόνο, t.
- Το πλάτος της ταλάντωσης του Σ θα μείνει αναλλοίωτο αν μεταβληθεί η συχνότητα των πηγών.

A2.28 Δύο σημειακές πηγές αρμονικών και μηχανικών κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού. Οι εξισώσεις που περιγράφουν τις απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $y=A\eta\mu(\omega t)$. Τα κύματα που παράγονται έχουν μήκος κύματος λ και συμβάλλουν και για ένα σημείο Σ του μέσου που κάνει σύνθετη ταλάντωση, οι αποστάσεις από τις πηγές είναι του x_1, x_2 . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Για τα σημεία της μεσοκάθετου το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι Α.
- Για τα σημεία που βρίσκονται στη δεύτερη υπερβολή ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο ισχύει $|x_1-x_2|=2\lambda$.
- Για τα σημεία που βρίσκονται στην τέταρτη υπερβολή αποσβετικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο ισχύει $|x_1-x_2|=3,5\lambda$.
- Ο αριθμός των υπερβολών που σχηματίζονται μεταξύ των σημείων Κ και Λ εξαρτάται από το μήκος κύματος λ.
- Στα σημεία της μεσοκάθετου του ΚΛ τα δύο κύματα φτάνουν με διαφορά φάσης $\Delta\phi=0$.

A2.29 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.
- Η αρχή της επαλληλίας ισχύει και στην περίπτωση που τα κύματα δημιουργούνται από έκρηξη.
- Το αποτέλεσμα της συμβολής δύο όμοιων κυμάτων στην επιφάνεια υγρού είναι ότι όλα τα σημεία της επιφάνειας είτε παραμένουν διαρκώς ακίνητα είτε ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.
- Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.
- Δύο πηγές εκπέμπουν κύματα με το ίδιο μήκος κύματος. Για να παρατηρηθεί φαινόμενο συμβολής θα πρέπει οι πηγές να είναι υποχρεωτικά σύγχρονες.

♣A2.30 Δύο πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού εγκάρσια μηχανικά κύματα. Οι εξισώσεις απομάκρυνσης των πηγών είναι $y_1=A\eta\mu\omega t$ και $y_2=A\eta\mu(\omega t+\phi)$. Αν στη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ όλα τα σημεία παραμένουν διαρκώς ακίνητα, τότε η τιμή της γωνίας φ είναι:

- | | | | |
|-------------|---------------------|-------------------|------------------|
| α. $\phi=0$ | β. $\phi=\pi/2$ rad | γ. $\phi=\pi$ rad | δ. $\phi=3\pi/2$ |
|-------------|---------------------|-------------------|------------------|

ΘΕΜΑΤΑ Β

B2.1 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος, λ . Σημείο Γ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1=7\lambda/3$ και $r_2=\lambda/3$ αντιστοίχως.

I. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Γ είναι:

α. $A'=0$ β. $A'=\frac{1}{2}A$ γ. $A'=2A$

II. Η διαφορά φάσης με την οποία συμβάλλουν τα κύματα στο σημείο, Γ είναι:

α. $\pi \text{ rad}$ β. $2\pi \text{ rad}$ γ. $4\pi \text{ rad}$

B2.2 Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 παράγουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους A , ίδιου μήκους κύματος λ που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο. Αν ένα σημείο Σ απέχει από τις πηγές αποστάσεις r_1, r_2 κάνει σύνθετη ταλάντωση με πλάτος ίσο με A , τότε, η διαφορά $|r_1-r_2|$ είναι δυνατόν να είναι:

α. λ γ. 2λ γ. $\lambda/3$

B2.3 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων παράγουν πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού κύματα με πλάτος A και μήκος κύματος, λ . Σημείο M της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές αποστάσεις $r_1=25\lambda/2$ και $r_2=7\lambda$ αντιστοίχως.

I. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου M είναι:

α. $A'=0$ β. $A'=\frac{1}{2}A$ γ. $A'=2A$

II. Η διαφορά φάσης με την οποία συμβάλλουν τα κύματα στο σημείο, M είναι:

α. $11\pi \text{ rad}$ β. $10\pi \text{ rad}$ γ. $7\pi \text{ rad}$

B2.4 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές A και B , που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού, ταλαντώνονται αρμονικά με συχνότητα 2Hz παράγοντας κύματα, πλάτους A , που διαδίδονται με ταχύτητα 32cm/s . Σημείο Γ , που βρίσκεται σε αποστάσεις $r_A=180\text{cm}$ και $r_B=60\text{cm}$ από τις πηγές A και B αντίστοιχα, έχει πλάτος ταλάντωσης:

α. $A'=\sqrt{3}A$. β. $A'=0$. γ. $A'=2A$

B2.5 Στην ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού δύο σύγχρονες πηγές αρμονικών κυμάτων εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με συχνότητα f και δημιουργούν εγκάρσια κύματα ίδιου πλάτους A . Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού ταλαντώνεται εξ αιτίας της συμβολής των δύο κυμάτων με πλάτος $2A$. Αν οι δύο πηγές εκτελέσουν ταλάντωση με συχνότητα $2f$ και με το ίδιο πλάτος A , τότε το σημείο Σ θα

- α. ταλαντωθεί με πλάτος $2A$.
- β. ταλαντωθεί με πλάτος $4A$.
- γ. παραμένει ακίνητο.

(Θέμα Παν/κων ΕΝΑ)

•**B2.6** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 που εκπέμπουν κύματα ίδιου πλάτους με συχνότητα $f=10\text{Hz}$ που τρέχουν με ταχύτητα $v=1\text{m/s}$ στην επιφάνεια υγρού. Σημείο Z απέχει από την πηγή Π_1

απόσταση $x_1=80\text{cm}$ και βρίσκεται στον τέταρτο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και προς την πλευρά της πηγής Π_2 .

I. Η απόσταση r_2 του σημείου Z από την πηγή Π_2 είναι:

α. $r_2=1,1\text{m}$ β. $r_2=0,5\text{m}$ γ. $r_2=0,4\text{m}$

II. Αν η συχνότητα των ταλαντώσεων των δύο πηγών υποδιπλασιαστεί τότε στο ίδιο σημείο Z του ίδιου ελαστικού μέσου θα

α. ανήκει και πάλι στον τέταρτο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και προς την πλευρά της πηγής Π_2 .

β. ανήκει στον δεύτερο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και προς την πλευρά της πηγής Π_2 .

γ. δεν θα ανήκει σε κανένα κροσσό ενισχυτικής συμβολής

•**B2.7** Δύο σημειακές σύγχρονες πηγές βρίσκονται πάνω στα άκρα K και Λ ευθυγράμμου τμήματος μήκους L. Τα κύματα που παράγονται έχουν ίδιο πλάτος A και ίδιο μήκος κύματος λ με $\lambda < L$.

I. Σημείο B του τμήματος ΚΛ είναι το πλησιέστερο στο μέσο Μ που έχει πλάτος ταλάντωσης λόγω συμβολής των δύο κυμάτων ίσο με 2A. Η απόσταση $x=MB$ είναι ίση με:

α. $x=\lambda/2$ β. $x=\lambda/4$ γ. $x=\lambda/8$

II. Σημείο Γ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ είναι το πλησιέστερο προς το Μ στο οποίο το πλάτος μηδενίζεται. Η απόσταση $x=M\Gamma$ είναι ίση με:

α. $x=\lambda/2$ β. $x=\lambda/4$ γ. $x=\lambda/8$

B2.8 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda < L$, όπου L η απόσταση των δύο πηγών. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu\omega t$. Σημείο Σ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και ταλαντώνεται με πλάτος, 2A, απέχει από το άκρο K απόσταση x ίση με

α. $x = \frac{L + k\lambda}{2}$ β. $x = \frac{L}{2} - (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ γ. $x=L+\frac{k\lambda}{2}$ όπου $k=0, \pm 1, \pm 2..$

B2.9 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda < L$, όπου L η απόσταση των δύο πηγών. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu\omega t$. Σημείο Σ που βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και παραμένει ακίνητο απέχει από το άκρο K απόσταση x ίση με

α. $x = \frac{L - (2k+1)\lambda}{2}$ β. $x = \frac{L}{2} + (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ γ. $x=L - \frac{k\lambda}{2}$ $k=0, \pm 1, \pm 2..$

•**B2.10** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία K και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda=2\text{m}$. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $d=8\text{m}$. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\mu\omega t$. Το πλήθος των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι:

α. 8 σημεία β. 7 σημεία γ. 9 σημεία

II. Η ελάχιστη απόσταση ενός τέτοιου σημείου του τμήματος ΚΛ από το σημείο Κ είναι:

- α. 1m β. 0,5m γ. 1,5m

●**B2.11** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος $\lambda=1\text{m}$. Η απόσταση των δύο πηγών είναι $L=2\text{m}$. Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\omega t$.

I. Το πλήθος των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ που παραμένουν ακίνητα είναι:

- α. 3 σημεία β. 4 σημεία γ. 6 σημεία

II. Η ελάχιστη απόσταση ενός ακίνητου σημείου του τμήματος ΚΛ από το σημείο Κ είναι:

- α. 0,25m β. 0,5m γ. 0,2m

●**B2.12** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος λ . Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\omega t$.

I. Η απόσταση δύο διαδοχικών σημείων του τμήματος ΚΛ που παραμένουν ακίνητα είναι:

- α. $\Delta x=\lambda/8$ β. $\Delta x=\lambda/4$ γ. $\Delta x=\lambda/2$

II. Η μικρότερη απόσταση μεταξύ ενός σημείου που ταλαντώνεται με πλάτος $2A$ και ενός που παραμένει διαρκώς ακίνητο είναι Δr :

- α. $\Delta r=\lambda/8$ β. $\Delta r=\lambda/2$ γ. $\Delta r=\lambda/4$

B2.13 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με μήκος κύματος λ . Η απόσταση ΚΛ είναι ίση με d . Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\omega t$. Οι γεωμετρικοί τόποι των σημείων που παραμένουν ακίνητα είναι υπερβολές. Οι αποστάσεις δύο διαδοχικών σημείων τομής αυτών των υπερβολών με το τμήμα ΚΛ:

- α. Αυξάνονται αν αυξηθεί η απόσταση των πηγών d .
β. Αυξάνονται αν αυξηθεί το μήκος κύματος, λ .
γ. Είναι ανεξάρτητες από τα λ και d .

●**B2.14** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία Κ και Λ μιας ευθείας $x'x$ και εκπέμπουν κύματα με συχνότητα, f . Η απόσταση ΚΛ είναι ίση με d . Οι απομακρύνσεις των πηγών από τη θέση ισορροπίας τους δίνονται από τη σχέση $y=A\eta\omega t$. Αν διπλασιάσουμε τη συχνότητα των δύο πηγών το πλήθος των σημείων ενισχυτικής συμβολής του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ

- α. αυξάνεται β. δεν μεταβάλλεται γ. μειώνεται

●**B2.15** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που βρίσκονται αντίστοιχα στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίδιο πλάτος, ίσες συχνότητες f_1 και ίσα μήκη κύματος λ_1 . Αν η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι $d=2\lambda_1$, τότε δημιουργούνται τέσσερις υπερβολές απόσβεσης, μεταξύ των σημείων Κ και Λ. Αλλάζοντας την συχνότητα των δύο πηγών σε $f_2=3f_1$ και διατηρώντας το ίδιο πλάτος, ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης, που δημιουργούνται μεταξύ των δύο σημείων Κ και Λ, είναι

α. 6.

β. 8.

γ. 12

(Θέμα Παν/κων ΕΝΛ)

●**B2.16** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα άκρα ευθυγράμμου τμήματος AB και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους με συχνότητα $f=20\text{Hz}$ που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με ταχύτητα 40m/s . Δύο σημεία K και Λ βρίσκονται δεξιά της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος AB και η διαφορά των αποστάσεων του από τα A και B είναι για το K, $KA - KB=40\text{m}$ και για το Λ, $LA - LB=50\text{m}$ αντιστοίχως.

I. Οι υπερβολές ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν μεταξύ των σημείων K και Λ είναι

α. 3

β. 4

γ. 5

II. Αν οι υπερβολές πάνω στις οποίες βρίσκονται τα K και Λ τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα AB στα σημεία M και N, η απόσταση MN είναι.

α. 5m

β. 4m

γ. 10m

►**B2.17** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π και Ρ ταλαντώνονται κάθετα στην επιφάνεια υγρού με συχνότητα $f=5\text{Hz}$ και παράγουν κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v=10\text{m/s}$. Δύο σημεία A και B αριστερά και δεξιά από τη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος ΠΡ απέχουν από τις πηγές αποστάσεις $AP=17\text{m}$, $AP=20\text{m}$, $BP=21\text{m}$, $BP=15\text{m}$.

I. Οι υπερβολές πάνω στις οποίες βρίσκονται τα A και B τέμνουν το τμήμα ΠΡ στα σημεία K και Λ. Η απόσταση ΚΛ είναι

α. 3m

β. 3,5m

γ. 4,5m

II. Οι υπερβολές ενισχυτικής και αποσβετικής συμβολής που τέμνουν το τμήμα ΠΡ ανάμεσα από τα K και Λ (χωρίς αυτές που τέμνουν στα K, Λ) είναι;

α. 4 ενισχυτικής, 4 αποσβετικής
γ. 3 ενισχυτικής, 4 αποσβετικής

β. 4 ενισχυτικής, 3 αποσβετικής
δ. 3 ενισχυτικής, 3 αποσβετικής

►**B2.18** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων, A και B που βρίσκονται πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού παράγουν αρμονικά κύματα με συχνότητα $f=100\text{Hz}$ που διαδίδονται με ταχύτητα 200m/s . Οι πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=(AB)=4\text{m}$.

I. Οι αποστάσεις από την πηγή A, όλων των σημείων που βρίσκονται πάνω στην ευθεία AB, μεταξύ των A και B και ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι:

α. 1,5m, 2,5m, 3,5m

β. 1m, 2m, 3m, 4m

γ. 1m, 2m, 3m

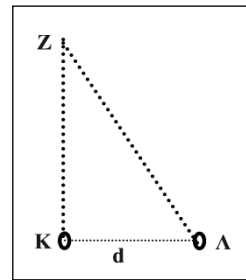
II. Οι αποστάσεις από την πηγή A, όλων των σημείων που βρίσκονται πάνω στην ευθεία AB, μεταξύ των A και B και μένουν ακίνητα είναι:

α. 0,5m 1,5m, 2,5m, 3,5m

β. 1m, 2m, 3m, 4m

γ. 0,75m, 1,75m, 2,75m, 3,75m

●**B2.19** Στα σημεία K και Λ βρίσκονται δυο σύγχρονες σημειακές πηγές αρμονικών κυμάτων που παράγουν κύματα που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με ταχύτητα $v=320\text{m/s}$ και οι συχνότητές τους μπορούν να κυμαίνονται από 300Hz έως 500Hz. Οι πηγές απέχουν απόσταση $KL=d=6\text{m}$. Σημείο Z του μέσου απέχει από την πηγή K απόσταση $KZ=8\text{m}$.



I. Οι τιμές της συχνότητας f για να έχουμε στο σημείο Z ενισχυτική συμβολή είναι:

α. 360 Hz, 480 Hz

β. 320Hz, 480Hz

γ. 320Hz, 450Hz

II. Οι τιμές της συχνότητας f για να έχουμε στο σημείο Z αποσβετική συμβολή είναι:

α. 400Hz

β. 350Hz και 450Hz

γ. 420Hz

B2.20 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων K και Λ ταλαντώνονται σύμφωνα με την εξίσωση απομάκρυνσης $y=A\sin 200\pi t$, (SI) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $KL=20\text{cm}$. Ανάμεσα στα K και Λ και πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ παρουσιάζονται σημεία που παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Το πρώτο τέτοιο ακίνητο σημείο Z μετά το μέσο της ΚΛ και προς τη μεριά του Λ απέχει από το K, $(KZ)=12,5\text{cm}$.

I. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι:

α. 5m/s

β. 10m/s

γ. 20m/s

II. Το πλήθος των ακίνητων σημείων του ΚΛ είναι:

α. 3

β. 4

γ. 6

B2.21 Στις κορυφές Α και Γ τετραγώνου πλευράς $a=1\text{m}$ υπάρχουν μικρές σύγχρονες ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς ήχους συχνότητας f και ίδιου πλάτους (έντασης). Οι ήχοι τρέχουν στο ισότροπο μέσο που περιβάλλει το χώρο με ταχύτητα $v=320\text{m/s}$. Δίνεται $\sqrt{2}=1,4$.

I. Δέκτης βρίσκεται στην κορυφή Δ και σημειώνει ήχο μέγιστου πλάτους. Οι τιμές της συχνότητας των πηγών πρέπει είναι

α. ακέραια πολλαπλάσια των 800Hz.

β. περιττά πολλαπλάσια των 400Hz.

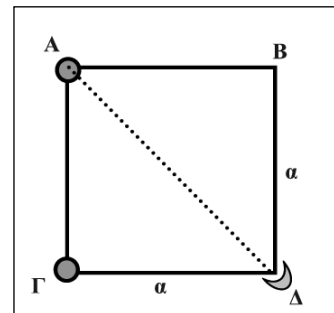
γ. οποιαδήποτε τιμή.

II. Αν μεταφέρουμε τη μια πηγή από το σημείο Α στο σημείο Β, τότε ο δέκτης στο σημείο Δ θα καταγράφει ήχο:

α. μηδενικού πλάτους (έντασης) για κάθε τιμή της συχνότητας, f .

β. μέγιστου πλάτους (έντασης) για κάθε τιμή της συχνότητας, f .

γ. μέγιστου πλάτους για ακέραια πολλαπλάσια του 400Hz.

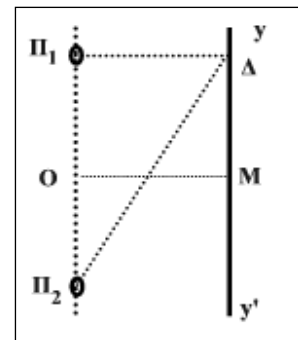


B2.22 Στο σχήμα φαίνονται δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 , Π_2 που εκπέμπουν κύματα ίδιου πλάτους με συχνότητα $f=100\text{Hz}$ που τρέχουν με ταχύτητα $v=80\text{m/s}$ στην επιφάνεια ελαστικού μέσου. Ένας ανιχνευτής που μπορεί να κινείται πάνω στην ευθεία yy' ξεκινάει από το σημείο Μ της μεσοκαθέτου ΟΜ του τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, και όταν φτάνει στο σημείο Δ διαπιστώνει ότι εκεί συμβαίνει η τρίτη κατά σειρά αποσβετική συμβολή. Αν η απόσταση $\Pi_1\Delta=4\text{m}$ τότε η απόσταση $d=\Pi_1\Pi_2$ είναι:

α. $d=6\text{m}$

β. $d=2\sqrt{3}\text{m}$

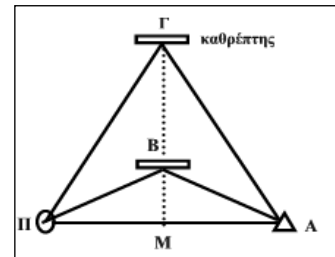
γ. $d=2\sqrt{5}\text{m}$



► **B2.23** Στην επιφάνεια του υγρού δημιουργούμε κύματα που προέρχονται από την πηγή Π και φτάνουν στον ανιχνευτή A είτε απευθείας είτε μέσω ανάκλασης στον καθρέπτη K . Τα κύματα έχουν μήκος κύματος λ . Ο καθρέπτης ξεκινάει από το μέσον M της απόστασης PA όπου και καταγράφει μέγιστο. Όταν φτάνει στη θέση B , όπου $(PB)=4m$ ο ανιχνευτής καταγράφει ελάχιστο.

I. Ο καθρέπτης συνεχίζει και όταν φτάνει στο σημείο Γ στο οποίο $(\Pi\Gamma)=5m$ ο ανιχνευτής καταγράφει το αμέσως επόμενο μέγιστο. Το μήκος κύματος είναι:

- α. $\lambda=4m$ β. $\lambda=2m$ γ. $\lambda=8m$

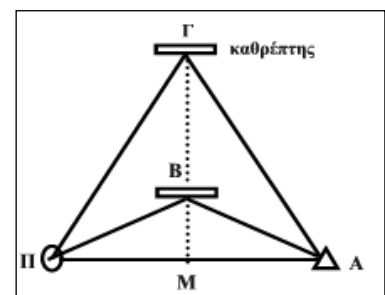


II. Αν ο καθρέπτης καταγράφει στο σημείο Γ ($\Pi\Gamma=5m$), το αμέσως επόμενο ελάχιστο τότε το μήκος κύματος θα ήταν

- α. $\lambda=4m$ β. $\lambda=6m$ γ. $\lambda=2m$

► **B2.24** Στην επιφάνεια του υγρού δημιουργούμε κύματα που προέρχονται από την πηγή Π και φτάνουν στον ανιχνευτή A είτε απευθείας είτε μέσω ανάκλασης στον καθρέπτη K . Η απόσταση $PA=d=6\lambda$. Τα κύματα έχουν μήκος κύματος λ . Ο καθρέπτης ξεκινάει από το μέσον M της απόστασης PA και όταν φτάνει στη θέση B , ο ανιχνευτής καταγράφει για πρώτη φορά ελάχιστο. Ο καθρέπτης συνεχίζει και όταν φτάνει στο σημείο Γ στο οποίο $B\Gamma=11\lambda/4$ ο ανιχνευτής καταγράφει μέγιστο. Τα μέγιστα που μετράει ο ανιχνευτής κατά τη μετατόπιση του καθρέπτη από το σημείο B στο σημείο Γ , είναι:

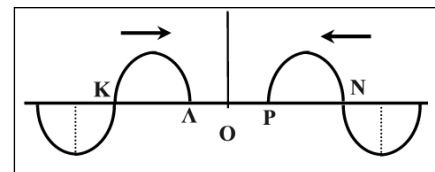
- α. 2 μέγιστα β. 3 μέγιστα γ. 4 μέγιστα



● **B2.25** Οι δύο παλμοί του σχήματος έχουν το ίδιο πλάτος A και το ίδιο μήκος κύματος λ , κινούνται αντίθετα και τη χρονική στιγμή $t=0$ τα μέτωπα τους βρίσκονται σε απόσταση $AO=PO=\lambda/4$ από το O .

I. Αν η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Λ είναι V πόση θα είναι η ταχύτητα του σημείου O τη χρονική στιγμή $t=T/4$;

- α. 0 β. V γ. $2V$



II. Πόσο θα είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου O τη χρονική στιγμή $t=T/2$;

- α. 0 β. A γ. $2A$

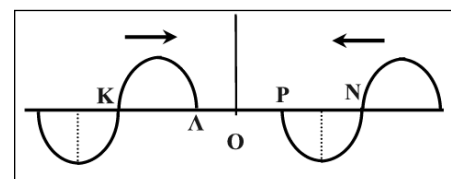
III. Οι δύο παλμοί μεταφέρουν ενέργεια. Τι είδους ενέργεια θα έχουν τα μόρια της χορδής τη χρονική στιγμή $t=3T/4$;

- α. Κινητική β. Δυναμική γ. Μηδέν

● **B2.26** Οι δύο παλμοί του σχήματος έχουν το ίδιο πλάτος, το ίδιο μήκος κύματος λ , κινούνται αντίθετα και τη χρονική στιγμή $t=0$ τα μέτωπα τους βρίσκονται σε απόσταση $AO=PO=\lambda/4$ από το σημείο O .

I. Αν η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου P είναι V πόση θα είναι η ταχύτητα του σημείου O τη χρονική στιγμή $t=T/4$;

- α. 0 β. V γ. $2V$

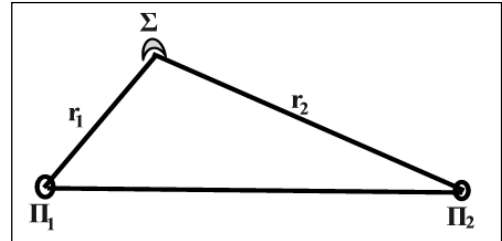


II. Πόση θα είναι η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Ο τη χρονική στιγμή $t=T/2$;
α. 0 β. A γ. 2A

III. Οι δύο παλμοί μεταφέρουν ενέργεια. Τι είδους ενέργεια θα έχουν τα μόρια τη χορδής τη χρονική στιγμή $t=3T/4$;

α. Κινητική β. Δυναμική γ. Μηδέν

B2.27 Δύο μικρές πηγές ηχητικών κυμάτων Π_1 και Π_2 εκπέμπουν ηχητικά κύματα με την ίδια φάση το ίδιο πλάτος και την ίδια συχνότητα f που κυμαίνεται μεταξύ των τιμών από 700Hz έως 800Hz. Η ταχύτητα του ήχου είναι $v=330\text{m/s}$. Ένας ανιχνευτής των ηχητικών κυμάτων βρίσκεται στο σημείο Σ που απέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 αποστάσεις $r_1=5\text{m}$ και $r_2=8\text{m}$ αντιστοίχως. Αν ο ανιχνευτής καταγράφει ενίσχυση ήχου τότε η συχνότητα f είναι ίση με

 α . 715Hz β . 780Hz γ . 770Hz

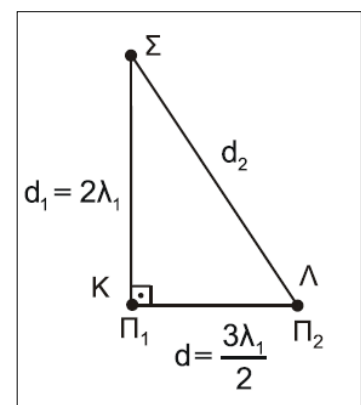
B2.28 Στην επιφάνεια ενός υγρού υπάρχουν δύο σύγχρονες πηγές που δημιουργούν στην επιφάνεια του εγκάρσια αρμονικά κύματα συχνότητας 5Hz και ίδιου πλάτους A. Οι πηγές ταλαντώνονται με εξισώσεις $y=A\sin(\omega t)$. Σε σημείο Σ που βρίσκεται στην επιφάνεια του υγρού τα δύο κύματα φτάνουν με χρονική καθυστέρηση $\Delta t=0,2s$. Το πλάτος της ταλάντωσης μετά την έναρξη της συμβολής είναι

$\alpha. A'=0$ $\beta. A'=2A$ $\gamma. 0 < A' < 2A$

B2.29 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα άκρα ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ και παράγουν κύματα ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος λ . Η απόσταση των δύο πηγών είναι ΚΛ=d=2,2λ. Ο αριθμός των σημείων του ευθυγράμμου τμήματος ΚΛ στα οποία εμφανίζεται ενισχυτική συμβολή είναι

$$\alpha. 7 \qquad \beta. 3 \qquad \gamma. 5$$

●**B2.30** Στην ελεύθερη επιφάνεια νερού που ηρεμεί, στις θέσεις Κ και Λ βρίσκονται δύο όμοιες και σύγχρονες κυματικές πηγές απλών αρμονικών κυμάτων Π_1 και Π_2 , που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=3\lambda_1/2$. Οι πηγές ταλαντώνονται χωρίς αρχική φάση, με συχνότητα f_1 , πλάτος ταλάντωσης A και παράγουν κύματα μήκους κύματος λ_1 , που διαδίδονται στην επιφάνεια του νερού με σταθερή ταχύτητα v . Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του νερού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση και από την πηγή Π_2 απόσταση d_2 , όπως στο σχήμα. Το ευθύγραμμο τμήμα ΣΚ είναι κάθετο στο ΚΛ. Διπλασιάζουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών διατηρώντας σταθερό το πλάτος A της ταλάντωσής τους.

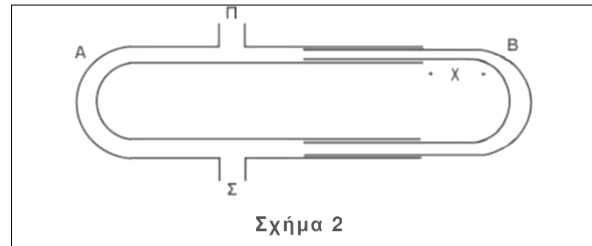


Το Σ μετά τον διπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης των πηγών θα είναι:

α. σημείο ενίσχυσης β. σημείο απόσβεσης γ. σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος A.

(Θέμα Παν/κων ΕΝΛ)

► **B2.31** Η διάταξη του σχήματος 2 αποτελείται από δύο σωλήνες A και B. Ο σωλήνας B μπορεί να μετακινείται. Με τον τρόπο αυτό μεταβάλλεται το μήκος x . Μια πηγή δημιουργεί ηχητικά κύματα μήκους κύματος λ , στο ανοικτό άκρο Π του σωλήνα. Στο άλλο άκρο Σ του σωλήνα φτάνουν ταυτόχρονα δύο ηχητικά κύματα. Τα κύματα δημιουργούνται από την πηγή και διαδίδονται μέσω του αέρα στους σωλήνες A και B. Όταν μετακινούμε το σωλήνα B (μεταβάλλοντας την απόσταση x) παρατηρούμε ότι η ένταση του ήχου στο σημείο Σ αυξομειώνεται. Για $x=x_1$ στο σημείο Σ τα δύο ηχητικά κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά. Καθώς αυξάνουμε το x , στο σημείο Σ παρατηρείται για πρώτη φορά αποσβεστική συμβολή, όταν γίνει $x=x_2=x_1+4\text{cm}$. Για το μήκος κύματος λ ισχύει:



α. $\lambda=12\text{cm}$

β. $\lambda=16\text{cm}$

γ. $\lambda=4\text{cm}$

(Θέμα Παν/κων ΕΝΑ)

ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ2.1 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 που ταλαντώνονται με εξισώσεις απομάκρυνσης $y=0,02\eta\mu 20\pi t$ (SI), παράγουν στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού, κύματα με ταχύτητα διάδοσης $v=1\text{m/s}$. Αν σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές αποστάσεις $x_1=40\text{cm}$ και $x_2=60\text{cm}$ αντιστοίχως να βρεθούν:

- Η χρονική στιγμή που άρχισε να ταλαντώνεται το σημείο Σ .
- Η χρονική στιγμή που άρχισε το σημείο Σ να κάνει σύνθετη ταλάντωση;
- Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης του σημείου Σ ;
- Η τάξη του κροσσού στον οποίο βρίσκεται το σημείο Σ .
- Η πρώτη χρονική στιγμή που το σημείο Σ περνάει από τη θέση $y=-0,04\text{m}$.

α. 0,4s, β. 0,6s, γ. 0,04m, δ. τρίτος ε. 0,675s

Γ2.2 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές K και Λ ταλαντώνονται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,2\eta\mu 4\pi t$, (SI) και παράγουν κύματα τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια υγρού με ταχύτητα $v=4\text{m/s}$. Σημείο H , που βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $K\Lambda$ και απέχει από το K απόσταση, $r_1=8\text{m}$.

- Να βρείτε τη χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο H και το πλάτος της ταλάντωσης. Να θεωρήσετε ως $t=0$ τη χρονική στιγμή που άρχισαν να ταλαντώνονται οι πηγές.
- Αν στο σημείο H υπάρχει πλωτήρας μάζας $m=10^{-3}\text{kg}$ πόση είναι η μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας ταλάντωσής του.
- Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y από τη θέση ισορροπίας του σημείου H σε σχέση με το χρόνο, στο χρονικό διάστημα $0\leq t\leq 3\text{s}$.

α. $t=2\text{s}$, $A'=0,4\text{m}$. β. $K=32\cdot 10^{-4}\text{J}$

Γ2.3 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 παράγουν κύματα στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού αρχίζοντας τις ταλαντώσεις τους τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με εξισώσεις απομάκρυνσης $y_1=y_2=0,02\eta\mu 20\pi t$, (SI). Παρατηρούμε ότι μικρό κομμάτι φελλού που βρίσκεται σε σημείο P της επιφάνειας του υγρού και απέχει $0,1\text{m}$ από την κάθε πηγή αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=0,25\text{s}$. Να υπολογιστούν

- Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων και το μήκος κύματος.
- Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης
- Η πρώτη χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο P φτάνει σε απομάκρυνση $y=+0,04\text{m}$;
- Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού στο σημείο P εκείνη τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια γίνεται ίση με την αντίστοιχη κινητική.

α. $0,4\text{m/s}$, $\lambda=0,04\text{m}$ β. $A=0,04\text{m}$ γ. $0,275\text{s}$ δ. $v=0,4\pi\sqrt{2}\text{m/s}$

•**Γ2.4** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων K και Λ ταλαντώνονται με εξίσωση απομάκρυνσης $y=0,05\eta\mu 10\pi t$ (SI). Θεωρούμε ως $t_0=0$ τη στιγμή που οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται. Οι δύο πηγές απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=K\Lambda=0,4\text{m}$ και τα κύματα που παράγουν διαδίδονται στην ελεύθερη επιφάνεια υγρού και διανύουν απόσταση $\Delta x=0,1\text{m}$ στη διάρκεια μιας ταλάντωσης της πηγής. Σε σημείο Z της επιφάνειας του υγρού που απέχει από τα K και Λ αποστάσεις r_1, r_2 με $r_1>r_2$ τα κύματα φτάνουν με διαφορά φάσης $\Delta\phi=7\pi\text{ rad}$.

- Να βρείτε το μήκος κύματος του κάθε κύματος.
- Να εξετάσετε αν η συμβολή των κυμάτων στο Z είναι ενισχυτική ή ακυρωτική.
- Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή που το μέσον M του τμήματος $K\Lambda$ φτάνει για πρώτη φορά στη θέση απομάκρυνσης $y=+0,1\text{m}$.

Δ. Να βρείτε τον αριθμό των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ, που βρίσκονται μεταξύ των Κ και Λ (χωρίς τα Κ, Λ) και ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Α. $\lambda=0,1m$. Β. ακυρωτική συμβολή $\Gamma.t=0,45s$. Δ. 7 σημεία

► **Γ2.5** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Κ και Λ με $ΚΛ=d=5m$, που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού αρχίζουν, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να παράγουν εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος $A=0,1m$. Η κάθε πηγή περνάει 10 φορές από τη θέση ισορροπίας της σε 5s. Τα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=1m/s$. Σημείο Ν της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές των κυμάτων Κ και Λ αποστάσεις $(ΚΝ)=r_1=3m$ και $(ΛΝ)=r_2=4m$ αντιστοίχως.

Α. Να υπολογιστεί το μήκος κύματος, λ

Β. Ποια χρονική στιγμή περνάει το σημείο Ν για πρώτη φορά από τη θέση $y=+0,1m$ και ποια χρονική στιγμή η ταχύτητά του Ν μηδενίζεται για πρώτη φορά κάνοντας σύνθετη ταλάντωση;

Γ. Σε ποιας τάξης και τι είδους υπερβολή βρίσκεται το σημείο Ν;

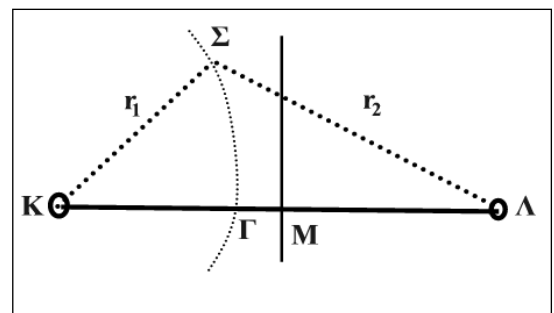
Δ. Σε πόση απόσταση από την πηγή Κ τέμνει η υπερβολή του Ν, το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ;

Ε. Πόσα σημεία μεταξύ των Κ και Λ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;

ΣΤ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του σημείου Ν σε σχέση με το χρόνο από $t_0=0$ έως $t_1=5s$.

Α. $\lambda=1m$. Β. $t=3,25s$. $t'=4,25s$. Γ. $k=-1$, Δ. $(ΚΠ)=2m$, Ε. 9 συνολικά σημεία.

► **Γ2.6** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού αρχίζουν, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να παράγουν κύματα με περίοδο $T=1s$ και πλάτος $A=0,01m$. Τα κύματα διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=1m/s$. Σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές των κυμάτων αποστάσεις $r_1=3m$ και $r_2=4m$ αντιστοίχως.



α. Να υπολογιστούν τα πλάτη της ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο Σ από 0 έως 5s.

β. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή που η ταχύτητά του Σ μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

γ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης y του σημείου Σ σε σχέση με το χρόνο από $t_0=0$ έως $t_1=5s$.

δ. Να βρεθεί σε ποιας τάξης και τι είδους υπερβολή βρίσκεται το σημείο Σ;

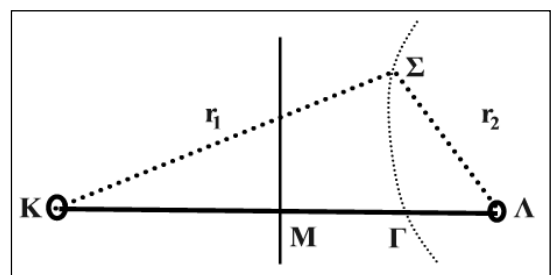
ε. Να υπολογιστεί ο αριθμός των σημείων του ΚΛ που έχουν πλάτος $2A$ αν η απόσταση $ΚΛ=d=5,5m$.

στ. Να βρεθεί η απόσταση ΓΜ που τέμνει η υπερβολή που ανήκει το σημείο Σ, το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ. Όπου Μ το μέσον της ΚΛ.

α. $0,01m$, $0,02m$, β. $t_1=375s$, γ. , δ. $k=-1$, ενισχυτική η πρώτη αριστερά από τη μεσοκάθετο.

ε. 11 σημεία , Στ. $0,5m$

► **Γ2.7** Δύο ακίδες Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού αρχίζουν, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, να παράγουν σύγχρονα κύματα με συχνότητα 60 χτύπους ανά λεπτό και πλάτος $A=0,01m$ τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=1m/s$. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις πηγές των κυμάτων αποστάσεις $r_1=20m$ από την Κ και $r_2=17,5m$ από τη Λ αντιστοίχως. Δίνεται η απόσταση των δύο πηγών $ΚΛ=d=4,5m$



Α. Να βρεθεί το είδος της υπερβολής στην οποία ανήκει το Σ και η τάξη μεγέθους της.

Β. Πόσα δευτερόλεπτα χρειάζονται για να αρχίσει να ταλαντώνεται το Σ και πόσα για να σταματήσει;

Γ. Πόσα σημεία ακυρωτικής συμβολής υπάρχουν μεταξύ των δύο πηγών Κ και Λ;

Δ. Πόση είναι η απόσταση ΓΜ, όπου Μ το μέσον της ΚΛ και Γ το σημείο που η ακυρωτική υπερβολή του Σ τέμνει την ΚΛ.

Α. ακυρωτική $\kappa=2$, η τρίτη μετά τη μεσοκάθετο, Β. 17,5 και 20s, Γ. 8 σημεία. Δ. 1,25m

!Γ2.8 Δύο σύγχρονες πηγές Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια του νερού και απέχουν μεταξύ τους απόσταση ΚΛ=14cm αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και να προκαλούν αρμονικά κύματα περιόδου $T=0,2s$, πλάτους $A=2cm$. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε σημείο Σ της επιφάνειας που απέχει από τις δύο πηγές των κυμάτων αποστάσεις 28cm και 44cm αντιστοίχως. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του νερού είναι 40cm/s. Δίνεται $\pi^2=10$.

Να υπολογιστούν:

α. Σε τι είδους υπερβολή ανήκει το Σ

β. Πόσο είναι το μέτρο της επιτάχυνσης ταλάντωσης του σημείου Σ τις χρονικές στιγμές $t_1=0,75s$ και $t_2=1,15s$

γ. Ποιος είναι ο αριθμός και η θέση όλων των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ που παραμένουν συνεχώς ακίνητα.

δ. Ποιος είναι ο αριθμός και η θέση όλων των σημείων του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

ε. Πως θα αλλάξει το πλήθος των σημείων ενισχυτικής και ακυρωτικής συμβολής αν η συχνότητα υποδιπλασιαστεί.

α. ενισχυτική, β. $20m/s^2$ και $40m/s^2$, γ. 7 σημεία σε αποστάσεις 1cm, 3cm, 5cm, 7cm, 9cm, 11cm, 13cm από το Κ. δ. 6 σημεία σε αποστάσεις 2cm, 4cm, 6cm, 8cm, 10cm, 12cm από το Κ

ε. 3 σημεία ενίσχυσης σε αποστάσεις 3cm, 7cm, 11cm από το Κ. και 4 απόσβεσης σε αποστάσεις 1cm, 5cm, 9cm, 13cm

•Γ2.9 Πάνω στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού υπάρχουν δύο ακίδες Κ και Λ που αποτελούν σύγχρονες πηγές κυμάτων και κάνουν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξίσωση $y=0,2\eta\mu 2\pi t$, (SI). Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και τα κύματα που διαδίδονται έχουν μήκος κύματος $\lambda=0,4m$. Σημείο Δ απέχει απόσταση $r_1=0,6m$ από την ακίδα Κ και βρίσκεται στο δεύτερο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο προς τη μεριά της ακίδας, Λ.

α. Να βρεθεί η απόσταση $(\Delta\Lambda)=r_2$

β. Να υπολογιστούν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και οι χρόνοι που χρειάζονται για να ξεκινήσει το Δ απλή και σύνθετη ταλάντωση.

γ. Να σχεδιαστεί η γραφική παράσταση $y=f(t)$ για τις κινήσεις του σημείου Δ, από 0 έως 2,5s

δ. Αν η απόσταση ΚΛ είναι $d=1,4m$ πόσοι κροσσοί ενισχυτικής συμβολής τέμνουν την ΚΛ;

ε. Προσδιορίστε τη θέση του σημείου, Ζ που ο κροσσός συμβολής του Δ τέμνει την ΚΛ.

α. 0,4m, β. $v=0,4m/s$, 1s, 1,5s., δ. 7, ε. ΖΚ=1,1m

• Γ2.10 Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια υγρού παράγουν κύματα με εξισώσεις ταλάντωσης $y=0,02\eta\mu 2\pi t$, (S.I.) και αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Μέχρι η κάθε πηγή να φτάσει για πρώτη φορά σε απομάκρυνση $y=-0,02m$ από τη θέση ισορροπίας της, τα κύματα έχουν διαδοθεί σε απόσταση 0,3m από την κάθε πηγή.

α. Να υπολογιστεί το μήκος κύματος των δύο κυμάτων.

Σημείο Σ απέχει από το σημείο Κ απόσταση $\Sigma K=r_1=2,4m$ είναι πλησιέστερα προς το σημείο Λ και βρίσκεται στη δεύτερη ενισχυτική υπερβολή μετά τη μεσοκάθετο.

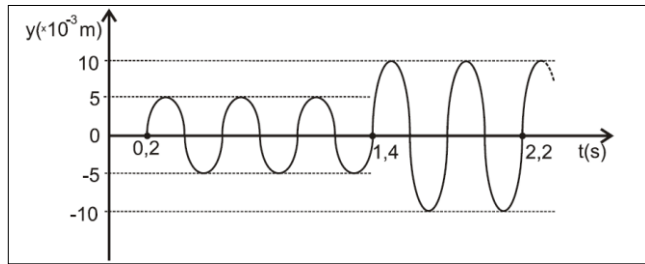
β. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Σ από την πηγή, Λ.

γ. Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης των ταλαντώσεων του σημείου Σ από 0 έως 6s.

δ. Να γίνουν γραφικές παραστάσεις $y=f(t)$ για το σημείο Σ από 0 έως 7s.

α. $\lambda=0,4m$, β₁. $r_2=1,6m$, β₂. $y_1=0$ για $t<4s$, $y_2=0,02\eta\mu 2\pi(t-4)$ για $4s\leq t<6s$,

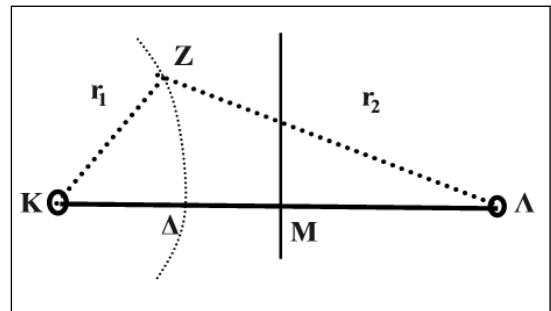
Γ2.11 Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $v = 5 \text{ m/s}$. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_2 . Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot \eta\mu\omega t$.



- α. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές Π_1 και Π_2 , αντίστοιχα.
 β. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1 , κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3} \text{ m}$.
 γ. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης του φελλού συναρτήσει του χρόνου από $t=0$ έως $t=1,4\text{s}$

α. $7\text{m}, 1\text{m}$, β. $v=2,5\pi \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$ γ. $t < 0,2\text{s}$ $y=0$, $0,2\text{s} \leq t < 1,4\text{s}$ $y_2 = 5 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(2,5t - 0,5)$, (SI)

► **Γ2.12** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1, Π_2 βρίσκονται στα σημεία K και Λ της επιφάνειας του υγρού και απέχουν απόσταση $d=6\text{m}$. Οι πηγές κάνουν ΑΑΤ με εξίσωση $y=0,2\eta\mu\omega t$ (SI) και δημιουργούν κύματα με μήκος κύματος $\lambda=1\text{m}$ τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού. Σημείο Z της επιφάνειας που απέχει r_1 από το K και r_2 από το Λ με $r_2 > r_1$ ξεκινά να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=1,75\text{s}$ και αφού κάνει 2,5 ταλαντώσεις σταματάει. Τη στιγμή που το Z ακινητοποιείται το κύμα από τη πηγή Π_2 φτάνει στην πηγή Π_1 .



- α. Να βρεθούν οι αποστάσεις r_1, r_2 .
 β. Να βρείτε τον αριθμό των σημείων του τμήματος KZ τα οποία τη χρονική στιγμή t_1 βρίσκονται σε ακραία θέση ταλάντωσης αν υποθεθεί ότι τα σημεία αυτά ταλαντώνονται μόνο εξ αιτίας του κύματος που προέρχεται από την πηγή Π_1 .
 γ. Να βρείτε τον αριθμό των σημείων ακυρωτικής συμβολής στο τμήμα KZ.

α. $r_1=3,5\text{m}$, $r_2=6\text{m}$, β. 7 λόφοι, γ., δ. 4 ακίνητα σημεία

► **Γ2.13** Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων βρίσκονται στα σημεία A και B της ελεύθερης επιφάνειας υγρού και προκαλούν όμοια εγκάρσια κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού με ταχύτητα $v=0,4\text{m/s}$ και συμβάλλουν. Η εξίσωση ταλάντωσης των πηγών είναι $y=0,2\eta\mu 4\pi t$, (SI). Σε ένα σημείο, Σ το κύμα από την πηγή A φτάνει μετά από χρόνο $\Delta t=1\text{s}$ από τη στιγμή που έφτασε το κύμα από την πηγή B. Οι αποστάσεις του Σ από τα A και B είναι r_1, r_2 αντιστοίχως και ισχύει ότι $r_1+r_2=4\lambda$, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν.

- α. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1, r_2 .
 β. Να βρείτε τις χρονικές στιγμές που άρχισε η απλή και σύνθετη ταλάντωση του σημείου Σ και να κάνετε τη γραφική παράσταση $y=f(t)$ για το Σ από 0 έως 3s.
 γ. Πόσοι λόφοι του κύματος που προέρχεται από την πηγή A χωράνε μέσα στην απόσταση AΣ;
 ♣δ. Να υπολογιστεί η απόσταση d των δύο πηγών αν είναι γνωστό ότι στο τμήμα AB παρατηρείται ακυρωτική συμβολή σε 6 σημεία και το πλησιέστερο προς την πηγή A απέχει από αυτή $x_1=0,05\text{m}$.

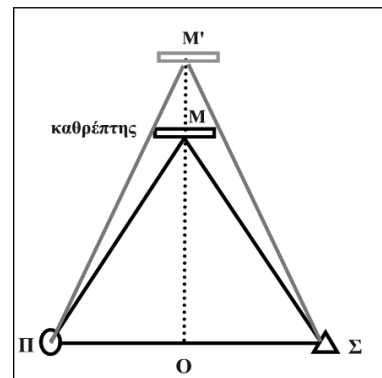
α. $r_1=0,6\text{m}$, $r_2=0,2\text{m}$, β. 0,5s, 1,5s γ. 3 λόφοι, δ. $d=0,6\text{m}$

●**Γ2.14** Δύο μεγάφωνα Π_1, Π_2 που τροφοδοτούνται από την ίδια γεννήτρια συχνοτήτων αποτελούν σύγχρονες πηγές κυμάτων με εξίσωση $y=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/\lambda)$. Τα μεγάφωνα τοποθετούνται στις θέσεις $(0,0)$ και $(4m,0)$ αντίστοιχα ενός ορθογωνίου συστήματος αξόνων xOy . Ανιχνευτής ήχου τοποθετείται στη θέση $\Sigma(0,3m)$. Καθώς η συχνότητα της γεννήτριας μεταβάλλεται από την τιμή $f_1=200\text{Hz}$ στην τιμή $f_2=1000\text{Hz}$, ο ανιχνευτής καταγράφει μια σειρά μεγίστων και ελαχίστων του ήχου. Δίνεται ταχύτητα ήχου $v=300\text{m/s}$. Να υπολογιστούν:

- Η διαφορά φάσης των ηχητικών κυμάτων που φτάνουν στο Σ και έχουν συχνότητα $f=300\text{Hz}$.
- Η συχνότητα της γεννήτριας όταν ο ανιχνευτής, Σ καταγράφει το πρώτο μέγιστο ήχου.
- Ο αριθμός των ελαχίστων του ήχου που μπορεί να καταγράψει ο ανιχνευτής.
- Η συχνότητα της γεννήτριας όταν ο ανιχνευτής καταγράφει το τελευταίο ελάχιστο ήχου.

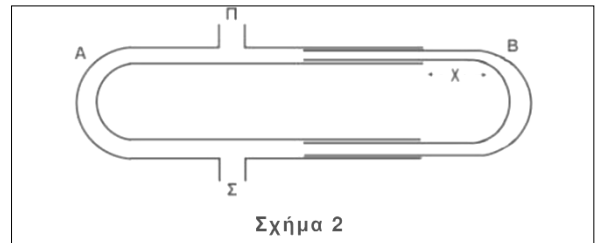
α. $4\pi\text{rad}$, β. 300Hz , γ. 6, δ. 975Hz

Γ2.15 Στο σημείο Π βρίσκεται πηγή που ταλαντώνεται και παράγει ηχητικά κύματα που διαδίδονται στον αέρα με ταχύτητα $v=340\text{m/s}$. Τα κύματα ανακλώνται χωρίς απώλειες ενέργειας στον καθρέπτη M και καταλήγουν στον ανιχνευτή Σ , ο οποίος όμως δέχεται κύματα και απευθείας από την πηγή Π μέσω της ευθείας $\Pi\Sigma$. Το μέσον N του καθρέπτη βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο της απόστασης $\Pi\Sigma$. Όταν ο καθρέπτης βρίσκεται σε απόσταση $OM=4m$ από το μέσο O , του $\Pi\Sigma$ παρατηρείται ενισχυτική συμβολή στο Σ . Όταν ο καθρέπτης μετακινηθεί σε απόσταση $OM'=6\sqrt{2}m$ στο Σ παρατηρείται και πάλι ενισχυτική συμβολή ενώ γνωρίζουμε ότι μεσολαβούν 3 ακόμα μέγιστα. Να υπολογιστούν το μήκος κύματος και η συχνότητα των ηχητικών κυμάτων.



$\lambda=2m$ και $f=170\text{Hz}$

►**Γ2.16** Η διάταξη του σχήματος 2 αποτελείται από δύο σωλήνες A και B . Ο σωλήνας B μπορεί να μετακινείται. Με τον τρόπο αυτό μεταβάλλεται το μήκος x . Μια πηγή δημιουργεί ηχητικά κύματα μήκους κύματος λ , στο ανοικτό άκρο Π του σωλήνα. Στο άλλο άκρο Σ του σωλήνα φτάνουν ταυτόχρονα δύο ηχητικά κύματα. Οι σωλήνες αρχικά έχουν το ίδιο μήκος δηλαδή $(\Pi A \Sigma)=(\Pi B \Sigma)$.



Τα κύματα δημιουργούνται από την πηγή συχνότητας $f=510\text{Hz}$ και διαδίδονται μέσω του αέρα στους σωλήνες A και B . Όταν μετακινούμε το σωλήνα B (μεταβάλλοντας την απόσταση x) παρατηρούμε ότι η ένταση του ήχου στο σημείο Σ αυξομειώνεται.

- Να υπολογίσετε την ελάχιστη του μήκους x για την οποία παρατηρείται απόσβεση στο σημείο Σ .
- Να υπολογίσετε την ελάχιστη μετατόπιση του σωλήνα από την προηγούμενη θέση ώστε να παρατηρηθεί η αμέσως επόμενη ενίσχυση ήχου στο σημείο Σ .

Δίνεται $v=340\text{m/s}$.

A. $1/6m$, B $1/6m$