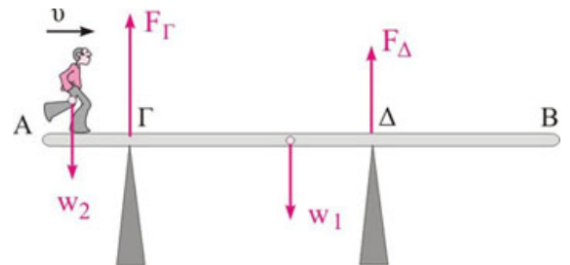


Ονοματεπώνυμο:

Η δοκός AB του σχήματος έχει βάρος $w_1=1000\text{N}$, μήκος $d=8\text{m}$ και είναι ομογενής. Η δοκός στηρίζεται στα σημεία Γ και Δ, τα οποία απέχουν $d_1=1\text{m}$ και $d_2=5\text{m}$ από το άκρο της Α, αντίστοιχα. Ένας άνθρωπος βάρους $w_2=1000\text{N}$ ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή $t=0$ με σταθερή ταχύτητα $u=0,5\text{m/s}$, από το άκρο Α προς το άκρο Β. Να υπολογίσετε:

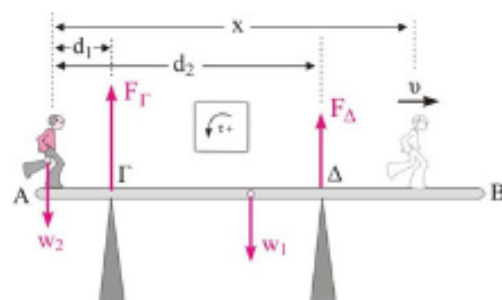
- α) τις δυνάμεις που ασκούν τα δύο υποστηρίγματα στη δοκό τη χρονική στιγμή $t=0$.
- β) τις δυνάμεις που ασκούν τα δύο υποστηρίγματα στη δοκό όταν ο άνθρωπος βρίσκεται στο μέσον της σανίδας.
- γ) τη δύναμη που ασκεί το στήριγμα στο σημείο Γ της δοκού σε συνάρτηση με την απόσταση x του ανθρώπου από το άκρο Α της δοκού.
- δ) τη χρονική στιγμή που θα ανατραπεί η σανίδα.



Λύση

α) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο. Αυτές είναι οι δυνάμεις από τα στηρίγματα, F_{Γ}, F_{Δ} , το βάρος της σανίδας και η δύναμη εξαιτίας του βάρους του ανθρώπου που είναι ίση με w_2 . Η ράβδος ισορροπεί, άρα θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0, \Sigma F_y = 0$$



Από την 1^η σχέση παίρνουμε:

$$\Sigma \tau_{(\Delta)} = w_2 \cdot d_2 + w_1 \left(d_2 - \frac{d}{2} \right) - F_{\Gamma}(d_2 - d_1) = 0$$

$$F_{\Gamma} = \frac{5w_2 + w_1}{4} = 1.500N$$

Από την 2^η σχέση παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{\Gamma} + F_{\Delta} - w_1 - w_2 = 0 \Rightarrow$$

$$F_{\Delta} = w_1 + w_2 - F_{\Gamma} = 500N$$

β) Με τον άνθρωπο στη μέση της σανίδας οι συνθήκες ισορροπίας της σανίδας δίνουν:

$$\Sigma \tau'_{(\Delta)} = (w_1 + w_2) \cdot \left(d_2 - \frac{d}{2} \right) - F'_{\Gamma}(d_2 - d_1) = 0 \Rightarrow F'_{\Gamma} = \frac{(w_1 + w_2) \cdot \left(d_2 - \frac{d}{2} \right)}{d_2 - d_1} \Rightarrow$$
$$F'_{\Gamma} = 500N$$

$$\Sigma F'_y = 0 \Rightarrow F'_{\Gamma} + F_{\Delta} - w_1 - w_2 = 0 \Rightarrow F'_{\Delta} = w_1 + w_2 - F'_{\Gamma} \Rightarrow F'_{\Delta} = 1.500N$$

γ) Όταν ο άνθρωπος απέχει x από το άκρο Α της ράβδου, η συνθήκη ισορροπίας της ράβδου δίνει:

$$\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow -w_2 \cdot (x - d_2) + w_1 \left(d_2 - \frac{d}{2} \right) - F_{\Gamma}(d_2 - d_1) = 0 \Rightarrow F_{\Gamma} =$$
$$\frac{w_1 \left(d_2 - \frac{d}{2} \right) - w_2 \cdot (x - d_2)}{d_2 - d_1} \Rightarrow$$

$$F_{\Gamma} = 1.500 - 250x, \quad (SI)$$

δ) Η κίνηση του ανθρώπου είναι ευθύγραμμη ομαλή και η εξίσωση θέσης του δίνεται από τη σχέση

$$x = v \cdot t = 0,5 \cdot t, \quad 0 \leq t \leq t_{ανασρ}$$

Η δύναμη από το στηρίγμα στη θέση Γ, σε συνάρτηση με τον χρόνο, δίνεται από τη σχέση

$$F_{\Gamma} = 1.500 - 250x, \quad (SI) \Rightarrow F_{\Gamma} = 1.500 - 125t, \quad (SI)$$

Η ανατροπή θα γίνει όταν $F_{\Gamma}=0$, άρα

$$0 = 1500 - 125t \Rightarrow t_{ανασρ} = 12s$$