

Ονοματεπώνυμο:

ΘΕΜΑ Α: (Μονάδες 5Χ5)

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1–4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

A.1 Η κινητική ενέργεια ενός μονωμένου συστήματος δύο σφαιρών

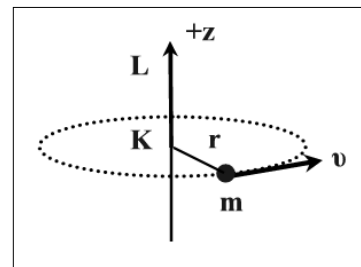
- α. Διατηρείται σε κάθε είδους κρούση
- β. Διατηρείται σε όλη τη διάρκεια της ελαστικής κρούσης
- γ. Διατηρείται πριν και μετά την ελαστική κρούση
- δ. Δεν διατηρείται σε κανένα είδος κρούσης

A.2 Σε κάθε κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων

- α. έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων.
- β. έχουμε ανταλλαγή ορμών.
- γ. έχουμε ανταλλαγή κινητικών ενεργειών.
- δ. οι μεταβολές των ορμών των σωμάτων είναι αντίθετες.

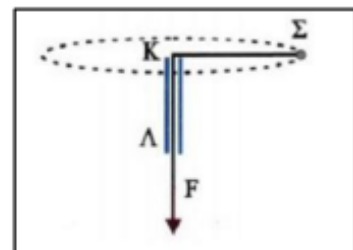
A.3 Η στροφορμή ενός υλικού σημείου m που κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας r , με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω και φορά περιστροφής αντίθετη των δεικτών του ρολογιού

- α. έχει μονάδα μέτρησης στο SI το 1kgm/s^2
- β. έχει κατεύθυνση εφαπτομένη στην κυκλική τροχιά.
- γ. μεταβάλλεται αν το υλικό σημείο δεχθεί δύναμη που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο K της τροχιάς
- δ. έχει μέτρο $L=m\omega r^2$ ως προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και κατεύθυνση που συμπίπτει με τον άξονα $+z$.



A.4 Το σφαιρίδιο Σ του σχήματος έχει μάζα m και διαγράφει κύκλο ακτίνας R με γωνιακή ταχύτητα ω . Το σκοινί στο οποίο είναι δεμένο το σφαιρίδιο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα $ΚΛ$ και είναι αβαρές. Ασκούμε δύναμη F στο σχοινί κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, με αποτέλεσμα η ακτίνα της τροχιάς του σφαιριδίου να ελαττώνεται. Τότε

- (α) η στροφορμή του σφαιριδίου ως προς το σημείο K μειώνεται
- (β) η κεντρομόλος επιτάχυνση του σφαιριδίου αυξάνεται
- (γ) η στροφορμή του σφαιριδίου ως προς το σημείο K αυξάνεται
- (δ) η γωνιακή ταχύτητα διατηρείται σταθερή



A.5 Να χαρακτηρίσετε με Σ όσες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και με Λ όσες είναι λανθασμένες.

- α. Στην έκκεντρη κρούση δύο σφαιρών οι ταχύτητες αυτών πριν την κρούση έχουν τυχαίες κατευθύνσεις
- β. Στις ανελαστικές κρούσεις δεν διατηρείται η ορμή.
- γ. Στην ισορροπία στερεού σώματος το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν ως προς κάθε σημείο του σώματος
- δ. Το κέντρο βάρους όλων των σωμάτων βρίσκεται πάντοτε εντός της μάζας αυτών.
- ε. Στην κύλιση χωρίς ολίσθηση μιας πολύ λεπτής στεφάνης, η μετατόπιση του κέντρου μάζας αυτής, σε χρόνο t , είναι ίση με το μήκος του τόξου που διαγράφει κάθε σημείο της στεφάνης στον ίδιο χρόνο.

ΘΕΜΑ Β

Μονάδες: 25 X 3 = 75 (7: η επιλογή, 18: η αιτιολόγηση)

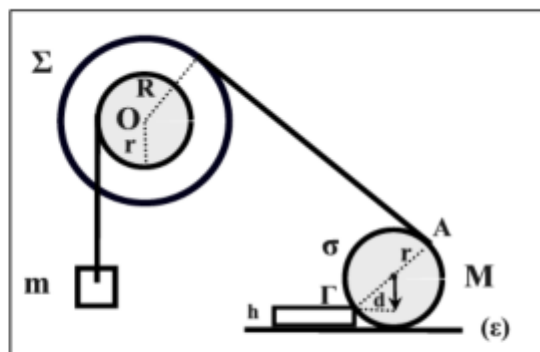
B.1 Βλήμα μάζας m , που κινείται οριζόντια και συγκρούεται πλαστικά με ένα σώμα Σ , μάζας $M=4m$ που είναι στερεωμένο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το βλήμα ώστε να εισχωρήσει ολόκληρο μέσα στο σώμα, Σ είναι 120 J. Αν το σώμα Σ είναι ελεύθερο να κινηθεί, η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να έχει το βλήμα για να εισχωρήσει και πάλι ολόκληρο μέσα στο σώμα Σ , είναι

(α) 150 J

(β) 200 J

(γ) 140 J

B.2 Το στερεό Σ αποτελείται από δύο δίσκους με ακτίνες R και r , με $R=2r$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του O και είναι κάθετος σαυτό. Στον μικρό δίσκο είναι τυλιγμένο νήμα από το οποίο κρέμεται σώμα μάζας m . Στον εξωτερικό δίσκο του στερεού Σ είναι τυλιγμένο άλλο νήμα το οποίο τυλίγεται γύρω από δίσκο, σ , μάζας M , ακτίνας r . Το στερεό σ μένει ακίνητο με τη βοήθεια σκαλοπατιού ύψους $h=R/8$. Η διάμετρος $ΑΓ$ του δίσκου συνδέει το τυλιγμένο νήμα με την ακμή του σκαλοπατιού. Όλο το σύστημα ισορροπεί χωρίς καμία τριβή ενώ το στερεό σ είναι έτοιμο να ανασηκωθεί από το οριζόντιο επίπεδο, (ε) . Η σχέση των μαζών M και m είναι

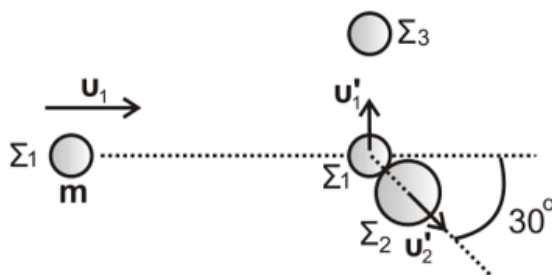


(α) $m = \frac{M\sqrt{3}}{4}$

(β) $m = \frac{M\sqrt{7}}{4}$

(γ) $m = \frac{M\sqrt{5}}{4}$

B3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1 = m$ που κινείται με ταχύτητα u_1 , συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα Σ_1 κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα u'_1 και η σφαίρα Σ_2 κινείται με ταχύτητα u'_2 σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30° με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας Σ_1 . Στη συνέχεια, η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_3 μάζας $m_3 = m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα 3.



Σχήμα 3

Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 , πριν την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 , είναι ίσος με:

i. $\frac{1}{2}$.

ii. $\frac{1}{3}$.

iii. $\frac{1}{6}$.

$$\text{Δίνονται: } \eta_{\mu 30^\circ} = \frac{1}{2}, \quad \sigma_{\nu 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

Να θεωρήσετε ότι: όλες οι σφαίρες είναι μικρών διαστάσεων, όλες οι κρούσεις είναι ακαριαίες, τα σώματα δεν αναπηδούν κατά την κρούση, κατά τις κρούσεις, δεν έχουμε απώλεια μάζας.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ημερ. 2021

2

Καλή Επιτυχία!

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α Α1(γ), Α2(δ) Α3(δ) Α4(β), Α5 (Λ,Λ,Σ,Λ,Σ)

ΘΕΜΑ Β.1

Αν το σώμα Μ είναι ακλόνητο: Τότε η ελάχιστη απαιτούμενη κινητική ενέργεια του βλήματος για να εισχωρήσει ολόκληρο μέσα στο σώμα Μ ισούται με την θερμότητα που παράγεται λόγω πλαστικής κρούσης. Άρα $Q=K=\frac{1}{2}mv^2=120\text{J}$, όπου v η ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση.

Αν το σώμα Μ είναι ελεύθερο να κινηθεί μετά την κρούση. Τότε το βλήμα πρέπει να έχει ελάχιστη κινητική ενέργεια $K_1=\frac{1}{2}mv_1^2$ για να καταφέρει να εισχωρήσει όλο μέσα στο σώμα Μ. Η K_1 πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τη K αφού τώρα μέρος της κινητικής ενέργειας της K_1 θα γίνει και κινητική του συσσωματώματος $M+m$, δηλαδή, $K_1=Q+K_{\text{συσ}}$.

Τότε όμως ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

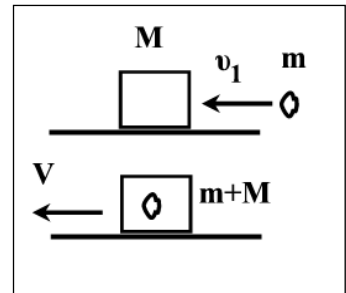
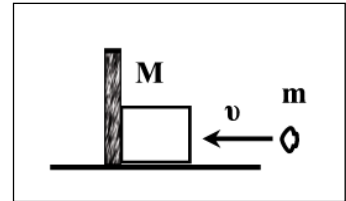
$$p_{\text{προ}}=p_{\text{μετ}} \rightarrow mv_1=(m+M)V \rightarrow V=\frac{1}{5}v_1$$

Οπότε η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση θα είναι:

$$K_{\text{συσ}}=\frac{1}{2}(M+m)V^2=\frac{1}{2}5m\frac{v_1^2}{25} \rightarrow K_{\text{συσ}}=\frac{K_1}{5}$$

$$\text{Από την ΑΔΕ: } K_1=Q+K_{\text{συσ}} \rightarrow K_1=K+K_{\text{συσ}} \rightarrow K_1=K+\frac{K_1}{5} \rightarrow K_1=\frac{5K}{4} \rightarrow K_1=\frac{5 \cdot 120}{4} \quad \mathbf{K_1=150\text{J}}$$

Άρα σωστό είναι το (β)



ΘΕΜΑ Β2

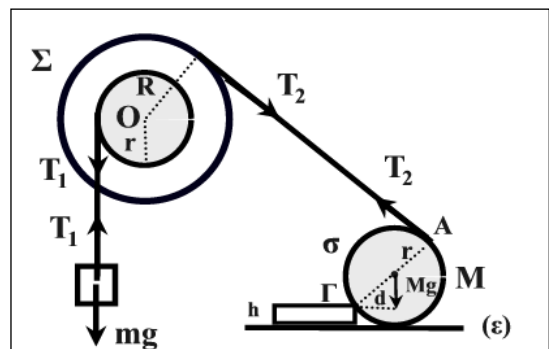
Για το σώμα m που ισορροπεί: $\Sigma F=0 \rightarrow T_1=mg$ (1)

Για το στερεό Σ που ισορροπεί:

$$\Sigma \tau_O=0 \rightarrow T_2 R - T_1 r = 0 \rightarrow T_2 = \frac{1}{2}mg$$
 (2)

Το στερεό σ ισορροπεί οριακά, δηλαδή η κάθετη δύναμη από το επίπεδο (ϵ) είναι $N=0$. Συνεπώς δέχεται 3 δυνάμεις το βάρος του Mg , την τάση T_2 του νήματος και την αντίδραση από την κόγχη του σκαλοπατιού στο Γ .

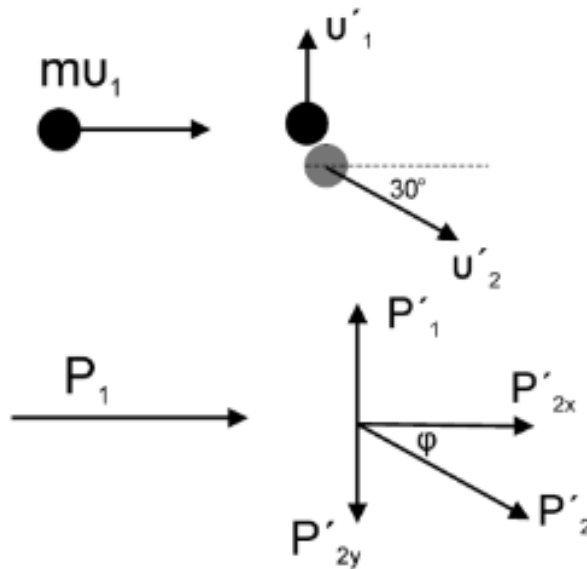
$$\Sigma \tau_I=0 \rightarrow T_2 \cdot (A\Gamma) - Mg \cdot d = 0$$
 (3)



$$\text{με } (A\Gamma)=2r=R \rightarrow r=\frac{1}{2}R \text{ και } h=R/8 \text{ και } d=\sqrt{r^2-(r-h)^2} \rightarrow d=\frac{1}{8}R\sqrt{7}$$
 (4)

$$\text{Από (2)(3)(4)} \rightarrow \mathbf{m=M\sqrt{7}/4} \quad \text{Σωστό το (β)}$$

B3.



Η σφαίρα Σ_1 με τη σφαίρα Σ_2 συγκρούονται ελαστικά, άρα από την αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας ισχύει ότι:

$$K_{ολ}^{πριν} = K_{ολ}^{μετα} \Rightarrow \frac{1}{2} m u_1^2 = \frac{1}{2} m u_1'^2 + \frac{1}{2} 2m u_2'^2 \Rightarrow$$

$$u_1^2 = u_1'^2 + 2u_2'^2 \quad (1).$$

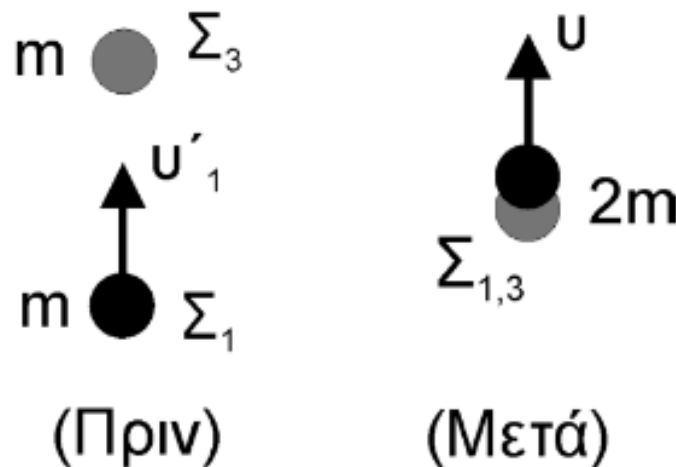
Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής στους άξονες x' και y' αντίστοιχα.

$$\vec{P}_x(\piριν) = \vec{P}_x(\muετα) \Rightarrow P_1 = P'_{2x} \Rightarrow m u_1 = 2m u_2' \sin 30^\circ \Rightarrow u_1 = u_2' \sqrt{3} \quad (2).$$

$$\vec{P}_y(\piριν) = \vec{P}_y(\muετα) \Rightarrow P'_1 = P'_{2y} \Rightarrow m u_1' = 2m u_2' \cos 30^\circ \Rightarrow u_1' = u_2' \quad (3).$$

$$\text{Από τις σχέσεις (1), (2), (3), είναι } u_1^2 = u_1'^2 + 2u_1'^2 \Rightarrow u_1^2 = 3u_1'^2 \Rightarrow u_1 = \sqrt{3}u_1' \quad (4).$$

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Ορμής για την κρούση των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 :



$$\vec{P}_{\piριν} = \vec{P}_{\muετα} \Rightarrow m u_1' = 2m V_K \Rightarrow V_K = \frac{u_1'}{2} \stackrel{(4)}{=} V_K = \frac{u_1}{2\sqrt{3}} \quad (5).$$

$$\text{Άρα το ζητούμενο πηλίκο είναι: } \frac{K_{συσ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} 2m V_K^2}{\frac{1}{2} m u_1'^2} \Rightarrow \frac{K_{συσ}}{K_1} = \frac{1}{6}.$$

Επομένως σωστή απάντηση είναι η iii.