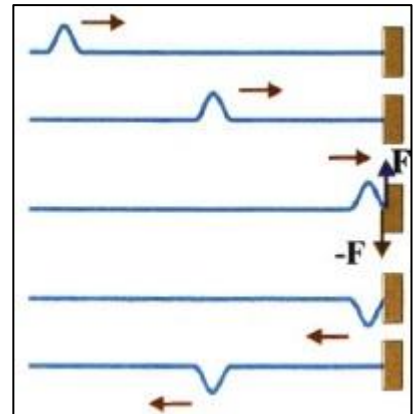


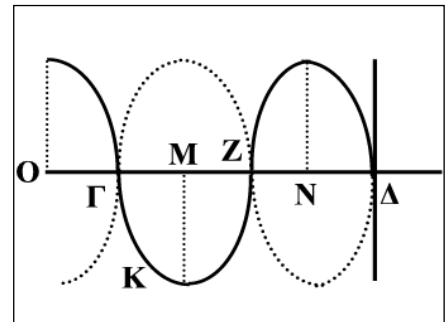
3. ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

► **Στάσιμο κύμα:** Είναι το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων, ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις.

• **Παραγωγή στάσιμου Κύματος:** Σχοινί είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ελεύθερο άκρο το κρατάμε με το χέρι μας. Εάν εξαναγκάσουμε το ελεύθερο άκρο του σχοινοῦ να κάνει αρμονική ταλάντωση (σχήμα 1) το αρμονικό κύμα που δημιουργείται και το όμοιο του που προκύπτει από την ανάκλαση στο ακλόνητο σημείο συμβάλλουν δημιουργώντας στάσιμο κύμα.



• **Η μορφολογία του στάσιμου κύματος:** Αν φωτογραφίσουμε το σχοινί σε διάφορες χρονικές στιγμές, θα παρατηρήσουμε ότι υπάρχουν σημεία στο σχοινί - οι **δεσμοί** - που παραμένουν διαρκώς ακίνητα (πχ τα Δ, Ζ, Γ) ενώ όλα τα άλλα εκτελούν ταλάντωση με την ίδια συχνότητα. Το πλάτος της ταλάντωσης δεν είναι ίδιο για όλα τα σημεία που ταλαντώνονται. Μέγιστο πλάτος έχουν οι **κοιλίες**, δηλαδή τα σημεία που βρίσκονται στο μέσο της απόστασης μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, (πχ τα Ο, Μ, Ν). Όλα τα άλλα σημεία όπως πχ το Κ ταλαντώνονται με ένα ενδιάμεσο πλάτος.



► **Εξίσωση στάσιμου κύματος:**

$$y_{\sigma} = y_1 + y_2 = \left[2A \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right] \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} \right)$$

• **Πλάτος στάσιμου κύματος:**

$$A' = 2A \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$$

• **Η φάση του στάσιμου κύματος**

$$\varphi = \frac{2\pi t}{T}$$

Απόδειξη: Η εξίσωση προκύπτει από τη σύνθεση του προσπίπτοντος κύματος με εξίσωση $y_1 = A\eta\mu(\omega t - 2\pi x/\lambda)$ που οδεύει προς τη θετική φορά και του ανακλώμενου με εξίσωση $y_2 = A\eta\mu(\omega t + 2\pi x/\lambda)$, που οδεύει προς την αρνητική. Από την πρόσθεση των τριγωνομετρικών μορφών με τη βοήθεια του τύπου $\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \eta\mu\frac{\alpha-\beta}{2}$, προκύπτει

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} \right) + A \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \rightarrow y = \left[2A \cdot \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right] \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} \right)$$

♣ **Η εξίσωση αυτή του στάσιμου ισχύει υπό 2 προϋποθέσεις:**

1. Το σημείο Ο που θεωρούμε ως αρχή των αποστάσεων να είναι κοιλία.
2. Τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει ολοκληρωθεί η συμβολή των δύο αντίθετων κυμάτων και το σημείο Ο βρίσκεται στη θέση ισορροπίας ($y=0$) με θετική ταχύτητα.

• **Παρατηρήσεις:** Το πλάτος $A' = 2A \left| \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$ είναι συνάρτηση της θέσης x του κάθε σημείου και

παίρνει τιμές από 0 έως $2A$. Δεν εξαρτάται από το χρόνο.

Η φάση του στάσιμου $\varphi = 2\pi t/T$ είναι συνάρτηση μόνο του χρόνου πράγμα που δείχνει ότι η φάση δεν ταξιδεύει.

Η συχνότητα και η περίοδος του στάσιμου είναι η ίδια με τη συχνότητα και την περίοδο των κυμάτων που το δημιουργήσαν.

- **Για τους δεσμούς και τις κοιλίες:** Αν στη θέση $x=0$ υπάρχει κοιλία τότε:
- Οι δεσμοί πρέπει είναι ακίνητα σημεία και πρέπει να ικανοποιούν τη σχέση:

$$A'=0 \quad x_δ=(2κ+1)\frac{\lambda}{4} \quad κ=0,1,2,..$$

- Οι κοιλίες πρέπει να σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος ικανοποιούν τη σχέση:

$$A'=\pm 2A \quad x_κ=\frac{κ\lambda}{2} \quad κ=0,1,2,..$$

- Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών ή κοιλιών είναι $\lambda/2$
- Η απόσταση δεσμού από την αμέσως επόμενη κοιλία είναι $\lambda/4$

- **Η ταχύτητα ταλάντωσης** των σημείων του μέσου στο οποίο υπάρχει στάσιμο κύμα είναι:

$$v_σ=v_{0σ}\sin\frac{2\pi t}{T} \quad v_{0σ}=A'\cdot\omega \quad \text{και} \quad A'=2A \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \quad \text{Άρα:} \quad v_σ=2A\omega \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \sin\frac{2\pi t}{T}$$

- **Η διαφορά φάσης σημείων στάσιμου:**

$\Delta\phi=0$ για δύο σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών.

$\Delta\phi=\pi \text{ rad}$ για δύο σημεία εκατέρωθεν ενός δεσμού που απέχουν απόσταση μικρότερη από $\lambda/2$.

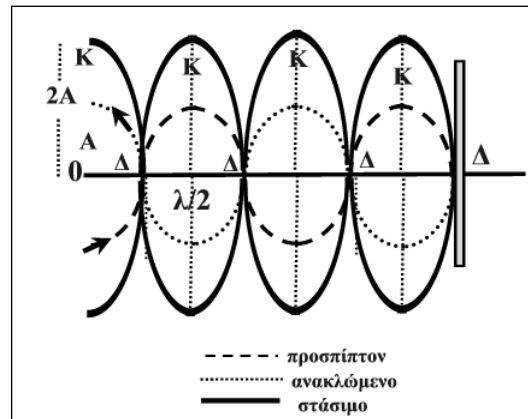
- **Ενεργειακή προσέγγιση:** Εφόσον στο στάσιμο κύμα υπάρχουν σημεία που παραμένουν πάντα ακίνητα, δε μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο (αυτός επίσης είναι ένας βασικός λόγος που διαφοροποιεί την κατάσταση του στάσιμου κύματος από αυτό που ορίσαμε ως κύμα). Η ενέργεια που είχαν τα αρχικά κύματα, η συμβολή των οποίων έδωσε το στάσιμο κύμα, εγκλωβίζεται ανάμεσα στους δεσμούς. Σε μια χορδή, στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, η ενέργεια μετατρέπεται συνεχώς από ελαστική δυναμική ενέργεια, όταν η χορδή είναι στιγμιαία ακίνητη, σε κινητική όταν η χορδή διέρχεται από τη θέση ισορροπίας. Στις ενδιάμεσες θέσεις τα μόρια της χορδής, έχουν και κινητική και δυναμική ενέργεια.

► Διαφορές στάσιμου και τρέχοντος κύματος:

1. Στο τρέχον κύμα όλα τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.
Στο στάσιμο το πλάτος ταλάντωσης κυμαίνεται από 0 έως $2A$ και εξαρτάται από τη θέση τους.
2. Στο τρέχον κύμα έχουμε μεταφορά ενέργειας και ορμής.
Στο στάσιμο δεν έχουμε μεταφορά ενέργειας και ορμής.
3. Στο τρέχον, η φάση μετατοπίζεται με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος, $\phi=2\pi(t/T-x/\lambda)$
Στο στάσιμο, η φάση δεν μετατοπίζεται, $\phi=2\pi t/T$.
4. Στο τρέχον, όλα τα σημεία ταλαντώνονται.
Στο στάσιμο υπάρχουν και σημεία (δεσμοί) που μένουν ακίνητα.
5. Στο τρέχον τα σημεία περνούν από τη θέση ισορροπίας τους σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, εκτός αυτών που είναι συμφασικά και περνούν ταυτόχρονα.
Στο στάσιμο όλα τα υλικά σημεία του μέσου περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
6. Στο τρέχον δύο σημεία που έχουν απόσταση μικρότερη ή ίση από λ έχουν διαφορά φάσης που κυμαίνεται από 0 έως $2\pi \text{ rad}$
Στο στάσιμο δύο σημεία που έχουν απόσταση μικρότερη ή ίση του $\lambda/2$ έχουν διαφορά φάσης που είναι 0 ή π .

Σημειώσεις

Για το μηχανισμό παραγωγής του στάσιμου κύματος μπορούμε να δούμε την διπλανή εικόνα. Το προσπίπτον κύμα που οδεύει προς τα δεξιά ανακλάται σε ακλόνητο σημείο Δ και μετά κινείται αντίθετα με το ίδιο πλάτος αλλά με αλλαγή φάσης κατά π rad. Τότε συμβάλλει με το προσπίπτον και δημιουργεί το στάσιμο. Τα σημεία Δ που μένουν ακίνητα είναι δεσμοί ενώ τα σημεία K είναι κοιλίες και ταλαντώνονται με πλάτος διπλάσιο από αυτό του προσπίπτοντος κύματος



Ερωτήσεις – Παραδείγματα

Ερώτηση 1^η. Πως από την εξίσωση του στάσιμου μπορώ να πάρω τα στοιχεία των κυμάτων που το παρήγαγαν και να φτιάξω τις εξισώσεις τους.

Στάσιμο κύμα έχει εξίσωση $y=0,4\sin(2\pi x/3)\cdot\eta\mu(\pi t)$, (SI) και στο σημείο $x=0$ υπάρχει κοιλία. Να γραφούν οι εξισώσεις των κυμάτων που το παρήγαγαν και να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του κύματος.

Απάντηση

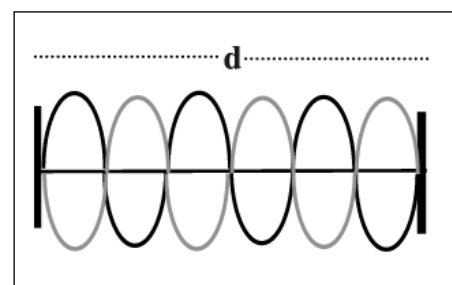
Το πλάτος $2A=0,4\text{m}\rightarrow A=0,2\text{m}$, $\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{2\pi x}{3}\rightarrow\lambda=3\text{m}$. Άρα η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με $\lambda/2=1,5\text{m}$ που λέγεται και μήκος στάσιμου κύματος.

Από τη φάση $\frac{2\pi t}{T}=\pi t\rightarrow T=2\text{s}\rightarrow f=0,5\text{Hz}\rightarrow\omega=\pi\text{ rad/s}$

Άρα οι εξισώσεις των δύο όμοιων κυμάτων που οδεύουν αντίθετα στην ίδια χορδή θα είναι

$$y_{1,2}=A\eta\mu(\omega t\pm 2\pi x/\lambda)\rightarrow y_{1,2}=0,2\eta\mu(\pi t\pm 2\pi x/3)\text{ (SI)}$$

Ερώτηση 2^η. Σε μια χορδή μήκους $d=30\text{m}$, που είναι στερεωμένη στα δύο άκρα της σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Αν στη χορδή σχηματίζονται συνολικά 7 δεσμοί (μαζί και με τα άκρα) τότε πως μπορώ να υπολογίσω το μήκος κύματος και τη συχνότητα αν γνωρίζω ότι η ταχύτητα της δόνησης στη χορδή είναι 1000m/s .

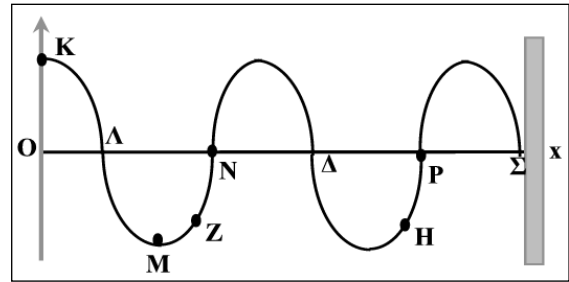


Απάντηση

Όπως βλέπουμε στο σχήμα οι 7 δεσμοί δημιουργούν 6 στάσιμα κύματα που το καθένα έχει μήκος στάσιμου $\lambda/2$ δηλαδή την απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών. Συνεπώς $d=6(\lambda/2)=3\lambda\rightarrow\lambda=d/3=10\text{m}$. Η συχνότητα είναι $f=\frac{v}{\lambda}=100\text{Hz}$.

Όταν έχουμε την περίπτωση αυτή που το στάσιμο αρχίζει και τελειώνει σε κοιλία δεν ισχύει η εξίσωση του στάσιμου που ξέρουμε ότι οι τύποι που δίνουν τις κοιλίες και τους δεσμούς. Ότι θέλουμε το υπολογίζουμε από το σχήμα, δηλαδή τη χορδή και το στάσιμο. Στο σχήμα μπορούμε να δούμε καθαρά του 7 δεσμούς. Αλλά και τον τρόπο ταλάντωσης της χορδής.

Ερώτηση 3^η. Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο μιας χορδής στην οποία παράγεται στάσιμο κύμα. Το σημείο Κ είναι κοιλία και βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση του σημείου με θέση $x=0$. Το σημείο Σ είναι ακλόνητο.



α. Πως τα που θα κινηθεί το σημείο Ζ την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή;

Κατ'αρχάς αφού το Κ είναι στο πλάτος του όλα τα σημεία που ταλαντώνονται βρίσκονται στη μέγιστη δική τους απομάκρυνση, δηλαδή η χορδή στην εικόνα είναι στιγμιαία ακίνητη. Συνεπώς όλο το τμήμα ΛΝ δηλαδή και το Ζ και το Μ θα κινηθούν προς τα πάνω και επειδή όλα τα σημεία του τμήματος είναι συμφασικά θα περάσουν μαζί από τη θέση ισορροπίας τους.

β. Μήπως δύο όμοια υλικά σημεία στα σημεία Μ και Ζ έχουν και ίσες κινητικές ενέργειες όταν περνάνε από τη θέση ισορροπίας;

Όχι. Διότι έχουν διαφορετικό πλάτος ταλάντωσης άρα και διαφορετική μέγιστη ταχύτητα $v_0=A\omega$ όταν θα περνάνε από τη θέση ισορροπίας. Το Μ είναι κοιλία και έχει πλάτος μέγιστη δηλαδή $2A$ ενώ το Ζ δεν είναι και θα έχει πλάτος μικρότερο $A_Z=2A\sin 2\pi x/\lambda$. Συνεπώς $v_{0,Z} < v_{0,M} \rightarrow K_Z < K_M$.

Αντιθετως δύο κοιλίες πχ το Μ και το Κ που κάνουν ακριβώς την ίδια κίνηση απλά με αντίθετες φορές όταν περνούν από τη θέση ισορροπίας τους θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες $V=2A\omega$ και φυσικά δύο όμοια υλικά σημεία θα έχουν και ίσες κινητικές ενέργειες $K=\frac{1}{2}m\cdot V^2$.

γ. Ποια είναι η διαφορά φάσης των Μ και Ζ αλλά και του Μ με το Κ, και του Κ με το Ζ, και του Ζ με το Η;

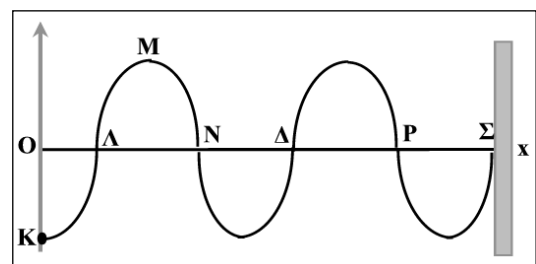
Τα Μ και Ζ βρίσκονται ανάμεσα από δύο διαδοχικούς δεσμούς και έχουν $\Delta\phi=0$ ενώ τα Κ και Μ εκατέρωθεν του δεσμού Λ και σε ίση απόσταση από $\lambda/2$ και έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad. Περνάνε ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους αλλά με αντίθετες κατευθύνσεις. Τα Κ και Ζ είναι επίσης εκατέρωθεν του δεσμού Λ και περνάνε ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας με αντίθετες κατευθύνσεις άρα $\Delta\phi=\pi$ rad. Για τα Ζ, Η που δεν ανήκουν στις προηγούμενες κατηγορίες πρέπει να κοιτάξουμε τη φορά της κίνησής τους. Και τα δύο κινούνται προς τα πάνω και συνεπώς όπως όλα τα σημεία θα περάσουν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας και έχουν $\Delta\phi=0$. Δεν ανήκουν στην ίδια άτρακτο αλλά σε ατράκτους που κάνουν ακριβώς την ίδια κίνηση προς την οριζόντια θέση.

δ. Αν το μήκος του κύματος είναι λ πόση είναι η απόσταση ΟΣ συναρτήσει του λ ;

Εδώ το μάτι κάνει όλη τη δουλειά. $OS = \lambda/4 + \lambda + \lambda = 9\lambda/4$. Θα μπορούσαμε με τον τύπο που δίνει τη θέση των δεσμών μιας και το Σ είναι δεσμός. $OS = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$ και με $k=4$ αφού είναι ο 5^{ος} στη σειρά δεσμός και το κ παίρνει τιμές από 0 και πάνω. Άρα και από τον τύπο βλέπουμε ότι $OS=9\lambda/4$.

ε. Αν το εν λόγω στιγμιότυπο είναι τη χρονική στιγμή $t=0$ ποιο θα ήταν το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t=T/2$.

Οι δεσμοί μένουν ακίνητοι και οι κοιλίες θα έχουν πάει στην ακριβώς αντίθετη θέση. Οπότε οι άτρακτοι θα είναι ακριβώς αντίθετοι από το αρχικό στιγμιότυπο. Τη χρονική στιγμή $t=T/4$ η χορδή θα είναι οριζόντια.



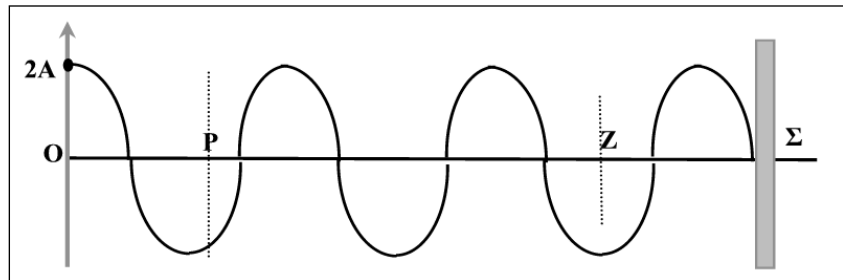
Ερώτηση 4^η. Χορδή είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο με το ένα της άκρο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο και θεωρείται ως $x=0$ ενώ σε αυτό σχηματίζεται κοιλιά. Το μήκος της χορδής είναι $L=3,25\lambda$, όπου λ το μήκος των απλών κυμάτων που συμβάλουν και δίνουν το στάσιμο. Πως μπορώ να υπολογίσω τον αριθμό των δεσμών και μετά να σχεδιάσω ένα στιγμιότυπο;

Απάντηση

Το μήκος της χορδής αντιστοιχεί πάντοτε στη θέση του τελευταίου δεσμού αφού η χορδή είναι ακλόνητη στο ένα άκρο της, Σ. Άρα

$$L=(2k+1)\frac{\lambda}{4} \rightarrow 3,25\lambda \cdot 4 = (2k+1)\lambda \rightarrow 13=(2k+1) \rightarrow k=6.$$

Αν το μέγιστο k είναι 6 τότε μετράμε 7 δεσμούς δηλαδή ($k=0,1,2,3,4,5,6$). Σχεδιάζω στιγμιότυπο με όλα τα σημεία στο πλάτος τους με 7 δεσμούς και στο δεξιό άκρο σίγουρα δεσμό και το άλλο κοιλιά ($x=0$). Στη συνέχεια μπορώ να μετρήσω την εικόνα και να δω ότι πράγματι $L=\lambda+\lambda+\lambda+\lambda/4=3,25\lambda$



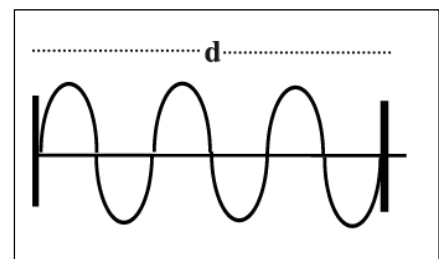
• Πόσοι δεσμοί και πόσες κοιλίες περιέχονται μεταξύ του $x_1=0,6\lambda$ (σημείο P) και του $x_2=2,5\lambda$ (σημείο Z).

Κλασσικό θεματάκι πάλι με τον τύπο των δεσμών αφού ζητάει δεσμούς.

$0,6\lambda < x_2 < 2,5\lambda \rightarrow 0,6\lambda < (2k+1)\frac{\lambda}{4} < 2,5\lambda \rightarrow 2,4 < (2k+1) < 10 \rightarrow 1,4 < 2k < 9 \rightarrow 0,7 < k < 4,5$. Το k παίρνει μόνο ακέραιες τιμές συνεπώς παίρνει τις $k=1,2,3,4$. Άρα **4 δεσμοί**.

Για τις κοιλίες μεταξύ των ίδιων σημείων: $0,6\lambda < x_k < 2,5\lambda \rightarrow 0,6\lambda < \frac{k\lambda}{2} < 2,5\lambda \rightarrow 1,2 < k \leq 5$. Συνεπώς $k=2,3,4,5$, δηλαδή **4 κοιλίες** μαζί με το Z που είναι κοιλιά.

Ερώτηση 5^η Χορδή μήκους $d=1\text{m}$ είναι τεντωμένη και στερεωμένη και στα δύο άκρα της σε ακλόνητα σημεία. Πηγή παράγει πάνω στη χορδή εγκάρσια κύματα τα οποία τρέχουν σε αυτήν με ταχύτητα $v=8\text{m/s}$. Για ποιες τιμές της συχνότητας της πηγής είναι δυνατή η παραγωγή στάσιμων κυμάτων πάνω στη χορδή;



Απάντηση

Επειδή τα άκρα της χορδής είναι ακλόνητα θα σχηματίζονται σε αυτά πάντοτε δεσμοί. Άρα όταν στη χορδή αποκατασταθούν στάσιμα κύματα το μήκος της θα ισοδυναμεί με έναν ακέραιο αριθμό στάσιμων κυμάτων δηλαδή

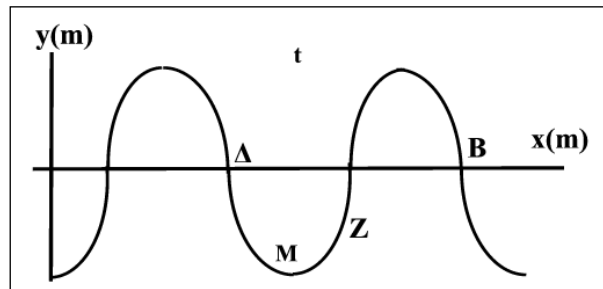
$$d=N\frac{\lambda}{2} \text{ όπου } N=1,2,3,4,\dots$$

$$d=N\frac{\lambda}{2} \rightarrow d=N\frac{v}{2f} \rightarrow f=N\frac{v}{2d} \rightarrow f=N\frac{8\text{m/s}}{2\text{m}} \rightarrow f=4\cdot N \quad N=1,2,3,4,\dots$$

Άρα οι κατάλληλες συχνότητες πρέπει να είναι ακέραια πολλαπλάσια του 4Hz δηλαδή **4Hz, 8Hz, 12Hz, 16Hz.....**

Ερώτηση 6^η Στο σχήμα βλέπουμε ένα τυχαίο στιγμιότυπο κύματος. Να απαντηθούν οι ερωτήσεις που ακολουθούν

α. Αν το σημείο Δ είναι ακίνητο, τότε το στιγμιότυπο αντιστοιχεί σε τρέχον ή σε στάσιμο κύμα; Πρέπει να είναι και τα Μ και Ζ ακίνητα;



Απάντηση:

Το Δ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας. Αν το κύμα ήταν τρέχον θα είχε ταχύτητα και μάλιστα μέγιστη. Συνεπώς το στιγμιότυπο αντιστοιχεί σε στάσιμο κύμα. Το σημείο Δ είναι δεσμός. Τα Μ και Ζ είναι δύο συμφασικά σημεία αφού βρίσκονται ανάμεσα από δύο διαδοχικούς δεσμούς. Αν το Μ είναι στη μέγιστη απομάκρυνση του θα είναι και το Ζ και θα είναι και τα δύο ακίνητα. Αλλά μπορεί και να μην είναι, οπότε θα κινούνται και τα δύο προς την ίδια κατεύθυνση.

β. Αν το σημείο Μ κινείται προς τα κάτω το κύμα είναι τρέχον ή στάσιμο; Προς τα πού κινείται τότε το Ζ;

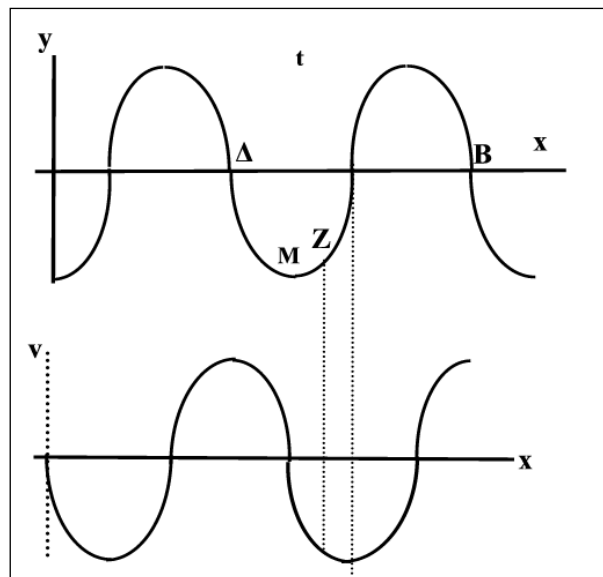
Απάντηση

Αν το κύμα είναι τρέχον τότε το Μ είναι σημείο μέγιστης απομάκρυνσης και τη στιγμή αυτή θα είναι ακίνητο. Αφού το Μ κινείται το κύμα είναι στάσιμο, οπότε κινείται και το Ζ προς τα κάτω αφού είναι συμφασικό του Μ.

γ. Αν το σημείο Μ είναι ακίνητο και το Ζ κινείται προς τα κάτω τότε το στιγμιότυπο απεικονίζει κύμα τρέχον ή στάσιμο; Και αν είναι τρέχον προς ποια κατεύθυνση κινείται; Προς ποια κατεύθυνση κινείται το Δ;

Απάντηση

Αν το Μ είναι ακίνητο και το Ζ κινείται, πρόκειται περί τρέχοντος κύματος, γιατί όπως δείξαμε αν ήταν στάσιμο θα ήταν ή και τα δύο σημεία ακίνητα ή και τα δύο σε κίνηση. Έστω ότι το κύμα οδεύει προς τα δεξιά. Το σημείο Β έχει θετική ταχύτητα. Με βάση αυτό σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης όλων των σημείων οπότε βλέπουμε ότι το Ζ έχει αρνητική ταχύτητα, δηλαδή κινείται προς τα κάτω. Άρα συμφωνεί με την εκφώνηση. Συνεπώς το κύμα οδεύει προς τα δεξιά. Το Δ κινείται προς τα πάνω.



3. Τα στάσιμα κύματα

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Θ3.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις προτάσεις που ακολουθούν:

Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα συμβολής δύο κυμάτων ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο ελαστικό μέσο με κατευθύνσεις.

β. Το πλάτος ταλάντωσης σε ένα στάσιμο κύμα δεν είναι το για όλα τα σημεία αλλά εξαρτάται από τη αυτών.

γ. Σε ένα στάσιμο κύμα θεωρούμε ότι η αρχή μέτρησης των αποστάσεων ($x=0$) είναι κοιλία. Το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι λ . Η θέση των κοιλιών προσδιορίζεται από τη σχέση $x=.....$ και των δεσμών από τη σχέση, $x=.....$

δ. Το στάσιμο δεν είναι κύμα εφόσον δεν μεταφέρει τη του.

ε. Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών, ή κοιλιών είναι ίση με το του μήκους λ των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο.

στ. Σε μια χορδή στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, η ενέργεια μετατρέπεται συνεχώς από ελαστική ενέργεια, όταν η χορδή είναι στιγμιαία ακίνητη, σε κινητική όταν η χορδή διέρχεται από τη θέση και αντίστροφα.

Θ3.2 Σε μια τεντωμένη ομογενή χορδή συμβάλλουν δύο κύματα με εξισώσεις $y_1=A\eta\mu 2\pi(t/T-x/\lambda)$ και $y_2=A\eta\mu 2\pi(t/T+x/\lambda)$.

α. Να αποδειχθεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει.

β. Ποια σημεία της χορδής ονομάζονται δεσμοί και ποια κοιλίες;

γ. Να αποδειχθούν οι σχέσεις που δίνουν τις αποστάσεις των κοιλιών και των δεσμών από την αρχή $x=0$ αν υποθεθεί πως σε αυτήν σχηματίζεται κοιλία.

δ. Να υπολογίσετε πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο διαδοχικοί δεσμοί και δυο διαδοχικές κοιλίες.

ε. Να περιγράψετε τις ενεργειακές μετατροπές που συμβαίνουν στα μέρη ενός ελαστικού μέσου στο οποίο παράγεται στάσιμο κύμα και να αιτιολογήσετε γιατί στο στάσιμο κύμα δεν μεταφέρεται ενέργεια.

Θ3.3 Χορδή είναι οριζόντια στερεωμένη με το ένα της άκρο σε ακλόνητο σημείο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο. Στο ελεύθερο παράγεται κοιλία, στο ακλόνητο δεσμός ενώ συνολικά παράγονται 4 δεσμοί. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η χορδή είναι οριζόντια και το ελεύθερο άκρο είναι έτοιμο να κινηθεί προς τα πάνω. Να σχεδιαστούν στο ίδιο σχήμα τα στιγμιότυπα τις χρονικές στιγμές:
 $t_1=T/4$, $t_2=T/2$, $t_3=3T/4$, $t_4=T$.

Θ3.4 Σε μια τεντωμένη χορδή που ταυτίζεται με τον άξονα Ox παράγονται στάσιμα κύματα με εξίσωση της μορφής $y=2A\sin(2\pi x/\lambda)\cdot\eta\mu(2\pi t/T)$. Να αποδείξετε ότι:

α. Όλα τα σημεία που ταλαντώνονται περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους και φτάνουν ταυτόχρονα στη μέγιστη απομάκρυνσή τους.

β. Οι ταλαντώσεις δύο διαδοχικών κοιλιών έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad.

γ. Το σημείο με $x=0$ είναι κοιλία.

δ. Το πρώτο σημείο της χορδής που έχει πλάτος ίσο με A , έχει θέση $x=\lambda/6$.

Θ3.5 Σε μια τεντωμένη χορδή που ταυτίζεται με τον άξονα Ox παράγονται στάσιμα κύματα με εξίσωση της μορφής $y=2A\sin(2\pi x/\lambda)\cdot\eta\mu(2\pi t/T)$. Να αποδείξετε ότι:

α. Δύο σημεία που βρίσκονται ανάμεσα από δύο διαδοχικούς δεσμούς έχουν $\Delta\phi=0$

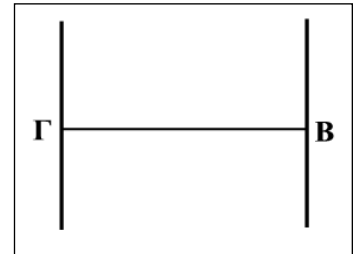
β. Δύο σημεία που βρίσκονται αριστερά και δεξιά από ένα δεσμό και απέχουν απόσταση από αυτόν μικρότερη του $\lambda/2$ έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad.

Θ3.6 Χορδή είναι οριζόντια στερεωμένη και με τα δύο άκρα της σε ακλόνητα σημεία. Στη χορδή παράγονται στάσιμα κύματα με περίοδο T και τα δύο άκρα είναι δεσμοί. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η χορδή είναι σε οριζόντια θέση. Να σχεδιαστούν στιγμιότυπα της χορδής τις χρονικές στιγμές $T/4$, $T/2$, $3T/4$ και T στις περιπτώσεις που παράγονται:

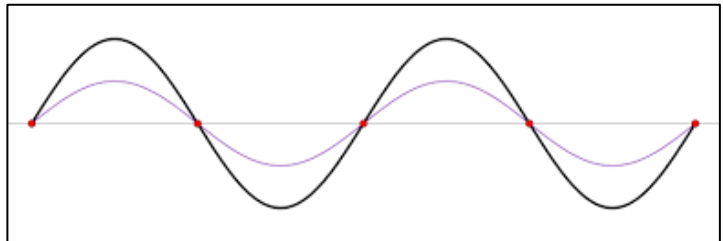
I. Μία κοιλία.

II. Δύο κοιλίες

III. Τρεις κοιλίες.



Θ3.7 Στη διπλανή εικόνα φαίνεται ένα στάσιμο κύμα. Μπορείτε να δείξετε τους δεσμούς και τις κοιλίες;



A3.9 Δύο σημεία μιας χορδής στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα βρίσκονται αριστερά και δεξιά από μια κοιλία και απέχουν από αυτήν αποστάσεις ίσες με $\lambda/6$, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Τα σημεία αυτά έχουν

- διαφορετικό πλάτος.
- ίδια συχνότητα ταλάντωσης.
- ίδια ενέργεια.
- ίδια φάση.
- διαφορετική μέγιστη κινητική ενέργεια

Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

A3.10 Δύο σημεία μιας χορδής στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα βρίσκονται αριστερά και δεξιά από μια κοιλία και απέχουν απόσταση $\lambda/4$ από αυτήν, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Τα σημεία αυτά έχουν:

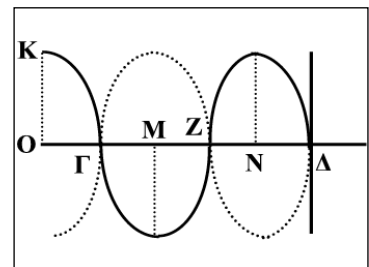
- Μέγιστο πλάτος ταλάντωσης.
- Διαφορά φάσης, π rad.
- Ταχύτητα ταλάντωσης συνεχώς μηδέν.
- Διαφορετική ενέργεια.

A3.11 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στα στάσιμα κύματα είναι σωστές ή λανθασμένες;

- Δεν μεταφέρουν ενέργεια.
- Όλα τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια φάση.
- Όλα τα σημεία μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ταλαντώνονται με πλάτος $2A$.
- Όλα τα σημεία που είναι εκατέρωθεν ενός δεσμού και απέχουν από αυτόν απόσταση μικρότερη από $\lambda/2$ έχουν κάθε χρονική στιγμή, διαφορά φάσης π rad.
- Όλα τα σημεία που ταλαντώνονται διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.

!A3.12 Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι ακραίες θέσεις που παίρνει μια χορδή στην οποία σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Τα κύματα που συμβάλλουν έχουν μήκος κύματος λ , πλάτος A και συχνότητα f . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί;

- Τα σημεία Γ, Ζ και Δ είναι δεσμοί.
- Τα σημεία Ο, Μ, και Ν είναι κοιλίες.
- Οι θέσεις ισορροπίας των Ο και Μ απέχουν μεταξύ τους 1λ .
- Οι δύο ακραίες θέσεις ταλάντωσης του Μ απέχουν $2A$.
- Το μήκος της χορδής ΟΔ ισούται με $5\lambda/4$.
- Η διαφορά φάσης των σημείων Μ και Ν είναι μηδενική.
- Τα σημεία Ο, Μ και Ν έχουν την ίδια ενέργεια ταλάντωσης.



A3.13 Στάσιμο κύμα δημιουργείται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου. Δύο υλικά σημεία Α και Β του ελαστικού μέσου, βρίσκονται δεξιά ενός δεσμού, σε αποστάσεις $\lambda/8$ και $\lambda/4$ αντίστοιχα. Η ενέργεια ταλάντωσης E_A του σημείου Α θα είναι :

- μηδέν
- μεγαλύτερη της ενέργειας ταλάντωσης E_B του σημείου Β
- ίση με την ενέργεια ταλάντωσης E_B του σημείου Β
- μικρότερη της ενέργειας ταλάντωσης E_B του σημείου Β

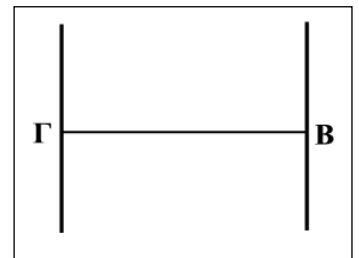
A3.14 Σε ευθύγραμμο ελαστικό μέσο, που εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα $x'x$, έχουμε διάδοση κυμάτων. Στο ελαστικό μέσο δημιουργείται στάσιμο κύμα, με το σημείο $x = 0$ του ελαστικού μέσου να είναι κοιλία.

Ξεκινώντας από το σημείο $x = 0$ και κινούμενοι προς τα θετικά του άξονα $x'x$, η διαφορά φάσης μεταξύ της δεύτερης και της πέμπτης κοιλίας που συναντάμε είναι:

- α. $\pi/2$ rad β. π rad γ. 2π rad δ. 0 rad

A3.15 Σε μια χορδή μήκους $\Gamma B = d$ που είναι στερεωμένη στα δύο άκρα Γ και B σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Αν στη χορδή σχηματίζονται συνολικά 5 δεσμοί (μαζί και με τα άκρα) τότε το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργήσαν το στάσιμο είναι:

- α. $\lambda = d$ β. $\lambda = d/4$ γ. $\lambda = 3d/2$ δ. $\lambda = d/2$



A3.16 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται σε στάσιμα κύματα είναι σωστές;

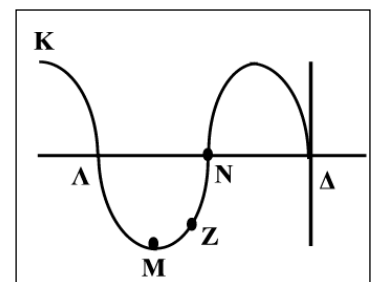
- Όλα τα σημεία ενός στάσιμου κύματος ταλαντώνονται.
- Το στάσιμο κύμα δεν μεταφέρει ενέργεια από σημείο σε σημείο.
- Όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου διέρχονται ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- Το πλάτος ταλάντωσης εξαρτάται από τη θέση του κάθε σημείου.
- Στάσιμα κύματα δημιουργούνται μόνο με εγκάρσια κύματα.

A3.17 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται σε στάσιμα κύματα είναι σωστές;

- Η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών είναι ίση με $\lambda/4$.
- Στάσιμα κύματα μπορούν δημιουργηθούν στη χορδή ενός μουσικού οργάνου.
- Κατά την ταλάντωση της χορδής στην οποία έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα η ελαστική δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σταδιακά σε κινητική και αντιστρόφως.
- Δύο διαδοχικές κοιλίες έχουν διαφορά φάσης π rad.
- Δύο τυχαία σημεία ανάμεσα από δύο διαδοχικούς δεσμούς ταλαντώνονται με την ίδια φάση και το ίδιο πλάτος.
- Η φάση ταλάντωσης ενός σημείου του στάσιμου κύματος είναι ανεξάρτητη της θέσης, x του σημείου.

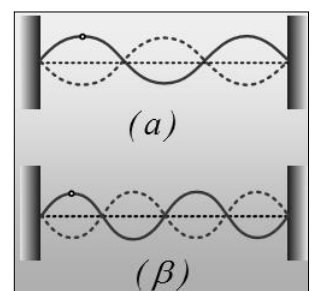
A3.18 Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο μιας χορδής στην οποία παράγεται στάσιμο κύμα. Το σημείο K είναι κοιλία και βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- Την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή το σημείο Z θα κινηθεί προς τα πάνω.
- Το σημείο Λ είναι πάντοτε ακίνητο.
- Η διαφορά φάσης των σημείων Z και M είναι μηδέν σε κάθε χρονική στιγμή.
- Η απόσταση ΛN είναι ίση με λ .
- Τα σημεία M και Z έχουν ίσες κινητικές ενέργειες όταν περνάνε από τη θέση ισορροπίας.
- Τα σημεία K και M έχουν διαφορά φάσης π rad και ίσες ενέργειες



! A3.19 Στο σχήμα βλέπουμε δύο στάσιμα κύματα που έχουν σχηματιστεί στην ίδια ακριβώς χορδή που είναι στερεωμένη στα δύο της άκρα. Ποια από τις σχέσεις συχνότητας και μήκους χορδής ισχύει για το κάθε στάσιμο κύμα;

- i. $f = 2v/L$ ii. $f = v/L$ iii. $f = 3v/2L$ iv. $f = 5v/2L$



! A3.20 Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε χορδή. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Όλα τα μόρια του ελαστικού μέσου έχουν ίδιες κατά μέτρο μέγιστες ταχύτητες.
- β. Αν αλλάξει η συχνότητα ταλάντωσης η απόσταση δύο διαδοχικών δεσμών θα μεταβληθεί.
- γ. Όλα τα σημεία που ταλαντώνεται μηδενίζουν ταυτόχρονα την ταχύτητά τους.
- δ. Αν η συχνότητα διπλασιαστεί η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών θα υποδιπλασιαστεί.
- ε. Δύο διαδοχικές κοιλίες έχουν διαφορά φάσης π rad.

! A3.21 Στη χορδή μιας κιθάρας, της οποίας τα άκρα είναι σταθερά στερεωμένα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μήκος της χορδής είναι ίσο με L . Τέσσερα (4) συνολικά σημεία (μαζί με τα άκρα) παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Αν λ είναι το μήκος κύματος των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα, τότε

- α. $L = 3\lambda$
- β. $L = 2\lambda$
- γ. $L = 3\lambda/2$
- δ. $L = 2\lambda/3$

A3.22 Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
- β. έχουν την ίδια φάση.
- γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.
- δ. είναι ακίνητα.

!A3.23 Στάσιμο κύμα δημιουργείται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου. Δύο υλικά σημεία Α και Β του ελαστικού μέσου, βρίσκονται δεξιά και αριστερά ενός δεσμού, σε αποστάσεις $\lambda/8$ και $5\lambda/8$ αντίστοιχα. Η ενέργεια ταλάντωσης E_A του σημείου Α θα είναι :

- α. μηδέν
- β. μεγαλύτερη της ενέργειας ταλάντωσης E_B του σημείου Β
- γ. ίση με την ενέργεια ταλάντωσης E_B του σημείου Β
- δ. μικρότερη της ενέργειας ταλάντωσης E_B του σημείου Β

! A3.24 Σε ευθύγραμμο ελαστικό μέσο, που εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα $x'x$, έχουμε διάδοση κυμάτων. Στο ελαστικό μέσο δημιουργείται στάσιμο κύμα, με το σημείο $x = 0$ του ελαστικού μέσου να είναι κοιλία. Ξεκινώντας από το σημείο $x = 0$ και κινούμενοι προς τα θετικά του άξονα $x'x$, η διαφορά φάσης

I. μεταξύ της δεύτερης και της τέταρτης κοιλίας που συναντάμε είναι:

- α. $\pi/2$ rad
- β. π rad
- γ. 2π rad
- δ. 0 rad

II. μεταξύ της δεύτερης και της πέμπτης κοιλίας που συναντάμε είναι:

- α. $\pi/2$ rad
- β. π rad
- γ. 2π rad
- δ. 0 rad

! A3.25 Χορδή είναι δεμένη σε ακλόνητο σημείο με το ένα της άκρο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο και θεωρείται ως $x=0$ ενώ σε αυτό σχηματίζεται κοιλία. Το μήκος της χορδής είναι $L=3,25\lambda$, όπου λ το μήκος των απλών κυμάτων που συμβάλουν και δίνουν το στάσιμο. Ο αριθμός των δεσμών που σχηματίζονται συνολικά (μαζί με το σταθερό άκρο) είναι:

- α. 6
- β. 7.
- γ. 8
- δ. 9

! A3.26 Δύο σημεία ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα, βρίσκονται το ένα αριστερά και το άλλο δεξιά ενός δεσμού και απέχουν από αυτόν το μεν πρώτο απόσταση $\lambda/3$ το δε δεύτερο απόσταση $5\lambda/6$. Τα σημεία αυτά έχουν

- α. Διαφορά φάσης $\Delta\phi=0$ και διαφορετικά πλάτη ταλάντωσης
- β. Διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad και διαφορετικά πλάτη ταλάντωσης
- γ. Ίσα πλάτη ταλάντωσης και διαφορά φάσης $\Delta\phi=0$
- δ. Ίσα πλάτη ταλάντωσης και διαφορά φάσης $\Delta\phi=\pi$ rad

A3.27 Τα σημεία ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο έχει δημιουργηθεί στάσιμο εγκάρσιο κύμα και τα οποία βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών έχουν:

- α. διαφορετική περίοδο ταλάντωσης.
- β. διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης.
- γ. διαφορά φάσης π (rad).
- δ. ίδια φάση.

A3.28 Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Τότε για τα διάφορα σημεία του ελαστικού μέσου ισχύει ότι

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης
- β. έχουν διαφορετική συχνότητα ταλάντωσης
- γ. το πλάτος ταλάντωσης τους εξαρτάται από τη θέση τους
- δ. γίνεται μεταφορά ενέργειας από το ένα σημείο στο άλλο.

A3.29 Το πλάτος της ταλάντωσης κάθε σημείου ελαστικού μέσου στο οποίο σχηματίζεται στάσιμο κύμα

- α. είναι ανεξάρτητο από τη θέση του σημείου
- β. εξαρτάται από τη θέση του σημείου.
- γ. εξαρτάται από τη θέση και τη χρονική στιγμή.
- δ. εξαρτάται από τη χρονική στιγμή.

A3.30 Σε στάσιμο κύμα δύο σημεία του ελαστικού μέσου βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών. Τότε τα σημεία αυτά

- α. διαφορά φάσης π .
- β. παίρνουν ταυτόχρονα μέγιστα και ελάχιστα.
- γ. έχουν διαφορά φάσης που εξαρτάται από την απόστασή τους.
- δ. έχουν διαφορά φάσης $\pi/2$.

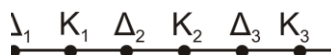
A3.31 Στη χορδή μιας κιθάρας, της οποίας τα άκρα είναι σταθερά στερεωμένα, δημιουργείται στάσιμο κύμα. Το μήκος της χορδής είναι ίσο με L . Έξι (6) συνολικά σημεία (μαζί με τα άκρα) παραμένουν συνεχώς ακίνητα. Αν λ είναι το μήκος κύματος των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προήλθε το στάσιμο κύμα, τότε:

- α. $\lambda = 2L/3$ β. $\lambda = L/5$ γ. $\lambda = 3L/5$ δ. $\lambda = 2L/5$

A3.32 Μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών στάσιμου κύματος τα σημεία του ελαστικού μέσου

- α. έχουν το ίδιο πλάτος ταλάντωσης.
- β. περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους και με την ίδια φορά κίνησης
- γ. έχουν την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.
- δ. περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους αλλά όχι όλα με την ίδια φορά κίνησης.

A3.33 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Μερικοί διαδοχικοί δεσμοί ($\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$) και μερικές διαδοχικές κοιλίες (K_1, K_2, K_3) του στάσιμου κύματος φαίνονται στο σχήμα.



Αν λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα, τότε η απόσταση ($\Delta_1 K_3$) είναι

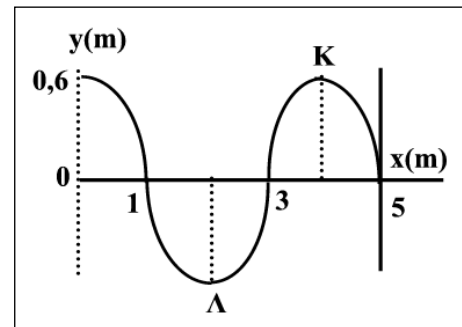
- α. λ β. $4\lambda/5$ γ. $3\lambda/4$ δ. $5\lambda/4$

A3.34 Στάσιμο κύμα δημιουργείται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές; Για όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται ισχύει ότι

- α. έχουν την ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.
- β. περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους
- γ. το πλάτος ταλάντωσής τους δεν εξαρτάται από την θέση τους.
- δ. έχουν την ίδια φάση.
- ε. έχουν την ίδια περίοδο.

A3.35 Στο σχήμα βλέπουμε στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος σε μια χρονική στιγμή t όπου όλα τα σημεία είναι ακίνητα. Το στάσιμο έχει προκύψει από τη σύνθεση δύο κυμάτων με πλάτος A , συχνότητα f και μήκος κύματος λ . Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

- α. Το πλάτος του κάθε κύματος είναι $A=0,6\text{m}$.
- β. Το μήκος του κάθε κύματος είναι 4m .
- γ. Τα σημεία K και Λ έχουν διαφορά φάσης $\pi \text{ rad}$.
- δ. Την αμέσως επόμενη χρονική στιγμή τα σημεία μεταξύ (0 και 1m) και τα σημεία μεταξύ (3m , 5m) θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις.
- ε. Τα σημεία με $x=1\text{m}$, $x=3\text{m}$ και $x=5\text{m}$ μένουν πάντα ακίνητα.



A3.36 Μεταξύ δύο σημείων A και B ενός στάσιμου κύματος που έχει δημιουργηθεί σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο παρεμβάλλονται συνολικά δύο δεσμοί. Τα σημεία A και B έχουν μεταξύ τους

- α. διαφορά φάσης ίση με 0
- β. διαφορά φάσης ίση με π
- γ. διαφορά φάσης ίση με $\pi/4$
- δ. διαφορά φάσης ίση με $\pi/2$.

A3.37 Όταν δύο κύματα που συμβάλουν στην ίδια χορδή $x'Ox$ με αντίθετες κατευθύνσεις έχουν πλάτος $A=0,1\text{m}$, συχνότητα $f=10\text{Hz}$, μήκος κύματος $\lambda=0,5\text{m}$, και στο σημείο $x=0$, σχηματίζεται κοιλία, τότε η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει είναι η

- α. $y=0,1\sin(\frac{\pi x}{4})\eta\mu(20\pi t)$ (SI)
- β. $y=0,2\sin(\frac{\pi x}{2})\eta\mu(20\pi t)$ (SI)
- γ. $y=0,2\sin(20\pi t)\eta\mu(4\pi x)$ (SI)
- δ. $y=0,2\sin(4\pi x)\cdot\eta\mu(20\pi t)$ (SI)

A3.38 Αν το στάσιμο κύματα σε μια χορδή έχει εξίσωση $y=0,4\sin(2\pi x)\cdot\eta\mu(10\pi t)$ (SI) τότε η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που το δημιούργησαν είναι

- α. $v=2\text{m/s}$
- β. $v=4\text{m/s}$
- γ. $v=5\text{m/s}$
- δ. $v=8\text{m/s}$

A3.39 Όταν δύο κύματα που συμβάλουν στην ίδια χορδή $x'Ox$ με αντίθετες κατευθύνσεις έχουν πλάτος $A=10\text{cm}$, συχνότητα $f=5\text{Hz}$, ταχύτητα διάδοσης $v=1\text{m/s}$ και στο σημείο $x=0$, σχηματίζεται κοιλία, τότε η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει είναι η

- α. $y=0,1\sin(4\pi x)\cdot\eta\mu(10\pi t)$ (SI)
- β. $y=0,2\sin(10\pi x)\cdot\eta\mu(20\pi t)$ (SI)
- γ. $y=0,2\sin(10\pi x)\cdot\eta\mu(10\pi t)$ (SI)
- δ. $y=0,2\sin(2\pi x)\cdot\eta\mu(10\pi t)$ (SI)

A3.40 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στο στάσιμο κύμα είναι σωστές

- α. Δύο υλικά σημεία που φτάνουν ταυτόχρονα σε ακραία φάση έχουν πάντοτε την ίδια φάση

- β. Αν δύο υλικά σημεία έχουν απόσταση $\lambda/2$ τότε είναι και τα δύο κοιλίες ή και τα δύο δεσμοί
- γ. Όσα από τα υλικά σημεία του μέσου ταλαντώνονται περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας τους.
- δ. Όσα από τα υλικά σημεία του μέσου ταλαντώνονται περνούν ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα.
- ε. Αν δύο υλικά σημεία έχουν απόσταση $\lambda/4$ τότε υποχρεωτικά το ένα είναι δεσμός και το άλλο κοιλία

A3.41 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αναφέρονται στο στάσιμο κύμα είναι σωστές

- α. Τα υλικά σημεία που είναι εκατέρωθεν ενός δεσμού και απέχουν απόσταση μικρότερη του $\lambda/2$ έχουν διαφορά φάσης π rad
- β. Τα υλικά σημεία που αντιστοιχούν σε κοιλίες έχουν μέγιστη κινητική ενέργεια μεγαλύτερη από τη μέγιστη κινητική ενέργεια των υπόλοιπων σημείων της χορδής.
- γ. Τα υλικά σημεία που είναι εκατέρωθεν ενός δεσμού έχουν κάθε χρονική στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις και αντίθετες ταχύτητες.
- δ. Οι κοιλίες έχουν κάθε χρονική στιγμή μέγιστη κινητική ενέργεια
- ε. Η ενέργεια δεν διαδίδεται από το ένα υλικό σημείο στο άλλο.

A3.42 Αν το πλάτος ενός στάσιμου κύματος δίνεται από τη σχέση $A' = 0,4 \sin(2\pi x)$ (SI) τότε

- α. δύο διαδοχικοί δεσμοί απέχουν μεταξύ τους 0,5m.
- β. στη θέση $x=0$ υπάρχει υποχρεωτικά κοιλία.
- γ. ένας δεσμός από τη μεθεπόμενη κοιλία απόσταση 1,25m.
- δ. Οι δύο ακραίες θέσεις μια κοιλίας απέχουν μεταξύ τους 0,8m.
- ε. Οι δύο ακραίες θέσεις κάθε υλικού σημείου που ταλαντώνεται απέχουν μεταξύ τους 0,8m.

ΘΕΜΑΤΑ Β**B3.1** Στάσιμο κύμα έχει εξίσωση $y=0,4\sin(\pi x/3)\cdot\eta\mu\pi t$, (SI).**I.** Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών του κύματος είναι:

- α. 1m β. 3m γ. 6m δ. 0.75m

II. Ο χρόνος μιας πλήρους ταλάντωσης μια κοιλίας είναι:

- α. π s β. 2s γ. 4s δ. 1s

B3.2 Δύο σημεία Κ και Λ ενός γραμμικού ελαστικού μέσου απέχουν $\Delta x=1\text{m}$ και είναι ο 3ος και 6ος δεσμός αντίστοιχα, στάσιμου κύματος. Αν η ταχύτητα διάδοσης είναι $v=100\text{m/s}$ τότε η συχνότητα του κύματος.

- α. $f=150\text{Hz}$ β. $f=300\text{Hz}$ γ. $f=75\text{Hz}$

B3.3 Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης μιας κοιλίας είναι 2m/s , ενώ η μέγιστη αντίστοιχη επιτάχυνση 5m/s^2 . Το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι:

- α. 0,1m β. 0,2m γ. 0,4m

B3.4 Οι εξισώσεις $y_1=0,5\sin 4\pi x\cdot\eta\mu 10\pi t$ (SI) και $y_2=0,2\sin 2\pi x\cdot\eta\mu 20\pi t$ (SI) περιγράφουν στάσιμα κύματα.

- α. Σε ποιο από τα δύο είναι μεγαλύτερη η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών; 2
β. Σε ποιο από τα δύο η μέγιστη ταχύτητα μιας κοιλίας είναι μεγαλύτερη; 1

B3.5 Χορδή μήκους $d=7/8\text{m}$ είναι στερεωμένη στο ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο. Στη χορδή δημιουργούνται στάσιμα κύματα από δύο κύματα μήκους $\lambda=0,5\text{m}$ που συμβάλλουν και στο ελεύθερο άκρο υπάρχει πάντοτε κοιλία. Ο αριθμός των κοιλιών στη χορδή είναι:

- α. 4 β. 5 γ. 6

B3.6 Χορδή μήκους d είναι στερεωμένη στο ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο ενώ το άλλο είναι ελεύθερο. Στη χορδή δημιουργούνται στάσιμα κύματα από δύο κύματα μήκους $\lambda=0,5\text{m}$ που συμβάλλουν και στο ελεύθερο άκρο υπάρχει πάντοτε κοιλία. Αν δημιουργούνται συνολικά 5 κοιλίες το μήκος d της χορδής είναι

- α. $5/8\text{m}$ β. $7/8\text{m}$ γ. $9/8\text{m}$

B3.7 Στάσιμο κύμα δημιουργείται πάνω σε χορδή της οποίας το ένα άκρο είναι ελεύθερο και σχηματίζεται κοιλία, ενώ το άλλο είναι ακλόνητο και σχηματίζεται δεσμός. Στο ελεύθερο άκρο θεωρείται ότι είναι $x=0$. Η συχνότητα των τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο είναι $f=100\text{Hz}$, και η απόσταση του 2ου δεσμού από τη 5η κοιλία, είναι $\Delta x=1\text{m}$.**I.** Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο είναι:

- α. $v=60\text{m/s}$ β. $v=80\text{m/s}$ γ. $v=20\text{m/s}$

II Αν παράγονται συνολικά 5 δεσμοί, το μήκος της χορδής είναι:

- α. 1,6m β. 1,8m γ. 2m

B3.8 Κατά μήκος μιας χορδής δημιουργείται στάσιμο κύμα. Δύο σημεία Κ και Λ της χορδής απέχουν απόσταση $d=5\lambda/2$, όπου λ το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν. Η διαφορά φάσης των ΑΑΤ των σημείων είναι:

- α. $\Delta\phi=0$ rad β. $\Delta\phi=\pi$ rad γ. $\Delta\Phi=\pi/2$ rad

B3.9 Κατά μήκος μιας χορδής συμβάλλουν δύο κύματα μήκους λ , πλάτους, Α και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Σημείο Χ της χορδής έχει πλάτος ταλάντωσης $A'=A$ και απέχει από τον πλησιέστερο προς αυτό δεσμό απόσταση:

- α. $\lambda/6$ β. $\lambda/12$ γ. $\lambda/24$

! B3.10 Σε μια χορδή στην οποία σχηματίζονται στάσιμα κύματα, τα τρέχοντα κύματα που συμβάλλουν έχουν πλάτος Α και μήκος κύματος λ . Δύο σημεία Κ και Λ απέχουν από τον ίδιο δεσμό αποστάσεις $\lambda/3$ και $\lambda/6$ αντιστοίχως.

I. Τα Κ και Λ ταλαντώνονται με διαφορά φάσης:

- α. 0 β. π rad γ. 0 ή π rad

II. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων Κ και Λ είναι:

- α. $A'=A$ β. $A'=A\sqrt{3}$ γ. $A'=A\sqrt{3}/2$

B3.11 Στάσιμο κύμα περιγράφεται από τη σχέση $y=2A\sin(2\pi x/\lambda)\eta\mu(2\pi t/T)$. Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του 3^{ου} δεσμού από το $x=0$ και απέχει από αυτόν απόσταση $\lambda/12$ είναι

- α. $A'=A\sqrt{3}$ β. $A'=A/2$ γ. $A'=A$

•B3.12 Σε χορδή που είναι στερεωμένη μόνο στο ένα άκρο της συμβάλλουν δύο κύματα με μήκος κύματος $\lambda=2m$ και παράγεται στάσιμο κύμα. Στο ελεύθερο άκρο της χορδής δημιουργείται κοιλία.

I. Το ελάχιστο μήκος της χορδής για να είναι δυνατή η δημιουργία στάσιμου κύματος είναι:

- α. $d=1m$ β. $d=2m$ γ. $d=0,5m$

II. Αν η χορδή είναι $d=8,5m$ και το $\lambda=2m$ σχηματίζονται συνολικά:

- α. 8 δεσμοί β. 7 δεσμοί γ. 9 δεσμοί

III. Αν η χορδή είναι $d=8,5m$ και το $\lambda=2m$ τότε μεταξύ των θέσεων $x_1=2m$ και $x_2=6,25m$ υπάρχουν:

- α. 4 δεσμοί β. 5 δεσμοί γ. 6 δεσμοί

B3.13 Τα κύματα που διαδίδονται σε ένα ελαστικό μέσο έχουν ταχύτητα $v=1000m/s$ και η συχνότητά τους κυμαίνεται από 1200Hz έως 1800Hz. Αν δύο σημεία του μέσου είναι δεσμοί και απέχουν απόσταση $d=1m$, τότε, η ακριβής συχνότητα του κύματος είναι:

- α. 1400Hz β. 1500Hz γ. 1600Hz

B3.14 Σε μια χορδή μήκους d που είναι στερεωμένη με το ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Αν είναι v η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων των οποίων η συμβολή δημιούργησε το στάσιμο κύμα, τότε η ελάχιστη συχνότητα f με την οποία μπορούν να ταλαντώνονται τα σημεία της χορδής είναι

- α. $f=\frac{v}{d}$ β. $f=\frac{v}{2d}$ γ. $f=\frac{v}{4d}$

●**B3.15** Κατά μήκος μιας χορδής συμβάλλουν δύο σύγχρονα κύματα μήκους λ , και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Δύο σημεία της χορδής τα Κ και Λ είναι τα πλησιέστερα μεταξύ τους που ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος, έχουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\pi$ rad, βρίσκονται προς την ίδια πλευρά ενός δεσμού, Δ από τον οποίο απέχουν τις ελάχιστες δυνατές αποστάσεις για τέτοια σημεία, $\Delta K=0,5\text{m}$ και $\Delta\Lambda=1,1\text{m}$. Το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι:

α. $\lambda=0,8\text{m}$

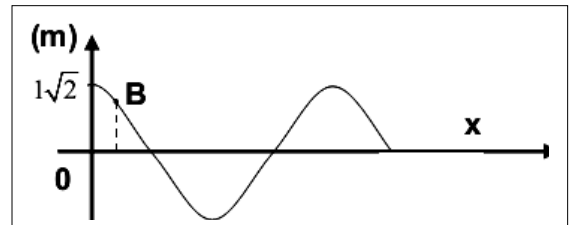
β. $\lambda=1,2\text{m}$

γ. $\lambda=1,6\text{m}$

B3.16 Το παρακάτω σχήμα δίνει το στιγμιότυπο στάσιμου κύματος, με περίοδο T και μήκος κύματος λ , τη χρονική στιγμή $t=T/8$.

Το σημείο 0 είναι κοιλία που για $t=0$ s διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου Β με $x_B=\lambda/8$ είναι

α. $0,05$ m. β. $0,1$ m. γ. $0,1\sqrt{2}$ m.



B3.17 Τα άκρα μιας χορδής μήκους $L=2\text{m}$ είναι και τα δύο ακλόνητα. Στη χορδή παράγονται στάσιμα κύματα από δύο κύματα μήκους $\lambda=0,5\text{m}$ ου συμβάλλουν. Ο αριθμός των δεσμών στη χορδή, μαζί με τα άκρα είναι:

α. 5

β. 7

γ. 9

B3.18 Σε χορδή μήκους $L=3\text{m}$, που είναι στερεωμένη με τα δύο άκρα της σε ακλόνητα σημεία, παράγονται στάσιμα κύματα με δεσμούς και στα δύο άκρα. Αν στη χορδή σχηματίζονται συνολικά τέσσερις δεσμοί και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $v=0,4\text{m/s}$, τότε η συχνότητα ταλάντωσης θα είναι:

α. $0,5\text{Hz}$

β. 100Hz ,

γ. $0,2\text{Hz}$

●**B3.19** Στη χορδή ενός μουσικού οργάνου έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο κύμα έχει συνολικά πέντε (5) δεσμούς, δύο (2) στα άκρα της χορδής και τρεις (3) μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή με άλλη διέγερση δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας $f_2 = 2f_1$. Ο συνολικός αριθμός των δεσμών που έχει τώρα το στάσιμο κύμα είναι:

α. 7

β. 9

γ. 11

B3.20 Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο κύμα έχει τέσσερις δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και δύο μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή, με άλλη διέγερση, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας f_2 , που έχει εννέα συνολικά δεσμούς, δύο στα άκρα της χορδής και 7 μεταξύ αυτών. Η συχνότητα f_2 είναι ίση με:

α. $4/3 f_1$

β. $8/3 f_1$

γ. $5/3 f_1$

●**B3.21** Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Ox , δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x=0$. Δύο σημεία Κ και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση $x=0$, σε αποστάσεις $\lambda/6$ και $\lambda/12$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των απολύτων τιμών των μεγίστων ταχυτήτων v_K/v_Λ των σημείων αυτών είναι:

α. $\sqrt{3}$

β. $1/3$

γ. 3

●B3.22 Μια χορδή έχει το ένα άκρο της στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και το άλλο ελεύθερο και κατά μήκος της δημιουργείται στάσιμο κύμα με μ κοιλίες. Στο ελεύθερο άκρο της χορδής σχηματίζεται κοιλία. Το μήκος της χορδής είναι:

α. $L = \mu\lambda/2$

β. $L = (2\mu+1)\lambda/4$

γ. $L = (2\mu-1)\lambda/4$

●B3.23 Μια χορδή έχει το ένα άκρο της στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και το άλλο ελεύθερο και κατά μήκος της δημιουργείται στάσιμο κύμα με μ δεσμούς. Στο ελεύθερο άκρο της χορδής σχηματίζεται κοιλία. Αν τριπλασιάσουμε τη συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν στην ίδια χορδή και σχηματιστεί και πάλι στάσιμο και στο ελεύθερο άκρο κοιλία, ο αριθμός των δεσμών θα γίνει :

α. 3μ

β. $3\mu+1$

γ. $3\mu-1$

B3.24 Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = T/4 = 0,2s$, πάνω σε μια χορδή μήκους $d=5m$, ($0 \leq x \leq 5m$). Όλα τα σημεία της χορδής βρίσκονται σε μέγιστη απομάκρυνση.

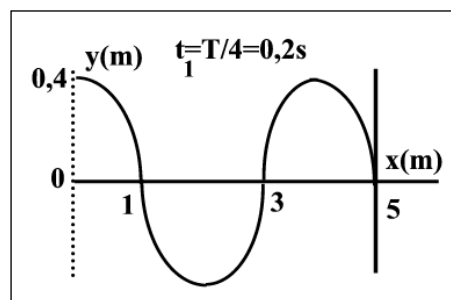
I. Η εξίσωση της ταχύτητα ταλάντωσης στο SI είναι:

α. $v = \pi \sin(0,5\pi x) \sin(2,5\pi t)$

β. $v = \pi \sin(0,5\pi x) \eta\mu(2,5\pi t)$

γ. $v = 2\pi \sin(\pi x) \sin(2,5\pi t)$

II. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης y , ταχύτητας ταλάντωσης, v , επιτάχυνσης, a , δυναμικής ενέργειας, U και κινητικής ενέργειας, K τις χρονικές στιγμές $t_0=0$, $t_1=0,2s$, $t_2=0,4s$, $t_3=0,6s$ και $t_4=0,8s$



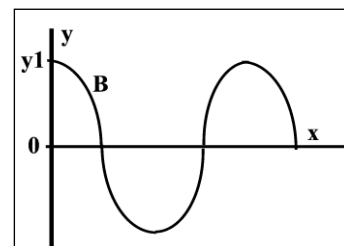
●B3.25 Στο σχήμα δίνεται στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t=T/8$ με το σημείο O να έχει απομάκρυνση $y_1=0,1\sqrt{2}m$. Το σημείο με $x=0$ είναι κοιλία και τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα. Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου B που απέχει από τον πλησιέστερο δεσμό $\lambda/6$ είναι:

α. $0,05m$

β. $0,1m$

γ. $0,1\sqrt{3}m$,

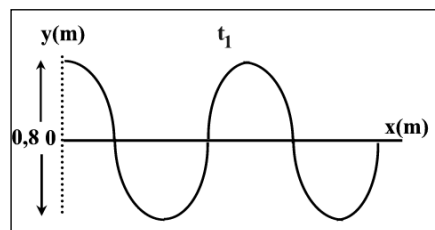
δ. $0,1\sqrt{2}m$



●B3.26 Στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση

$y=0,4\sin(2\pi x/\lambda)\eta\mu 4\pi t$. Στο σχήμα φαίνεται στιγμιότυπο του κύματος κάποια χρονική στιγμή t_1 . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημείο $x=0$ είναι στη θέση $y=0$ με θετική ταχύτητα (προς τα πάνω).

Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο $y=f(x)$ και τις γραφικές $v=f(x)$ και $a=f(x)$ τη χρονική στιγμή $t_2=(t_1+1/6)s$.

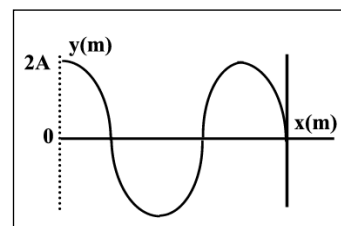


●B3.27 Στάσιμο κύμα περιγράφεται από την εξίσωση $y=8\sin(2\pi x)\eta\mu 2\pi t$ (y, x σε cm, t σε s). Στο σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημείο $x=0$ είναι στη θέση $y=0$ με θετική ταχύτητα (προς τα πάνω). Να κατασκευάσετε.

α. το στιγμιότυπο και τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας,

επιτάχυνσης, της κινητικής και δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές t και $t+1/4 s$

β. το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t+1/3 s$.



B3.28 Τα δύο άκρα μιας χορδής μήκους 0,4m είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία. Προκαλούμε κατά μήκος της χορδής κύμα, που συμβάλλει με το ανακλώμενο στο ακλόνητο άκρο και προκαλεί στάσιμο κύμα. Αν ο αριθμός των κοιλιών που σχηματίζονται είναι 10 και η συχνότητα του αρχικού κύματος είναι 100Hz, η ταχύτητα του αρχικού κύματος είναι:

α. $v=2\text{m/s}$

β. $v=4\text{m/s}$

γ. $v=8\text{m/s}$

B3.29 Σκοινί, ΟΔ, είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στο ένα άκρο του Δ, ενώ το άλλο άκρο του Ο είναι ελεύθερο. Το άκρο Ο θεωρείται ως αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Πάνω στο σκοινί παράγονται λόγω ανάκλασης στο σημείο Δ, στάσιμα κύματα και στο Ο δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Όταν η συχνότητα ταλάντωσης του σημείου Ο είναι $f_1=500\text{Hz}$ τότε στο σκοινί σχηματίζονται 3 δεσμοί μαζί με το ακλόνητο σημείο. Αν η συχνότητα ταλάντωσης του Ο γίνει $f_2=1100\text{Hz}$ σχηματίζονται

α. 6 δεσμοί

β. 4 δεσμοί

γ. 2 δεσμοί

B3.30 Κατά μήκος ράβδου στερεωμένης με το ένα άκρο της σε ακλόνητο σημείο Μ παράγονται τρέχοντα κύματα μήκους κύματος λ . Λόγω ανάκλασης στο Μ παράγονται στη ράβδο στάσιμα κύματα με δεδομένο ότι στο ελεύθερο άκρο της ράβδου Ο, σχηματίζεται κοιλία. Αριστερά και δεξιά κάθε δεσμού του στάσιμου κύματος υπάρχουν σημεία στα οποία η ταλάντωση έχει πλάτος ίσο προς το πλάτος του κάθε τρέχοντος κύματος. Η απόσταση αυτών των σημείων από τον πλησιέστερο δεσμό είναι ίση με

α. $d=\lambda/6$

β. $d=\lambda/12$

γ. $d=\lambda/24$

B3.31 Στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση $y=2A\sin(2\pi x/\lambda)\cdot\eta\mu(2\pi t/T)$. Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του τρίτου δεσμού και σε απόσταση $\lambda/12$ αυτόν είναι:

α. $A_M=A$

β. $A_M=A\sqrt{3}$

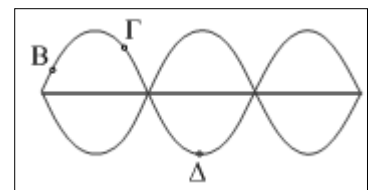
γ. $A_M=A/2$

B3.32 Η χορδή του σχήματος έχει μήκος L είναι στερεωμένη και στα δύο της άκρα και σε αυτήν συμβάλλουν κύματα πλάτους A ταχύτητας, v . Αν το σημείο Δ έχει στοιχειώδη μάζα, m , τότε η ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Δ είναι:

α. $E=\frac{18m\pi^2v^2A^2}{L^2}$

β. $E=\frac{18m^2\pi^2vA^2}{L^2}$

γ. $E=\frac{18m\pi^2v^2A^2}{L}$



B3.33 Κατά μήκος μιας χορδής μήκους $L=1\text{m}$ που είναι στερεωμένη και στα δύο άκρα τρέχει κύμα με ταχύτητα $v=8\text{m/s}$. Οι τιμές της συχνότητας για τις οποίες σχηματίζεται στάσιμο κύμα πάνω στη χορδή όπου $N=1,2,3,4,\dots$ είναι

α. $f=2N$

β. $f=4N$

γ. $f=8N$

B3.34 Στη χορδή μιας κιθάρας δημιουργείται στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο έχει 4 δεσμούς δύο στα άκρα της χορδής και δύο ανάμεσα σε αυτά. Στην ίδια χορδή με άλλη διέγερση, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας f_2 έχει 9 δεσμούς, δύο στα άκρα και 7 ανάμεσα. Η σχέση των συχνοτήτων είναι

α. $f_2=3f_1/4$

β. $f_2=8f_1/3$

γ. $f_2=5f_1/3$

●B3.35 Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής σχηματίζεται στάσιμο κύμα που περιγράφεται με εξίσωση $y=10\sin(2\pi x/25)\eta\mu(20\pi t)$ (x,y σε cm). Θεωρούμε ως αρχή της μέτρησης των χρόνων ($t=0$) τη στιγμή που η φάση της ταλάντωσης του σημείου $x=0$ είναι $\varphi=0$ και ότι στο σημείο αυτό σχηματίζεται κοιλία. Μεταξύ δύο σημείων της χορδής που βρίσκονται στις θέσεις $x=-30\text{cm}$ και $x=+30\text{cm}$ υπάρχουν

α. 5 κοιλίες

β. 10 κοιλίες

γ. 20 κοιλίες

●B3.36 Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής που είναι δεμένη σταθερά σε ακλόνητο σημείο με το ένα άκρο της σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων που σχηματίζουν το στάσιμο είναι $v=50\text{m/s}$. Μετρώντας από το ακλόνητο σημείο τους δεσμούς και τις κοιλίες διαπιστώνουμε ότι η απόσταση του 3^{ου} δεσμού από την 6^η κοιλία είναι $d=0,35\text{m}$. Η συχνότητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής είναι

α. 10Hz

β. 50Hz

γ. 250Hz

●B3.37 Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής μήκους $d=0,9\text{m}$ που είναι δεμένη σταθερά σε ακλόνητο σημείο με το ένα άκρο της σχηματίζεται στάσιμο κύμα από δύο κύματα πλάτους A και συχνότητας $f=100\text{Hz}$ που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις. Κατά μήκος της χορδής υπάρχουν 5 σημεία που ταλαντώνονται με πλάτος $2A$. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που συμβάλλουν είναι

α. $v=40\text{m/s}$

β. $v=10\text{m/s}$

γ. $v=20\text{m/s}$

●B3.38 Σε χορδή που είναι στερεωμένη μόνο στο ένα άκρο της συμβάλλουν δύο κύματα και παράγεται στάσιμο κύμα. Στο ελεύθερο άκρο της χορδής ($x=0$) δημιουργείται κοιλία. Η εξίσωση του στάσιμου είναι της μορφής: $y=2A\sin(\pi x)\eta\mu(\omega t)$, (SI). Αν η χορδή έχει μήκος $d=8,5\text{m}$

I. σχηματίζονται συνολικά:

α. 8 δεσμοί

β. 7 δεσμοί

γ. 9 δεσμοί

II. Μεταξύ των θέσεων $x_1=1,90\text{m}$ και $x_2=6,25\text{m}$ σχηματίζονται:

α. 4 δεσμοί & 5 κοιλίες

β. 5 δεσμοί & 4 κοιλίες

γ. 4 δεσμοί & 4 κοιλίες

●B3.39 Κατά μήκος μιας χορδής συμβάλλουν δύο κύματα μήκους λ , πλάτους, A και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Σημείο X της χορδής έχει πλάτος ταλάντωσης $|A'|=A$ και απέχει από τον πλησιέστερο προς αυτό δεσμό απόσταση:

α. $\lambda/6$

β. $\lambda/3$

γ. $\lambda/12$

●B3.40 Δύο διαφορετικές χορδές ίδιου μήκους d είναι τεντωμένες και στερεωμένες σε ακλόνητα σημεία και με τα δύο τους άκρα. Δονούμε τις χορδές με την ίδια συχνότητα και παρατηρούμε ότι στη χορδή (1) παράγονται συνολικά 6 δεσμοί στάσιμου κύματος (μαζί με τα άκρα) ενώ στη χορδή (2) παράγονται αντίστοιχα 9 τέτοιοι δεσμοί. Ο λόγος των ταχυτήτων με τις οποίες τρέχουν τα τρέχοντα κύματα στις δύο χορδές είναι:

α. $v_1/v_2=8/5$

β. $v_1/v_2=2/5$

γ. $v_1/v_2=3/8$

●B3.41 Κατά μήκος μιας χορδής συμβάλλουν δύο σύγχρονα κύματα μήκους λ , και δημιουργείται στάσιμο κύμα. Δύο σημεία της χορδής τα K και Λ είναι τα πλησιέστερα μεταξύ τους που ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος, έχουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\pi\text{rad}$, βρίσκονται προς την ίδια πλευρά ενός δεσμού, Δ από τον οποίο απέχουν τις ελάχιστες δυνατές αποστάσεις για τέτοια σημεία, $(\Delta K)=0,5\text{m}$ και $(\Delta \Lambda)=1,1\text{m}$. Το μήκος κύματος των κυμάτων που συμβάλλουν είναι:

α. $\lambda=1,6\text{m}$

β. $\lambda=1,2\text{m}$

γ. $\lambda=0,8\text{m}$

B3.42 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Ox , δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x=0$. Δύο σημεία K και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση $x=0$, σε αποστάσεις $\lambda/6$ και $\lambda/12$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων v_K/v_Λ των σημείων αυτών είναι:

α. $\sqrt{3}$ β. $1/3$ γ. 3

B3.43 Στη χορδή ενός μουσικού οργάνου έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα συχνότητας f_1 . Το στάσιμο κύμα έχει συνολικά πέντε (5) δεσμούς, δύο (2) στα άκρα της χορδής και τρεις (3) μεταξύ αυτών. Στην ίδια χορδή με άλλη διέγερση δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα συχνότητας $f_2 = 2f_1$. Ο συνολικός αριθμός των δεσμών που έχει τώρα το στάσιμο κύμα είναι:

α. 7 β. 9 γ. 11

B3.44 Ένα στάσιμο κύμα που δημιουργείται σε ένα γραμμικό ελαστικό μέσο περιγράφεται από την εξίσωση: $y = 2A \sin(2\pi x/\lambda) \cdot \eta\mu(2\pi t/T)$. Το πλάτος ταλάντωσης A' ενός σημείου M του ελαστικού μέσου που βρίσκεται δεξιά του τρίτου δεσμού από το σημείο $x=0$ και σε απόσταση $\lambda/12$ από αυτόν είναι:

α. $A' = A\sqrt{3}$ β. $A' = A/2$ γ. $A' = A$

B3.45 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο (1) δημιουργείται στάσιμο κύμα έτσι ώστε το ένα άκρο του μέσου να είναι δεσμός και το άλλο άκρο να είναι κοιλία. Μεταξύ των δύο άκρων υπάρχουν άλλοι 5 δεσμοί. Σε ένα δεύτερο ελαστικό μέσο (2) από το ίδιο υλικό αλλά με διπλάσιο μήκος από το πρώτο, δημιουργείται άλλο στάσιμο κύμα, έτσι ώστε και τα δύο άκρα του δεύτερου μέσου να είναι δεσμοί. Μεταξύ των δύο άκρων του δεύτερου μέσου υπάρχουν άλλοι οκτώ δεσμοί. Ο λόγος των συχνοτήτων ταλάντωσης των δύο μέσων f_1/f_2 είναι

α. $11/9$ β. $2/3$ γ. $9/11$

B3.46 Σε χορδή που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'x$, έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που προέρχεται από τη συμβολή δύο απλών αρμονικών κυμάτων πλάτους A , μήκους κύματος λ και περιόδου T . Το σημείο O , που βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$, είναι κοιλία και τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση της απομάκρυνσής του. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου M της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x_M = 9\lambda/8$, είναι ίσο με:

α. $\frac{2\sqrt{2}\pi A}{T}$ β. $\frac{2\pi A}{T}$ γ. $\frac{4\pi A}{T}$

ΘΕΜΑΤΑ Γ

Γ3.1 Στάσιμο κύμα σχηματίζεται κατά μήκος του άξονα Ox που ταυτίζεται με γραμμικό ελαστικό μέσο και έχει εξίσωση $y=20\sin(\frac{\pi x}{3})\eta\mu 20\pi t$, (x σε cm , t σε s). Στη αρχή του άξονα, O , ($x=0$)

σχηματίζεται κοιλία. Να υπολογιστούν:

- Το πλάτος, η συχνότητα και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το στάσιμο.
- Η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών.
- Η θέση του πέμπτου δεσμού.
- Το πλήθος των δεσμών μεταξύ των θέσεων $x_1=3cm$ και $x_2=12cm$.

α. 10cm, 10Hz, 60cm/s, β. 3cm, γ. 13,5cm, 3 δεσμοί

Γ3.2 Δύο κύματα με εξισώσεις απομάκρυνσης $y_1=10\eta\mu(\pi t - \frac{\pi x}{3})$ και $y_2=10\eta\mu(\pi t + \frac{\pi x}{3})$ (τα y , x σε cm , το t σε s) τρέχουν στο ίδιο γραμμικό ελαστικό μέσο, συμβάλλουν και δίνουν στάσιμο κύμα. Το γραμμικό μέσο είναι μια ελαστική λεπτή ράβδος που είναι στερεωμένη ακλόνητα μόνο στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο άκρο της, O , θεωρείται ότι είναι η αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Στο σημείο O δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Να υπολογιστούν:

- Η ταχύτητα διάδοσης του κάθε τρέχοντος κύματος.
- Η εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει.
- Το πλάτος της ταλάντωσης σημείου M , με $x_M=15cm$.
- Η εξίσωση της στιγμιαίας ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων της ράβδου.
- Το μήκος d της ράβδου, αν παράγονται πάνω της 10 δεσμοί συνολικά.

α. 3cm/s, β. $y=20\sin(\pi x/3)\eta\mu\pi t$, γ. $A_M=20cm$, δ. $v=20\pi\sin(\pi x/3)\sin\pi t$, ε. 28,5cm

Γ3.3 Στάσιμο κύμα παράγεται κατά μήκος ενός ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα Ox . Στην αρχή του άξονα, $x=0$, σχηματίζεται κοιλία η οποία τη χρονική στιγμή $t=0$ κινείται προς πάνω (θετική φορά). Η απόσταση μιας τυχαίας κοιλίας και του 5ου δεσμού από αυτήν είναι $d=180cm$. Η εξίσωση απομάκρυνσης μιας κοιλίας είναι $y=10\eta\mu 8\pi t$, (το y σε cm , το t σε s).

- Να υπολογιστεί η ταχύτητα διάδοσης των απλών κυμάτων.
- Να υπολογιστούν οι εξισώσεις του στάσιμου και των τρεχόντων κυμάτων που το δημιούργησαν.
- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση ενός σημείου με $x=10cm$, τη χρονική στιγμή $t=5/32s$.
- Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας μιας κοιλίας K τη στιγμή που βρίσκεται σε απομάκρυνση $y=A_K\sqrt{3}/2$.

α. 320cm/s, β. $y=10\sin(\pi x/40)\eta\mu 8\pi t$, $y_{1,2}=5\eta\mu 2\pi(4t \pm x/80)$, (y, x σε cm , t σε s), γ. $a=3200cm/s^2$, δ. 40πcm/s

!Γ3.4 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'x$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση: $y = 0,1\sin\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t$ (SI). Στη θέση $x = 0$ εμφανίζεται κοιλία, και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.

- Να υπολογιστεί η συχνότητα f και η ταχύτητα v των κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο κύμα.

β. Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή $t_1=1/40\text{s}$ η απομάκρυνση ενός σημείου K του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x=1/4\text{m}$.

γ. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ των σημείων M και N του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στις θέσεις $x_M = 10,25\text{m}$ και $x_N = 14,75\text{m}$ αντίστοιχα.

δ. Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου που βρίσκεται δεξιά από τον δεύτερο δεσμό και σε απόσταση από αυτόν $0,25\text{m}$.

$$\alpha. f=5\text{Hz}, v=10\text{m/s}, \beta. y=0,05\text{m}, \gamma. 4 \text{ κοιλίες} \delta. |A|=0,05\sqrt{2}\text{m}$$

Γ3.5 Μια χορδή που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα Ox ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y=10\sin(2\pi x/3)\eta\mu 50\pi t$, (τα x και y σε cm, το t σε s). Στο σημείο O θεωρούμε ότι $x=0$. Να υπολογιστούν:

α. Το πλάτος και η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων από το οποίο προέκυψε το στάσιμο.

β. Η θέση, x_1 , της τέταρτης κοιλίας και η θέση x_2 , του έκτου δεσμού.

γ. Ο αριθμός των δεσμών που βρίσκονται ανάμεσα από τη θέση $x_3=2,5\text{cm}$ έως τη θέση $x_4=10,5\text{cm}$.

δ. Η ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t=4,9\text{s}$, ένα σημείο της χορδής με $x_3=3\text{cm}$.

$$\alpha. A=5\text{cm}, v=75\text{cm/s}, \beta. 4,5\text{cm}, 8,25\text{cm}, \gamma. 5 \text{ δεσμοί} \delta. v=-500\pi \text{ cm/s}$$

Γ3.6 Στο σχήμα φαίνονται τρία στιγμιότυπα στάσιμου κύματος. Το (1) στη χρονική στιγμή $t_0=0$, το (2) στην $t_2=T/4$, και το (3) στην $t_3=3T/4$, όπου $T=0,4\text{s}$, η περίοδος ταλάντωσης των μορίων της χορδής. Δίνονται οι αποστάσεις που φαίνονται στο σχήμα, $OA=0,3\text{m}$, $ZZ'=0,08\text{m}$ και στο σημείο O θεωρείται ότι $x=0$. Να υπολογιστούν:

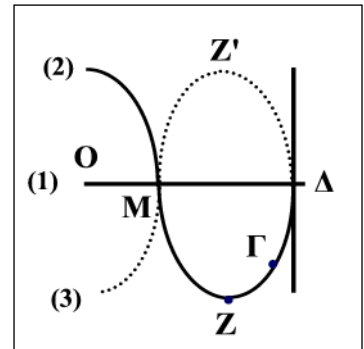
α. Η ταχύτητα διάδοσης και το πλάτος των κυμάτων που συμβάλλουν πάνω στη χορδή.

β. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος,

γ. Η μέγιστη απομάκρυνση του σημείου Γ, ($x_\Gamma=0,25\text{m}$) από τη θέση ισορροπίας του.

δ. Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Γ τη χρονική στιγμή $t=0,1\text{s}$.

ε. Η απόσταση από τον πλησιέστερο δεσμό ενός σημείου που έχει πλάτος ίσο με $0,02\text{m}$.



$$\alpha. 1\text{m/s}, 0,02\text{m}, \beta. y=0,04\sin 5\pi x \cdot \eta\mu 5\pi t, (S.I.), \gamma. A_\Gamma=0,02\sqrt{2}\text{m}, \delta. v=0, \epsilon. \Delta x=\lambda/12$$

Γ3.7 Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=T/4=0,1\text{s}$. Όλα τα σημεία της χορδής έχουν μέγιστη δυναμική ενέργεια. Να υπολογιστούν:

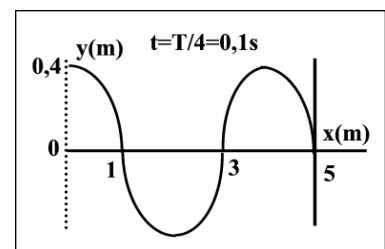
α. Το μήκος των κυμάτων που συμβάλλουν.

β. Η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου $x=2\text{m}$, τη χρονική στιγμή $t_2=T/2$.

γ. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο.

δ. Η διαφορά φάσης των σημείων με $x_1=2\text{m}$ και $x_2=4\text{m}$.

ε. Οι φορές που περνάει από τη θέση ισορροπίας το σημείο $x=0$, σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$.



$$\alpha. \lambda=4\text{m}, \beta. y=0, \gamma. v=10\text{m/s}, \delta. \Delta\phi=\pi \text{ rad}, \epsilon. 10 \text{ φορές}$$

!Γ3.8 Τεντωμένη χορδή, OZ, μήκους $d=9\text{m}$ είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο στο ένα άκρο της Z ενώ το άλλο άκρο της O είναι ελεύθερο. Πάνω στη χορδή παράγονται λόγω ανάκλασης στο σημείο Z, στάσιμα κύματα και στο σημείο O δημιουργείται κοιλία. Το άκρο O θεωρείται ως αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ η κοιλία που βρίσκεται στο σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και

κινείται κατά τη θετική φορά. Το σημείο Ο περνάει 20 φορές από τη θέση ισορροπίας του κάθε 10s. Τα κύματα που συμβάλλουν πάνω στη χορδή διαδίδονται με ταχύτητα $v=4\text{m/s}$. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης της κάθε κοιλίας έχει μέτρο $0,8\pi\text{ m/s}$.

α. Πόσοι δεσμοί και πόσες κοιλίες σχηματίζονται πάνω στη χορδή;

β. Να γραφεί η εξίσωση του στασίμου κύματος.

γ. Πόση είναι η ελάχιστη τιμή της συχνότητας των κυμάτων ώστε στην ίδια χορδή να παράγονται στάσιμα κύματα;

δ. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις $y=f(x)$, $v=f(x)$ και $a=f(x)$ για όλα τα σημεία τη χορδής τη χρονική στιγμή $t=(3/4)\text{s}$.

$$\alpha. 5 \text{ δεσμοί και } 5 \text{ κοιλίες, } \beta. y=0,4\sin(\pi x/2)\eta\mu 2\pi t \text{ (SI)} \beta. f_{\min}=1/9\text{Hz}$$

Γ3.9 Τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L$, ενώ το άκρο του Ο στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο εκτελεί ΑΑΤ. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων ταλάντωσης αυτού του σημείου είναι $0,1\text{m}$. Το συγκεκριμένο σημείο περνάει από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x από τον πλησιέστερο δεσμό απόσταση $0,1\text{m}$.

α. Να βρείτε την περίοδο του κύματος, T .

β. Να υπολογίσετε το μήκος L .

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στασίμου κύματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείο Ο με $x=0$, κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $y=0,03\text{m}$. (3^ο ΘΕΜΑ ΠΑΝ/ΚΩΝ 2004)

$$\alpha. 1/5\text{s } \beta. 0,9\text{m}, \gamma. y=0,05\sin(5\pi x)\cdot\eta\mu 10\pi t \text{ στο SI}, \delta. 0,4\pi\text{m/s}$$

Γ3.10. Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι

$$y = 10\sin \frac{\pi x}{4} \cdot \eta\mu 20\pi t, \text{ όπου } x, y \text{ δίνονται σε cm και } t \text{ σε s.}$$

Να βρείτε:

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.

β. τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.

γ. την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t=0,1\text{ s}$ ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της $x=3\text{ cm}$.

δ. σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων $x_A=3\text{ cm}$ και $x_B=9\text{ cm}$.

Δίνονται: $\pi=3,14$ και $\sin(3\pi/4)=-\sqrt{2}/2$ (εξετάσεις ΕΝΑ 2007)

$$\alpha. 10\text{cm}, \lambda=8\text{cm}, f=10\text{Hz}, \beta. y=5\eta\mu(20\pi t \pm \frac{\pi x}{4}), \gamma. -100\sqrt{2}\pi\text{cm/s}, \delta. 4\text{cm}, 8\text{cm}$$

Γ3.11 Δύο κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου μεγάλου μήκους και περιγράφονται από τις εξισώσεις $y_1=15\eta\mu\pi(40t-x/20)$, $y_2=15\eta\mu\pi(40t+x/20)$, (x, y σε cm, t σε s). Το γραμμικό μέσο είναι μια ελαστική λεπτή ράβδος που είναι στερεωμένη ακλόνητα μόνο στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο άκρο της, Ο, θεωρείται ότι είναι η αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Στο σημείο Ο δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Να υπολογιστούν:

α. Η συχνότητα, το μήκος κύματος και ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.

β. Οι θέσεις των τριών πρώτων δεσμών που βρίσκονται στο θετικό μέρος του άξονα x' Ο x πλησιέστερα προς τη θέση $x=0$.

- γ. Η μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας σημείου της χορδής με θέση $x=0,85\text{m}$.
 δ. Η απόσταση από τον πλησιέστερο δεσμό του στάσιμου, ενός σημείου της χορδής ταλαντώνεται με πλάτος ίσο με 15cm .

$$\alpha. 20\text{Hz}, 40\text{cm}, 8\text{m/s}, \beta. 10\text{cm}, 30\text{cm}, 50\text{cm}, \gamma. 15\sqrt{2}\text{cm}, \delta. 10/3\text{cm}$$

Γ3.12 Στάσιμο κύμα έχει εξίσωση $y=0,4\sin(2\pi x/\lambda)\cdot\eta\mu 2\pi t$, (SI).

Το στιγμιότυπο που φαίνεται στο σχήμα είναι κάποια χρονική στιγμή t_1 , που είναι η πρώτη φορά που το σημείο $x=0$ περνάει από τη θέση αυτή, ενώ στη χορδή σχηματίζεται στάσιμο κύμα.

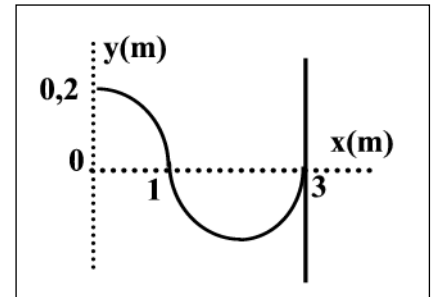
Να υπολογιστούν:

α. Το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο.

β. Η χρονική στιγμή t_1 .

γ. Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου $x=0,5\text{m}$.

δ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις $v=f(x)$ και $a=f(x)$ τη χρονική στιγμή t_1 .



$$\alpha. \lambda=4\text{m}, v=4\text{m/s}, \beta. 1/12\text{s}, \gamma. v_0=0,4\sqrt{2}\pi\text{ m/s}$$

●**Γ3.13** Δύο κύματα διαδίδονται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου μεγάλου μήκους με αντίθετες κατευθύνσεις. Το κύμα που οδεύει προς την αρνητική κατεύθυνση περιγράφεται από την εξίσωση $y=0,03\eta\mu\pi(100t+25x/3)$, (SI). Το γραμμικό μέσο είναι μια ελαστική λεπτή ράβδος που είναι στερεωμένη ακλόνητα μόνο στο ένα της άκρο και στο ελεύθερο άκρο της, Ο, θεωρείται ότι είναι η αρχή των αποστάσεων με $x=0$. Στο σημείο Ο δημιουργείται κοιλία. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά. Δίνεται $\pi^2=10$.

α. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

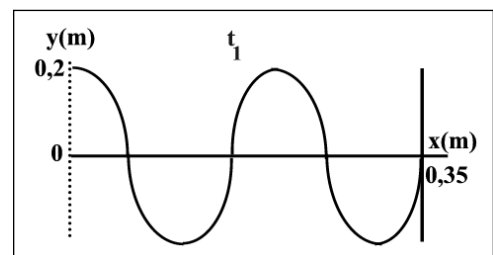
β. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης της ταλάντωσης ενός σημείου της ράβδου με $x=+48\text{cm}$.

γ. Να βρείτε τον αριθμό των κοιλιών του στάσιμου που περιέχονται μεταξύ ενός τυχαίου δεσμού και ενός άλλου σημείου της χορδής, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x=1\text{m}$.

δ. Να βρείτε το πλήθος των σημείων που δεν είναι κοιλίες, ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος και βρίσκονται μεταξύ του Ο και του Κ όπου $x_K=54\text{cm}$;

$$\alpha. y=0,06\sin(25\pi x/3)\cdot\eta\mu 100\pi t \text{ (SI)}, \beta. a=-6,10^3\eta\mu 100\pi t \text{ (SI)}, \gamma. 8 \text{ κοιλιές}, \delta. 9 \text{ σημεία}$$

Γ3.14 Το οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L=0,35\text{m}$, ενώ το άκρο του Ο στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο εκτελεί ΑΑΤ με συχνότητα $f=20\text{Hz}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ έχει $y=0$ και κινείται κατά τη θετική φορά.



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα στιγμιότυπο του στάσιμου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης των σημείων του σχοινιού είναι ίση με την κινητική και το σημείο Ο κινείται προς τη μέγιστη θετική απομάκρυνση.

α. Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο σχοινί.

β. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος.

γ. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Z με $x_Z=2/3m$ εκείνη τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το μέσο της απόστασης μεταξύ της θέσης ισορροπίας και της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης.

δ. Να σχεδιαστεί στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή t_2 που το O περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του μετά τη χρονική στιγμή t_1 .

ε. Να βρεθεί η χρονική διαφορά των στιγμών t_2-t_1 .

$$\alpha. v=4m/s, \delta. y=0,2\sqrt{2}\sin(10\pi x)\eta\mu 40\pi t \text{ (SI)}, \epsilon. v=2\sqrt{6}\pi \text{ m/s } \gamma. t_2-t_1=3/160s,$$

●**Γ3.15** Εγκάρσιο αρμονικό κύμα της μορφής $y=A\eta\mu(2\pi t/T-2\pi x/\lambda)$ διαδίδεται σε χορδή μεγάλου μήκους, στο θετικό ημιάξονα και με θετική κατεύθυνση. Τη χρονική στιγμή t_1 το κύμα φτάνει στο σημείο B. Τη χρονική στιγμή $t=t_1+0,55s$ το σημείο B έχει κάνει 2,75 ταλαντώσεις ενός άλλο σημείο Γ έχει κάνει τα $3/4$ της πρώτης του ταλάντωσης. Η απόσταση των θέσεων ισορροπίας των B και Γ είναι $B\Gamma=d=4m$ και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης όλων των σημείων είναι $v_0=\pi \text{ m/s}$.

α. Πόσο είναι το μήκος κύματος λ ;

β. Ποια είναι η εξίσωση του κύματος;

Το παραπάνω κύμα συμβάλλει με δεύτερο κύμα που κινείται αντίθετα και προκύπτει στάσιμο κύμα. Αν το B είναι το τρίτο κατά σειρά στο θετικό ημιάξονα σημείο που ταλαντώνεται με πλάτος $A'=A\sqrt{2}$ μετά τη διαμόρφωση του στάσιμου να υπολογιστούν

γ. Οι θέσεις των σημείων B και Γ.

δ. Η χρονική στιγμή t_1 .

$$\alpha. \lambda=2m, \beta. y=0,1\eta\mu(10\pi t-\pi x), \gamma. x_B=1,25m, x=5.25m, \delta. t_1=0,125s$$

Γ3.16 Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι

$$y = 10\sin(\pi x/4) \cdot \eta\mu 20\pi t, \text{ όπου } x, y \text{ δίνονται σε cm και } t \text{ σε s. Να βρείτε:}$$

α. το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης και το μήκος κύματος.

β. τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα.

γ. την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t=0,1 \text{ s}$ ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της $x=3 \text{ cm}$.

δ. σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων $x_A=3 \text{ cm}$ και $x_B=9 \text{ cm}$.

Δίνονται: $\pi=3,14$ (Ημερ **2007**)

$$\alpha. A'=10cm, \lambda=8cm, \beta. y=5\eta\mu(10t\pm x/8) \text{ (x,y σε cm)}, \gamma. v=-\pi\sqrt{2}cm/s, \delta. 4cm, 8cm$$

Γ3.17 Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα $x'x$ έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση: $y = 0,1\sin\pi x \cdot \eta\mu 10\pi t \text{ (SI)}$.

Στη θέση $x = 0$ εμφανίζεται κοιλία, και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.

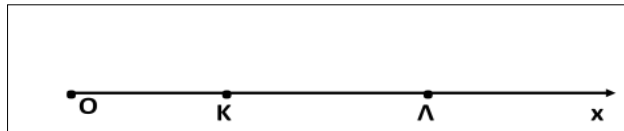
α. Να υπολογιστεί η συχνότητα f και η ταχύτητα v των κυμάτων από τα οποία προέκυψε το στάσιμο κύμα.

β. Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή $t_1=1/40s$ η απομάκρυνση ενός σημείου K του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_K=1/4m$.

γ. Να προσδιοριστεί ο αριθμός των κοιλιών που υπάρχουν μεταξύ των σημείων M και N του ελαστικού μέσου που βρίσκονται στις θέσεις $x_M=10,25m$ και $x_N=14,75m$ αντίστοιχα.

$$\alpha. f=5Hz, v=10m/s, \beta. 0,05m, \gamma. 4$$

Γ3.18 Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο (χορδή) κατά μήκος της ημιευθείας Ox προς τη θετική κατεύθυνση. Η διάδοση του κύματος γίνεται χωρίς απώλειες ενέργειας. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στο άκρο O της χορδής. Δύο υλικά σημεία της χορδής ίδιας στοιχειώδους μάζας Δm βρίσκονται στα σημεία K και Λ της χορδής, όπως φαίνεται στο Σχήμα.



Τα υλικά σημεία K , Λ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $(K\Lambda)=0,2m$. Το κύμα κατά τη διάδοσή του περνάει πρώτα από το σημείο K και μετά από το σημείο Λ . Θεωρούμε ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων ($x=0$), τη θέση ισορροπίας του υλικού σημείου K και ως αρχή μέτρησης των χρόνων ($t=0$), τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει για πρώτη φορά στο σημείο K . Το σημείο K τη στιγμή αυτή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του ($y=0$) και ξεκινά να κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου K , η κινητική του ενέργεια μεγιστοποιείται κάθε $0,25sec$. Παρατηρούμε ότι, μια χρονική στιγμή που το υλικό σημείο Λ βρίσκεται σε κορυφή κύματος ($y=+A$), το υλικό σημείο K βρίσκεται και αυτό σε κορυφή κύματος ($y=+A$) και ανάμεσά τους υπάρχει ακόμα μια κορυφή κύματος ($y=+A$). Η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων ταλάντωσης του υλικού σημείου K είναι $0,04m$.

Γ1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ , τη συχνότητα f και την ταχύτητα διάδοσής του κύματος.

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του υλικού σημείου Λ σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε συνάρτηση με τον χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t_1=1,75sec$.

Αυξάνουμε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής χωρίς να αλλάξει το πλάτος του κύματος.

Γ3. Να υπολογίσετε την αύξηση της συχνότητας Δf έτσι ώστε, όταν μια χρονική στιγμή τα υλικά σημεία K και Λ βρίσκονται σε κορυφές κυμάτων ($y=+A$), ανάμεσά τους να υπάρχουν συνολικά 3 κορυφές κύματος ($y=+A$).

Γ4. Αν $K_{\max,1}$ είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του υλικού σημείου K πριν την αλλαγή της συχνότητας f και $K_{\max,2}$ η κινητική του ενέργεια μετά την αλλαγή της συχνότητας f , να υπολογίσετε την τιμή του λόγου $K_{1\max}/K_{2\max}$ (Επ Ημερ 2020 παλαιο)

$$\Gamma 1. f=2Hz, \lambda=0,1m, v=0,2m/s, \Gamma 2. V=0,08\pi\sin(4\pi t-4\pi), \Gamma 3. 2Hz, \Gamma 4. 1/4$$

Γ3.19 Κατά μήκος μιας ελαστικής χορδής σχηματίζεται στάσιμο κύμα με εξίσωση $y=20\sin(0,1\pi x)\cdot\eta\mu 5\pi t$ (x,y σε cm , t σε s). Θεωρούμε ως αρχή των χρόνων $t=0$ και ως αρχή των αποστάσεων το $x=0$ στο οποίο σχηματίζεται κοιλία και για $t=0$ η αρχική φάση είναι $\phi_0=0$. Δύο σημεία M και N βρίσκονται στις θέσεις $x_1=-22,5cm$, $x_2=27,5cm$.

A. Να υπολογιστεί η ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων που παρήγαγαν το στάσιμο

B. Να υπολογιστεί το πλάτος των ΑΑΤ των M και N

Γ. Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας τους για τα M και N .

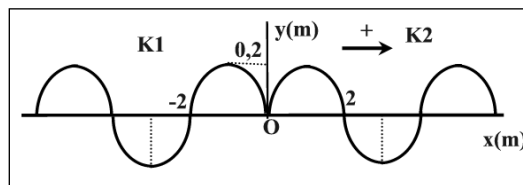
Δ. Να σχεδιάσετε στιγμιότυπα του στάσιμου για $t_1=0,6s$ και $t_2=0,8s$

$$A. v=50cm/s, B. A_M=A_N=10\sqrt{2}cm, \Gamma. y_M=10\sqrt{2}\eta\mu 5\pi t \text{ και } y_N=-10\sqrt{2}\eta\mu 5\pi t \text{ (cm,s)}$$

Δ ΘΕΜΑΤΑ

!Δ3.1 Τα δύο εγκάρσια κύματα που φαίνονται στο σχήμα οδεύουν το μεν K_1 προς τα δεξιά το δε K_2 προς τα αριστερά. Η ταχύτητα διάδοσης είναι $v=2\text{m/s}$. Λαμβάνουμε ως αρχή των χρόνων ($t=0$) τη στιγμή που τα δύο κύματα φθάνουν στο σημείο O , το οποίο θεωρούμε ως $x=0$.

- Να γραφούν οι εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων.
- Να γράψετε την εξίσωση του τρέχοντος κύματος.
- Να υπολογίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών που σχηματίζονται στο διάστημα $-6\text{m} \leq x \leq +6\text{m}$.



δ. Να σχεδιάσετε στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t=2,5\text{s}$.

ε. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σημείου $x=5\text{m}$ τις χρονικές στιγμές $t_1=2\text{s}$ και $t=4\text{s}$

α. $y_{1,2}=0,2\eta\mu(\pi t \pm \pi x/2)$, β. $y=0,4\sigma\upsilon\nu(\pi x/2) \cdot \eta\mu\pi t$, (SI), γ) δδ και 7κ, ε) $a=-0,2\pi^2\text{m/s}^2$ & $a=0$

•Δ3.2 Κατά μήκος ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου που εκτείνεται στη διεύθυνση $x'Ox$ δημιουργείται στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση $y=8\sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{10} \cdot \eta\mu(10\pi t)$, (x και y σε cm , t σε s).

Το σημείο O με $x=0$ ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος.

- Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων τα οποία με τη συμβολή τους δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
- Να υπολογίσετε τον αριθμό των κοιλιών και των δεσμών που σχηματίζονται μεταξύ των θέσεων $x_K=-25\text{cm}$ και $x_\Lambda=+25\text{cm}$.

γ. Να σχεδιάσετε στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t=1/4\text{s}$ για την περιοχή $-25\text{cm} \leq x \leq +25\text{cm}$.

α. $y_{12}=4\eta\mu 2\pi(5t \pm x/20)$ (x και y_{12} σε cm , t σε s) β. 5 κοιλίες, 6 δεσμοί

•Δ3.3 Δύο εγκάρσια κύματα μήκους $\lambda=4\text{cm}$, συχνότητας $f=2\text{Hz}$ και πλάτους $A=2\text{cm}$ διαδίδονται πάνω στην ίδια ευθεία σε αντίθετες κατευθύνσεις και ξεκινούν από δύο σημεία K και Λ που είναι σύγχρονες πηγές των κυμάτων απέχουν μεταξύ τους απόσταση, $K\Lambda=16\text{cm}$. Λαμβάνουμε ως αρχή των χρόνων τη στιγμή που τα δύο κύματα φθάνουν στο μέσον O , της $K\Lambda$, το οποίο ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Για την ταλάντωση του σημείου O θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t=0$, $y=0$ και $v>0$.

α. Να γράψετε τις εξισώσεις των δύο τρεχόντων κυμάτων και την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει.

β. Να υπολογίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών που δημιουργούνται μεταξύ των σημείων K και Λ συμπεριλαμβανομένων και των σημείων αυτών.

γ. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης και την εξίσωση ταχύτητας για ένα σημείο που βρίσκεται στην πρώτη κοιλία δεξιά από το O .

α. $y_1=2\eta\mu 2\pi(2t-x/4)$, $y_2=2\eta\mu 2\pi(2t+x/4)$, $y=4(\sigma\upsilon\nu\pi x/2) \cdot \eta\mu 4\pi t$, (x, y σε cm , t σε s)

β. 8 δεσμοί, 9 κοιλίες, γ. $y=-4\eta\mu 4\pi t$, $v=-16\pi\sigma\upsilon\nu 4\pi t$

♣Δ3.4 Δύο αρμονικά κύματα διαδίδονται στο ίδιο γραμμικό ελαστικό μέσο με εξισώσεις $y_1=0,2\eta\mu(\pi t - \frac{\pi x}{2})$ και $y_2=0,2\eta\mu(\pi t + \frac{\pi x}{2} + \pi)$ στο SI φτάνουν στην αρχή $x=0$ του άξονα $x'Ox$ τη χρονική στιγμή $t=0$ και συμβάλουν.

α. Να υπολογιστεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που παράγεται.

β. Να κατασκευαστεί στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{s}$ και να υπολογιστεί η θέση των δεσμών που δημιουργούνται.

γ. Να κατασκευαστεί στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ και να υπολογιστεί η θέση των δεσμών που δημιουργούνται.

δ. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σημείου $x=3m$, τη χρονική στιγμή $t=2s$. (Δίνεται $\pi^2=10$)

α. $y=0,4\sin(\pi x/2+\pi/2)\eta\mu(\pi t+\pi/2)$ SI, β. $-4m, -2m, 0, 2m, 4m$, γ. $-6m, -4m, -2m, 0, 2m, 4m, 6m$,
δ. $a=-4m/s^2$

♣ **Δ3.5** Δύο αρμονικά κύματα διαδίδονται στο ίδιο γραμμικό ελαστικό μέσο με εξισώσεις $y_1=0,2\eta\mu(2\pi t-\pi x+\frac{\pi}{2})$ και $y_2=0,2\eta\mu(2\pi t+\pi x)$ στο SI φτάνουν στην αρχή $x=0$ του άξονα $x'Ox$ τη χρονική στιγμή $t=0$ και συμβάλλουν.

- α. Να υπολογιστεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος που παράγεται.
β. Να προσδιοριστούν οι θέσεις των δεσμών στο διάστημα $-2\leq x\leq 2m$
γ. Να σχεδιαστεί στιγμιότυπο του στάσιμου τη χρονική στιγμή $t=1s$.

α. $y=0,4\sin(\pi x-\pi/4)\eta\mu(2\pi t+\pi/4)$, β. $-1,25m, -0,25m, 0,75m, 1,75m$

► **Δ3.6** Στα σημεία A και B ενός ελαστικού μέσου απέχουν απόσταση $AB=8cm$. Στην ευθεία AB διαδίδονται δύο κύματα με αντίθετες κατευθύνσεις που φτάνουν ταυτόχρονα στο μέσο M και το αναγκάζουν να κινηθεί προς τα πάνω. Ως θετική φορά θεωρείται από το M προς το B και ως αρχή του άξονα το σημείο M. Τα δύο κύματα έχουν ίδια πλάτη, συχνότητα και ταχύτητα διάδοσης. Το αποτέλεσμα της συμβολής των δύο κυμάτων είναι ένα στάσιμο κύμα και διαπιστώνουμε ότι:

i) Τα A και B είναι κοιλίες. ii) Μεταξύ των A και B υπάρχουν 3 κοιλίες. iii) Ο χρόνος που χρειάζεται για να κινηθεί το σημείο μιας κοιλίας από το ένα πλάτος στο άλλο είναι 1s. iv) Οι ακραίες θέσεις μιας κοιλίας απέχουν 20cm. Να υπολογιστούν:

- α. Το πλάτος, η ταχύτητα το μήκος κύματος λ των κυμάτων που συμβάλλουν.
β. Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου αν ληφθεί ως $t_0=0$ η στιγμή που τα κύματα φτάνουν στο M.
γ. Να γραφούν οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός σημείου Σ στο οποίο $x_\Sigma=2cm$.
δ. Να γίνει η γραφική παράσταση $y=f(t)$ για το Σ στο χρονικό διάστημα $0\leq t\leq 3s$.
ε. Πόση πρέπει να είναι η συχνότητα των κυμάτων που συμβάλλουν αν θέλαμε τα A και B να ήταν δεσμοί και μεταξύ τους να υπήρχαν δύο κοιλίες.

α. $A=5cm, \lambda=4cm, v=2cm/s$, β. $y=10\sin(\pi x/2)\eta\mu(\pi t)$ (x, y σε cm, t σε s),
γ. $y_\Sigma=5\eta\mu(\pi t+\pi)$, $0\leq t<1s$, και $y_\Sigma=-10\eta\mu\pi t$, $1s\leq t\leq 3s$. ε. $0,25Hz$